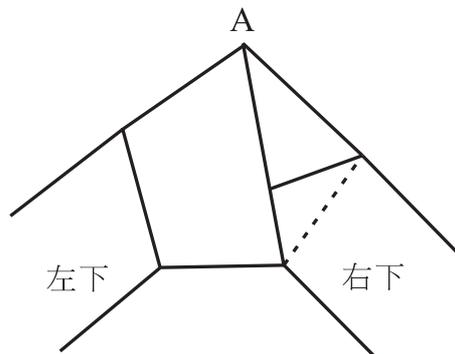


如何摺一個正五邊形

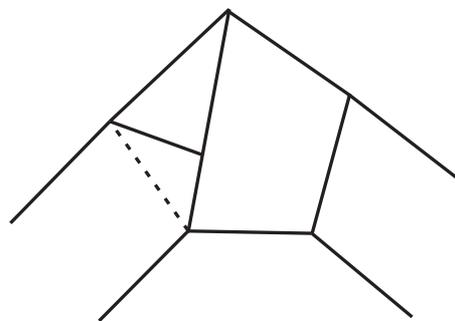
張海潮

用長方形紙條打個結，可以得到一個五邊形。本文嘗試以最精簡的推理證明確實得到一個正五邊形。證明的核心思維是對稱。

由於打結的習慣有左，右兩種，所以可能得到的圖樣也有兩種。圖一和圖二說明這兩種情形，並且顯示我們看到的五邊形有左，右的對稱關係。對稱軸是從 A 點向底邊所作的垂線，對這條垂線作鏡射，圖一就變成圖二。



圖一



圖二

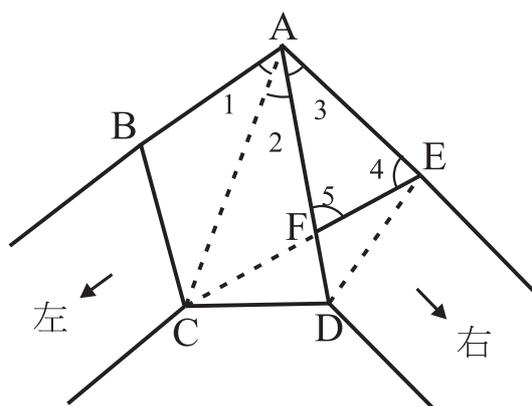
從左右對稱立刻得出

$$\overline{AB} = \overline{AE}, \quad \overline{BC} = \overline{DE}, \quad \angle 1 = \angle 3$$

又由長方形紙條交叉得出 $ABCF$ 是平行四邊形，事實上，由於交叉的長方形是等寬的，因此不難看出 $ABCF$ 是一個菱形。

菱形保證 $\angle 1 = \angle 2$ 。 $\overline{AB} = \overline{AF}$ ，因此 $\overline{AF} = \overline{AE}$ ，而有 $\angle 4 = \angle 5$ ，但是因為 $\angle 5 = \angle 1 + \angle 2$ ， $\angle 4 + \angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$ ，再加上 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ， $\angle 4 = \angle 5 = \angle 1 + \angle 2$ ，得出 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 36^\circ$ ， $\angle 4 = \angle 5 = 72^\circ$ 。同時也得出 $\angle ABC$ (和 $\angle 1 + \angle 2$ 互補) 是 108° ，又由對稱， $\angle AED$ 也是 108° 。

現在，我們看到圖三中有三個角 $\angle BAE$ ， $\angle ABC$ ， $\angle AED$ 是 108° ，又有四個邊 \overline{AB} ， \overline{BC} ， \overline{AE} ， \overline{DE} 彼此相等，所以 $ABCDE$ 是正五邊形。



圖三