

如何解「數獨」

吳明瑄 · 葉茂淳 · 王思懿

背景

「數獨」(SU DOKU) 一詞由日本 Nikoli 出版社的董事長鍛治真起所創, 意指「獨立的數位」。

「數獨」遊戲是由瑞士數學家歐拉的「拉丁方塊」改良而來, 1970年代發表在美國的遊戲雜誌, 當時名為 Number Place。1984年在日本推出後一砲而紅, 連「朝日新聞」亦定期連載, 2004年11月「數獨」登陸英國, 在「泰晤士報」亮相後就迅速流行起來。2005年5月台灣的「中國時報」首度引進, 且每日連載, 亦造成很大的迴響, 「數獨」已逐漸成為全球化的益智遊戲。

「數獨」的規則很簡單, 就是以1~9九個數字把9×9方格裡的空格填滿, 1~9的數字在每個直行、橫列及每個小九宮格裡都只能出現一次。想解開「數獨」不需任何的計算, 而是利用邏輯推解出答案。此種遊戲規則簡單趣味性又高, 還能開發大腦機能, 適合各年齡的人, 是一項值得推廣的益智遊戲。

基本語言

9×9的方格為大九宮格, 共有81個小方格, 大九宮格由左上到右下依序分為9個小九宮格。

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

內文之小九宮格以編號表示, 9個橫列分別以 A、B、C、⋯、I 代表, 9個直行分別以 1、2、3、⋯、9 代表, 每個小方格以其橫列與直行的坐標表示, 如 (A, 2)、(C, 5) 等 (見圖一)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|-------|---|---|-------|---|---|---|---|
| A | | (A,2) | | | | | | | |
| B | | | | | | | | | |
| C | | | | | (C,5) | | | | |
| D | | | | | | | | | |
| E | | | | | | | | | |
| F | | | | | | | | | |
| G | | | | | | | | | |
| H | | | | | | | | | |
| I | | | | | | | | | |

常見問題與解決之道

小淳：我先將數字出現較多的行、列或小九宮格依規則填滿，起初還很順利，但到了最後的1、2個小九宮格就發現，空格中無論填入何數都與規則矛盾。為什麼？

小明：因為每題都只有一個正確的答案，只要初期填入錯誤的數字，最後必發生此現象。在解答的過程中，必須經過嚴謹的推理，填入正確的數字，才能一步步邁向正確之路。

開始解題

1. 著手點

小思：解題時最困難之處乃在於不知應從哪一個數字？哪一個小方格？開始著手，如同在茫茫的大海中航向，完全沒有方向感。

小明：航海需要靠羅盤指引方向。解「數獨」則可借助於一個簡單的統計表，即每個數字出現的次數，由出現次數最多的數字開始依序解題通常是較佳的策略。至於從哪一個小方格開始則需藉由敏銳的觀察力，利用每個數字在每行、每列、每個小九宮格均只能出現一次的特性，以消去法找出唯一可填的空格。

2. 基本技巧

直接消去法：

(1) 消去某數字

a. 小九宮格消去法

在某個小九宮格裡，由相關的行、列曾出現過的數字消去不可能為該數字的小方格，最後若只剩下一個小方格可能為該數字，則該數字必是填在此小方格。

b. 行列消去法

在某個直行或橫列裡，由相關的行、列、小九宮格曾出現過的數字消去不可能為該數字的小方格，最後若只剩下一個小方格可能為該數字，則該數字必是填在此小方格。

(2) 消去非某數字

在某個小方格裡，由同一直行、橫列及同一小九宮格裡，將出現過的數字一一消去，最後若只剩下一個數字，則此小方格裡必是此數字。例如用此法推得 (B, a) 中必為數字 x ，則我們在本文中用 $(B, a) : x$ 表示。

