數 播 信 箱

1. 朱 建 正 來 函

憶壽兄:

頃閱「數播」第8期，115頁「數學基本觀念辨正」中，提到：設 $x^2+3x+1=0$ 的二根爲 α、β，求 $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2$ 之值。王湘君先生認爲 α、β 均爲負值，故

$$\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}=(\sqrt{-\alpha}\,i)(\sqrt{-\beta}\,i)=-\sqrt{\alpha\beta}。$$

按王先生的意思，當 $\sqrt{\alpha}$ 爲純虛數時，仍可約定使 $\sqrt{\alpha}$ 爲單值函數，即取 $Im(\sqrt{\alpha})>0$。但是這個約定並未普遍，尤其是在複變函數論中，不用這個約定較爲方便。在東華及數理本中，均對 $\sqrt{-a}$, $a>0$，做了特定值的約定。(數理本第四册，150頁，東華本第四册，212頁) 而且均有習題 (或例題) 強調這個約定。但查高中數學實驗教材第四册，第259頁，「當 c 爲正實數時，仍用 $\sqrt{c}$ 表示正實數，當 c 不是正實數時，則用 $\sqrt{c}$ 表示二平方根中的任一個。」若採用實驗教材的約定，則 $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2$ 爲二値， 即 -1 和 -5。

另外，關於「集合的相等」，我也有些意見。原題是：設 $\{x, y, z\}=\{x+3, 3, 6\}$，則 (x, y, z) 有幾組解？

x、y、z 在這兒的用法是有 dummy variable (譯爲傀儡變數，啞變數或童思賢的意見叫龍套變數) 的意思。不是數學上的根本問題， 最好就避免拿來考學生， 不要去強調它。上課時略加說明，倒是可以的。

最後，$|x^2|+|x|-6=0$ 不可稱爲二次方程式。因二次式指的是有理整式，而 $|x^2|+|x|-6$ 不是有理整式。固然方程式可以照二次方程式來解。然而一般 $a|x^2|+b|x|+c=0$ 可能有4解，2解或無解。其不適用根與係數關係之理由，極爲明顯。若除去「二次」，本題乃一好「陷阱」。

總之， 這是一篇極好的文章， 所選例題均得自教學經驗，我的一點意見，希望不致於被認爲吹毛求疵。

弟 建正 五月十八日

---

2. 周 競 存 來 函

親愛的編輯先生:

您好！我是「數學傳播」季刊的一位讀者，現有幾件事向您請教：

Ⅰ. 我對於貴刊第7期徵答問題之 2302，2303 兩題頗有興趣，已得出解答，現隨稿附上，敬請過目。

Ⅱ. 對於2302這題，我在解出以後，有了如下的猜測：一張 $2m\times2m$ ($m\in N$) 之棋盤，可用 1×2 之骨牌完全覆蓋，且使每一條邊線必截過某一張骨牌的充要條件是：

$$m\geq4，即\ 2m\geq8。$$

此一猜測，我目前尚未解出是眞或是假，但根據試驗，8×8，10×10，12×12，14×14，16×16 的棋盤都可被如此覆蓋，且似乎格子越多，就越「容易」。不知您可否將此題列爲徵答問題或給我一個解答或提示？

Ⅲ. 我時常想到一個問題：爲什麼平面是2維的而空間是3維的？亦卽爲什麼要用2個實數去描寫平面上之點，而空間更需要3個？據我所知，$\boldsymbol{R}$ 與 $\boldsymbol{R}\times\boldsymbol{R}$ 之間存在一個「1－1對應」，亦卽 $\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{R}\times\boldsymbol{R}$ 對等 (equivalent)，而直線與 $\boldsymbol{R}$ 對等，平面與 $\boldsymbol{R}\times\boldsymbol{R}$ 對等，這樣說來，豈不可用一個實數去描寫平面上或空間上之點了嗎？究竟爲什麼我們不這麼做呢？希望您能告訴我。

Ⅳ. 您認爲一個高中學生應該看些什麼樣地數學書籍，請您指點我！ 祝

健康快樂!!

學生 周競存 敬上 1978，3，4夜

周同學:

您好。您所提問的Ⅱ，Ⅲ兩項我們分別請了李國偉及朱建正先生答覆如後。至於第Ⅳ項，我們很難武斷的列下書目，我們建議你多閱讀「數播」，多跟數學好的人談談，也許您會因此找到合適您的書刊。

編輯部 五月二十日

❊ ❊ ❊

Ⅱ之答覆: 格子愈多，所允許的自由度愈大，