

# Rufus Bowen 的故事

鄭文巧



Robert Edward Bowen 因為有紅色頭髮和鬍子，又名 Rufus Bowen (Rufus: 紅色男孩之意)。1947年，出身於美國加州，上大學時 (UC-Berkeley)，在一吵雜的舞會裡，認識了 Carol Twito 小姐，隔年兩人結婚，當時 Bowen 21歲，已經發表了五篇論文，都為圖形理論之研究。而後，在 Dr. S. Smale 的指導下，攻讀博士學位，研究動力系統-拓樸熵 (topological entropy) 性質。1970年，Bowen 獲得了數學博士頭銜，相同的那一年，他被任命在原校 (UC-Berkeley) 教書，1977年在那裡升格了正教授。然而，1978年夏天，在北加州度假中，因為腦出血意外，不幸英年早逝，享年31歲，遺孀無子。Bowen 一生共發表了47篇論文，學術貢獻卓越，UC-Berkeley 數學系，每年舉行一次學術紀念會議活動，以追悼 Bowen 一生的成就。

Bowen 日常的生活簡單，以研究教學為主。在70年代吸引了許多動力系統方面的數學家拜訪他和 Smale。當然，Bowen 也常常受邀請到世界各地演講訪問。J. Feldman、M. Ratner 和 S. Smale 曾經形容他是位聰明、幽默、謙遜、一點點羞怯，但人際關係良好的教授。八年研究生涯裡，Bowen 指導了5位博士班學生。在動力系統中，擁有一席之地之華裔數學家 L.-S. Young(楊麗笙) 是 Bowen 的最後學生。筆者的指導教授 Dr. S. Newhouse 及博士論文審查

者 Dr. Z. Nitecki 皆和 Bowen 在同一時期接受 S. Smale 指導博士論文，三人彼此熟識。在一次學術會議裡，Dr. Z. Nitecki 曾經笑笑的對筆者說：「我們（三人）有情同手足的關係，除了女朋友之外，其他事物，都可以分享！」個人認為 S. Newhouse 帥氣健談，Z. Nitecki 熱忱積極，迄今兩個人在學術上，皆有非常高的成就。但很遺憾，如果 Bowen 能繼續研究，相信人們對動力系統，定有更深入的發現和理解。

動力系統理論在1880年代內，由 Poincaré 開始探討。研究內容將描述我們日常所見的世界，混亂系統中的定律及學習如何預測數學模式內的性質。動力系統在這三十年內，搭配強而有力的電腦輔助工具，發展迅速。動力系統許多重要理論和現象的發現，對於研究自然界的許多基本現象，提供一套非常實用且合理的解說。Bowen 把動力系統理論當作研究方向，他主要的貢獻在於延續 Poincaré、Gibbs 及 Shannon 的研究工作。以筆者對動力系統粗淺的認知，將舉幾例，簡述一下 Bowen 的重要成果。

信息理論 (information theory) 於1948年由 Shannon 所首創。Shannon採用了熵 (entropy) 字眼，把“冗贅”(redundancy) 概念給予量化。測度熵 (measure-theoretic entropy) 於1958年，由俄羅斯數學家 Kolmogorov 從信息理論引入動力系統和遍歷理論 (ergodic theory) 中。1965年，拓樸熵 (topological entropy) 被定義在緊緻空間 (compact space)。熵代表系統運作的「不確定性」或「亂度」。Bowen 以獨特洞察力，寫了10篇有關熵的論文。Bowen在距離空間 (metric space)，給予拓樸熵等價的定義。這定義加上以電腦為輔助工具，成為拓樸熵的計算理論基礎。Bowen簡化了齊次空間 (homogenous space) 中，熵的計算過程，也成功地表現李群 (Lie group) 模型中熵的值。Bowen更提出了 expansive 概念來考慮熵計算的可行性，也檢驗出在某些系統中，可以將熵的值給予最大化。Bowen 解決熵及基本群 (fundamental group) 關係，和熵本身的連續性。熵集中於正向對映 (forward mapping)，1990年後，嶄露頭角的反熵理論 (pre-image entropy) 注重反向對映 (backward mapping) 之研究。其原理和 Bowen 的 local entropy，也有幾分類似。熵理論世界裡，處處可見 Bowen 的影子。

1931年，哈佛大學數學家 Birkhoff 描述在遍歷系統中，系統運作後，幾乎任何一點軌跡對應之函數的平均值，應當逼近函數本身的積分。Sinai、Ruelle 及 Bowen 不約而同發現在某些動力系統中，存在不變量測度，使得所有連續的函數在此系統中，都有逼近函數本身積分之特性，後人對這不變量測度，稱之為 SRB measure。此測度能描述系統的均衡狀態 (equilibrium state)，也使得數學家有興趣在不同的動力系統中，尋找 SRB measure。現在這個不變量測度已變成一個熱門研究論題。

符號動力學 (symbolic dynamics) 正是無線通訊編碼方式研究的主要探討對象。藉由運用符號動力學研究，加強無線訊號的展頻 (spread-spectrum) 特性，以控制數位資訊的動態傳

輸,讓超寬頻無線電技術達到低功率消耗、低干擾、削減多重路徑衰減、低攔截率及多使用者容量等之特性。在這兒, Bowen 延續 Hadamard 以及 Morse 工作,把 Axiom A flow 的探討,提起到符號動力學上研究它的遞移性 (transitivity)、遞迴性 (recurrence) 及周期性質。

“Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms.” Spring Lecture Notes in Math. 470 (1975) 是 Bowen 的筆記,內容精簡,為動力系統領域的經典之作。此書已被引用620次。很遺憾, Bowen 完成此論文“Invariant measures for Markov maps of the interval”不久,就與世長辭了。

一位數學家的養成,有賴師徒心傳。卓越的指導教授與才華洋溢的學生,常能分享研究上的心得和喜悅,雙方的名字常就相聯。和 Smale 多采多姿的生活相對照, Bowen 的一生顯得短暫與平淡。但是兩者在動力系統裡,穿越混沌現象 (chaos) 去打開一條小徑。後人遵循其步伐,試著一窺系統內之真面貌,這過程中,後人驚訝於大師先見之明後,不妨也觀察大師嚴謹及精確的思考方式,努力學習,堅持到底,必有收穫。

## 參考文獻

1. 李天岩, 熵, 數學傳播, 第十三卷第三期。
2. 葛雷易克著, 林和譯 (2002), 混沌, ISBN: 957-621-131-X, 天下文化出版社。
3. R. Bowen (1971), Entropy for group endomorphisms and homogeneous spaces, *Trans. Amer. Math. Soc.* **153**, 401–414.
4. R. Bowen (1975), Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms. *Spring Lecture Notes in Math.* **470**.
5. The MacTutor History of Mathematics archive, August, 2006.

—本文作者現任職於中正大學及臺灣大學—