註. 下文中，用 $A \rightarrow B$ 表示先作完 A 之後可以得到 B 之結果。

例1.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | 3 | | | 4 | | | 8 | | |
| B | | 2 | | | 1 | | | 4 | |
| C | | | 1 | | | 5 | | | 9 |
| D | | | 8 | | | 2 | | | 1 |
| E | | 9 | | | | | | 6 | |
| F | 6 | | | 3 | | | 7 | | |
| G | 1 | | | 7 | | | 6 | | |
| H | | 3 | | | 8 | | | 5 | |
| I | | | 5 | | | 9 | | | 2 |

| 出現次數 | 數字 |
|------|------------------|
| 4 | 1 |
| 3 | 2, 3, 5, 6, 8, 9 |
| 2 | 4, 7 |

檢視小九宮格: (小九宮格消去法)

在3號小九宮格中，因 $(C, 3)$ 和 $(B, 5)$ 已有數字1，故同列的 $(C, 7)$ $(C, 8)$ 及 $(B, 7)$ $(B, 9)$ 不能再填1，又 $(D, 9)$ 已有1，故同行的 $(A, 9)$ 不能填1，所以3號小九宮格中，1只能填在 $(A, 8)$ ，此即小九宮格消去法。同理在 4 號小九宮格中，1 只能填在 $(F, 2)$ 。

以 1: $(A, 8), (F, 2)$ 表示，

3: $(E, 3)$

5: $(G, 5)$

2: $(H, 4) \rightarrow (G, 3) \rightarrow (E, 1) \rightarrow (F, 8) \rightarrow (C, 7) \rightarrow (A, 5)$

9: $(B, 4) \rightarrow (A, 3) \rightarrow (H, 1) \rightarrow (G, 8) \rightarrow (D, 7) \rightarrow (F, 5)$

3: $(D, 8)$ (文中之 \rightarrow 表示用消去法即可推得之結果)

檢視直行: (行列消去法)

在第8行，因 $(A, 7)$ 已有數字8，故 $(C, 8)$ 不能再填8，所以第8行中，8只能填在 $(I, 8)$

8: (I, 8)→(G, 2)

7: (C, 8)

檢視橫列: (行列消去法)

在 F 列中, 因 (I, 3) 和 (C, 6) 已有 5, 故 (F, 3) 及 (F, 6) 不能再填 5, 所以 F 列中, 5 只能填在 (F, 9)

5: (F, 9)→(B, 7)→(A, 2)→(D, 1)→(E, 4)

檢視小九宮格:

(3號) 3: (B, 9)→(I, 7)→(G, 6)→(C, 5)

(6號) 8: (E, 9)→(F, 6)→(C, 4)→(B, 1)

4: (E, 7)→(D, 5)→(H, 6)→(G, 9)

(4號) 4: (F, 3)

7: (D, 2)→(B, 3)

→(A, 6)(I, 1)(H, 9)(E, 5)

(2號) 6: (B, 6)→(D, 4)→(I, 5)

→(H, 3)(A, 9)(C, 2)

4: (C, 1)(I, 2)

1: (E, 6)(I, 4)(H, 7)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | 3 | 5 | 9 | 4 | 2 | 7 | 8 | 1 | 6 |
| B | 8 | 2 | 7 | 9 | 1 | 6 | 5 | 4 | 3 |
| C | 4 | 6 | 1 | 8 | 3 | 5 | 2 | 7 | 9 |
| D | 5 | 7 | 8 | 6 | 4 | 2 | 9 | 3 | 1 |
| E | 2 | 9 | 3 | 5 | 7 | 1 | 4 | 6 | 8 |
| F | 6 | 1 | 4 | 3 | 9 | 8 | 7 | 2 | 5 |
| G | 1 | 8 | 2 | 7 | 5 | 3 | 6 | 9 | 4 |
| H | 9 | 3 | 6 | 2 | 8 | 4 | 1 | 5 | 7 |
| I | 7 | 4 | 5 | 1 | 6 | 9 | 3 | 8 | 2 |

例2.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | 3 | | | | 6 | | | | 4 |
| B | | 9 | | | 2 | | | 1 | |
| C | | | 2 | | | | 8 | | |
| D | | | | 8 | | 2 | | | |
| E | 4 | 5 | | | | | | 3 | 7 |
| F | | | | 3 | | 5 | | | |
| G | | | 5 | | | | 7 | | |
| H | | 1 | | | 3 | | | 9 | |
| I | 7 | | | | 1 | | | | 2 |

| 出現次數 | 數字 |
|------|---------|
| 4 | 2, 3 |
| 3 | 1, 5, 7 |
| 2 | 4, 8, 9 |
| 1 | 6 |

檢視小九宮格: (小九宮格消去法)

9號小九宮格: 1: (G, 9)

3: (I, 7)→(G, 2)

檢視橫列: (行列消去法)

E列: 2: (E, 7)→(A, 8)

8: (E, 3)

D列: 3: (D, 3)

檢視直行:

第5行: 5: (C, 5)→(B, 1)→(A, 7)

8: (G, 5)

檢視小九宮格:

(1號): 8: (A, 2)→(H, 1)→(I, 8)

→(F, 9)→(B, 6)

(2號): 3: (C, 6)→(B, 9)

(7號): 2: (G, 1)→(F, 2)(H, 4)

(9號): 5: (H, 9)→(D, 8)(I, 4)

(3號): 7: (C, 8)

(8號): 7: (H, 6)

(7號): 9: (I, 3)

(3號): 9: (C, 9)

6: (B, 7)→(G, 8)→(I, 6)→(H, 3)

(6號): 6: (D, 9)→(F, 1)→(C, 2)(E, 4)

(9號): 4: (H, 7)→(F, 8)→(D, 5)(I, 2)

(1號): 4: (B, 3)→(C, 4)→(G, 6)

(8號): 9: (G, 4)→(A, 6)

(4號): 9: (D, 1)→(F, 7)→(E, 5)

(6號): 1: (D, 7)→(F, 3)→(C, 1)(E, 6)(A, 4)

7: (A, 3)(B, 4)(D, 2)(F, 5)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 3 | 8 | 7 | 1 | 6 | 9 | 5 | 2 | 4 |
| B | 5 | 9 | 4 | 7 | 2 | 8 | 6 | 1 | 3 |
| C | 1 | 6 | 2 | 4 | 5 | 3 | 8 | 7 | 9 |
| D | 9 | 7 | 3 | 8 | 4 | 2 | 1 | 5 | 6 |
| E | 4 | 5 | 8 | 6 | 9 | 1 | 2 | 3 | 7 |
| F | 6 | 2 | 1 | 3 | 7 | 5 | 9 | 4 | 8 |
| G | 2 | 3 | 5 | 9 | 8 | 4 | 7 | 6 | 1 |
| H | 8 | 1 | 6 | 2 | 3 | 7 | 4 | 9 | 5 |
| I | 7 | 4 | 9 | 5 | 1 | 6 | 3 | 8 | 2 |

在例1及例2中, 將直接消去法中的小九宮格消去法及行列消去法巧妙的交互運用, 即可找出正確的解答。但在較難的題目裡尚需運用較高階的技巧才能找到正確的解答。

間接消去法:

(1) 消去某數字

在1號小九宮格裡, 1只能填在甲中任一格, 在2號小九宮格, 由小九宮格消去法知1只能填在乙。此例由行列消去法檢視 C 列亦可解出。

例3.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | 4 | | | | 8 | | 6 | | 7 |
| B | | | | | | | | | |
| C | 6 | | | 7 | 5 | 2 | | | |
| D | | | 9 | 1 | | 6 | 8 | | |
| E | 1 | | 6 | | | | 4 | | 3 |
| F | | | 3 | 8 | | 9 | 1 | | |
| G | | | | 5 | 2 | 7 | | | 8 |
| H | | | | | | | | | |
| I | 5 | | 4 | | 1 | | | | 6 |

| 出現次數 | 數字 |
|------|---------|
| 5 | 6 |
| 4 | 1, 8 |
| 3 | 4, 5, 7 |
| 2 | 2, 3, 9 |

檢視小九宮格:

(6號) 6: (F, 8)

(4號) 8: (E, 2)

(5號) 5: (E, 6), 2: (E, 4), 3: (D, 5), 4: (F, 5), 7: (E, 5)

(6號) 9: (E, 8), 7: (D, 8)

(4號) 4: (D, 2)

檢視橫列: (行列消去法)

(G列) 6: (G, 2), 4: (G, 8), 1: (G, 3)

(I列) 8: (I, 6)

(C列) 4: (C, 9)

檢視小九宮格:

(4號) 5: (F, 2)→(D, 9)

(6號) 2: (F, 9)→(D, 1)

(4號) 7: (F, 1)

消去非某數字:

(C, 3): 在第3行中已有1, 3, 4, 6, 9, 在C列中已有2, 5, 7, 所以在(C, 3)不能再填入1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 故(C, 3)只能填8。

8: (C, 3)→(B, 8)(H, 1)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | 4 | 9 | 2 | 3 | 8 | 1 | 6 | 5 | 7 |
| B | 3 | 7 | 5 | 6 | 9 | 4 | 2 | 8 | 1 |
| C | 6 | 1 | 8 | 7 | 5 | 2 | 9 | 3 | 4 |
| D | 2 | 4 | 9 | 1 | 3 | 6 | 8 | 7 | 5 |
| E | 1 | 8 | 6 | 2 | 7 | 5 | 4 | 9 | 3 |
| F | 7 | 5 | 3 | 8 | 4 | 9 | 1 | 6 | 2 |
| G | 9 | 6 | 1 | 5 | 2 | 7 | 3 | 4 | 8 |
| H | 8 | 2 | 7 | 4 | 6 | 3 | 5 | 1 | 9 |
| I | 5 | 3 | 4 | 9 | 1 | 8 | 7 | 2 | 6 |

(B, 5) 及 (H, 5) 只能填入6和9

(B, 9) 及 (H, 9) 只能填入1和9

所以9只能填在 (B, 5) 及 (H, 9) 或 (H, 5) 及 (B, 9), 故 B 列中9只能填在 (B, 5) 或 (B, 9)。

間接消去法:

(1) 消去非某數字

(B, 1): 3 → (G, 1): 9 → (G, 7): 3

(C, 7): 9 → (H, 9) → (I, 4) → (B, 5) → (A, 2)

(C, 2): 1, (B, 9): 1 → (A, 6)(H, 8)

(C, 8): 3

檢視小九宮格:

(2號): 3: (A, 4) → (H, 6) → (I, 2), 6: (B, 4), 4: (B, 6)

(8號): 4: (H, 4), 6: (H, 5)

(9號): 5: (H, 7) → (A, 8) → (B, 3), 7: (I, 7), 2: (I, 8)

(3號): 2: (B, 7) → (A, 3) → (H, 2), 7: (B, 2), (H, 3)

例4.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | | 1 | | | | | | 6 | |
| B | 6 | | | 3 | | | 5 | | |
| C | | | 3 | | | 5 | | | 8 |
| D | 7 | | | 2 | | | 3 | | |
| E | | 5 | | | | | | 7 | |
| F | | | 2 | | | 4 | | | 5 |
| G | 4 | | | 7 | | | 9 | | |
| H | | | 6 | | | 8 | | | 2 |
| I | | 2 | | | | | | 1 | |

| 出現次數 | 數字 |
|------|---------|
| 4 | 2, 5 |
| 3 | 3, 6, 7 |
| 2 | 1, 4, 8 |
| 1 | 9 |

檢視小九宮格:

(6號) 2: (E, 7)

(5號) 5: (D, 5), 7: (F, 5)

(3號) 3: (A, 9)

消去非某數字:

(G, 9): 6→(F, 7)→(D, 2)

檢視直行:

第7行 1: (C, 7), 8: (I, 7)

檢視橫列:

C列 7: (C, 2)→(I, 3)→(H, 7)→(B, 9)→(A, 6)

檢視直行:

第2行 4: (B, 2)

第7行 4: (A, 7)

消去非某數字:

(I, 9): 4→(D, 8)→(E, 3)

檢視橫列:

D列 8: (D, 3)→(A, 1)→(B, 5)(G, 2)

檢視小九宮格:

(6號) 8: (F, 8)→(E, 4)

(1號) 2: (C, 1)→(B, 8)→(A, 5)→(G, 6)

(2號) 1: (B, 6)

(1號) 5: (A, 3), 9: (B, 3)

(3號) 9: (C, 8)→(A, 4)

檢視橫列:

D列 1: (D, 9)

檢視小九宮格:

(6號) 9: (E, 9)→(D, 6)

檢視橫列:

G列 5: (G, 8), 3: (G, 5)→(E, 6)

1: (G, 3)

檢視小九宮格:

(9號) 3: (H, 8)→(I, 1)→(F, 2)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 8 | 1 | 5 | 9 | 2 | 7 | 4 | 6 | 3 |
| B | 6 | 4 | 9 | 3 | 8 | 1 | 5 | 2 | 7 |
| C | 2 | 7 | 3 | 6 | 4 | 5 | 1 | 9 | 8 |
| D | 7 | 6 | 8 | 2 | 5 | 9 | 3 | 4 | 1 |
| E | 1 | 5 | 4 | 8 | 6 | 3 | 2 | 7 | 9 |
| F | 9 | 3 | 2 | 1 | 7 | 4 | 6 | 8 | 5 |
| G | 4 | 8 | 1 | 7 | 3 | 2 | 9 | 5 | 6 |
| H | 5 | 9 | 6 | 4 | 1 | 8 | 7 | 3 | 2 |
| I | 3 | 2 | 7 | 5 | 9 | 6 | 8 | 1 | 4 |

(7號) 5: (H, 1)→(I, 4) 9: (H, 2)→(I, 5)
 (4號) 9: (F, 1) 1: (E, 1)→(F, 4)→(H, 5)
 (5號) 6: (E, 5)→(C, 4)→(I, 6)
 4: (C, 5)(H, 4)

例5.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | | | | 7 | 9 | 2 | | | |
| B | | 2 | | | | | 8 | | |
| C | | | 1 | | | 5 | | 6 | |
| D | | | | 2 | | | | | 7 |
| E | 2 | 5 | | | 7 | | | 3 | 4 |
| F | 9 | | | | | 4 | | | |
| G | | 6 | | 4 | | | 1 | | |
| H | | | 8 | | | | | 4 | |
| I | | | | 9 | 5 | 7 | | | |

| 出現次數 | 數字 |
|------|---------|
| 4 | 2, 4, 7 |
| 3 | 5, 9 |
| 2 | 1, 6, 8 |
| 1 | 3 |

檢視小九宮格:

(5號) 5: (F, 4)

消去非某數字:

(E, 3): 6 (E, 7): 9→(D, 6)

檢視橫列:

(A列) 6: (A, 1) 8: (A, 2)→(D, 1)

在4號小九宮格裡, 1只能填在 (D, 2) 或 (F, 2), 利用間接消去法知 (I, 2) 不能填1,

(I列) 1: (I, 1)

在第1行裡, 4只能填在 (B, 1) 或 (C, 1), 由間接消去法, (A, 3) 不能填4,

(A列) 4: (A, 7)

小思: 解題至此, 我試遍學過的方法, 都無法再找到新的線索。可否利用嘗試錯誤法, 將有2種可能的小方格任選一個可能代入, 不知是否可行?

小明: 此法或許可行, 但歧路之後往往另有歧路, 故此法常成效不彰。在較難的題目裡, 可將空格裡可能填入的數字用鉛筆以較小的字體加以註記, 再以間接消去法找出隱藏的線索。利用此法本題解法如下:

(C, 3) 已有1, 在2號小九宮格裡1只能填在 B 列, 再以間接消去法及消去非某數字知 (B, 9) 可能填 (3, 5, 9), (C, 9) 可能填 (2, 3, 9)。

(H, 3) 已有8, 在8號小九宮格裡8只能填在 G 列, 再以間接消去法及消去非某數字知 (G, 9) 可能填 (2, 3, 5, 9)。

(G, 2) 已有6, 在8號小九宮格裡6只能填在 H 列, 再以間接消去法及消去非某數字知 (H, 9) 可能填 (2, 3, 5, 9)。

由上述可知2, 3, 5, 9恰在 (B, 9)(C, 9)(G, 9)(H, 9) 中, 利用間接消去法及消去非某數字

(A, 9): 1

檢視橫列: A列: 3: (A, 3), 5: (A, 8)

檢視小九宮格: (6號) 5: (D, 7)

檢視橫列: D 列 6:(D, 5)

消去非某數字: (D, 8): 1

檢視小九宮格:

(4號) 1: (F, 2), 3: (D, 2)

7: (F, 3), 4: (D, 3)

(5號) 3: (F, 5)

消去非某數字:

(I, 3): 2 (I, 8): 8→(F, 9)

檢視小九宮格:

(6號) 6: (F, 7), 2: (F, 8)

(7號) 4: (I, 2)

檢視橫列:

I列 6: (I, 9), 3: (I, 7)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 6 | 8 | 3 | 7 | 9 | 2 | 4 | 5 | 1 |
| B | 7 | 2 | 5 | 1 | 4 | 6 | 8 | 9 | 3 |
| C | 4 | 9 | 1 | 3 | 8 | 5 | 7 | 6 | 2 |
| D | 8 | 3 | 4 | 2 | 6 | 9 | 5 | 1 | 7 |
| E | 2 | 5 | 6 | 8 | 7 | 1 | 9 | 3 | 4 |
| F | 9 | 1 | 7 | 5 | 3 | 4 | 6 | 2 | 8 |
| G | 3 | 6 | 9 | 4 | 2 | 8 | 1 | 7 | 5 |
| H | 5 | 7 | 8 | 6 | 1 | 3 | 2 | 4 | 9 |
| I | 1 | 4 | 2 | 9 | 5 | 7 | 3 | 8 | 6 |

(B, 3)(G, 3) 只能填5和9, (B, 8)(G, 8) 只能填7和9, 所以9只能填在 (B, 3) 和 (G, 8) 或 (G, 3) 和 (B, 8), 故 B 列中9只能填在 (B, 3) 或 (B, 8), 利用間接消去法及消去非某數字

(B, 9): 3→(C, 4)

檢視小九宮格:

(2號) 8: (C, 5)→(G, 6)→(E, 4)

(5號) 1: (E, 6)

(8號) 3: (H, 6)→(G, 1), 6: (H, 4)→(B, 6), 1: (H, 5), 2: (G, 5)

(2號) 4: (B, 5)→(C, 1), 1: (B, 4)

檢視橫列: G 列 7: (G, 8)→(C, 7)→(B, 1)→(H, 2)

檢視小九宮格:

(7號) 9: (G, 3)→(C, 2)→(B, 8)(H, 9), (3號) 2: (C, 9)→(H, 7)

5: (H, 1)(B, 3)(G, 9)

以上解答的順序, 有部份會依個人解題偏好的不同而有所異動, 只要是經由推理找到的解答, 都是殊途同歸的結果。

本文所列的解答順序希望以較有系統的方式, 並能適用於大多數的題目, 能讓初學者有所依循。

參考文獻

1. “第8題”, 數獨 For Expert, Vol. 4, 株式會社センチユリー(日本)。
2. “第15題”, 數獨 For Expert, Vol. 1, 株式會社センチユリー(日本)。
3. “第96題”, 數獨, 第1冊, 格林文化。
4. “第92題”, 數獨 For Expert, Vol. 3, 株式會社センチユリー(日本)。
5. “第101題”, 數獨 For Expert, Vol. 3, 株式會社センチユリー(日本)。

—本文作者吳明瑄為業餘數學愛好者; 葉茂淳就讀台北市萬芳國小五年級; 王思懿就讀台北縣石碇高中三年級—