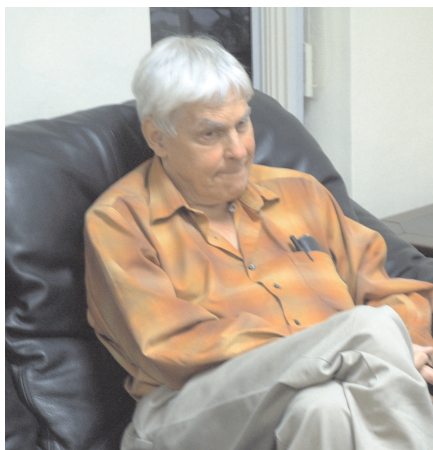


有朋自遠方來——專訪

Stephen Smale 教授



策 劃：劉太平
訪 問：劉太平、尤釋賢
時 間：民國93年12月19日
地 點：中央研究院數學所
整 理：陳兆年

Stephen Smale 教授 1930 年出生於美國密西根州。1957 年獲得密西根大學博士學位。四年後升任哥倫比亞大學正教授，1964 年轉至加州大學柏克萊執教三十年，1995 年香港城市大學禮聘為 Distinguished University Professor。現任 Toyota Tech. Inst. at Chicago 所長。

Smale 教授在動態系統、幾何、拓樸有劃時代之貢獻，並在計量經濟學、作業研究，以及資訊科學方面的數學理論均有顯著的成就。1966 年榮獲 Fields Medal。此外，他是 1965 年 Veblen Prize, 1988 年 Chauvenet Prize, 1989 年 von Neumann Award 幾項大獎的得主。為 American Academy of Arts and Sciences, National Academy of Sciences 和 Econometric Society, 等多個學會之院士。

劉太平(以下簡稱「劉」): Steve, 首先要謝謝你老遠來到這裡, 我一般不這麼說的: 我們感到榮幸。

Smale(以下簡稱「S」): 謝謝邀請。

劉: 從一個單調的問題開始吧, 你的數學生涯如何開始的?

S: 你是說, 我怎麼開始做數學的?

劉: 是的, 你為何對數學感到興趣? 你從小就對數學有興趣?

S：中學時我對一般科學有興趣，唸大學時先是主修物理。由於大三時物理成績不理想，我修了一些數學課到大四時轉為主修數學。唸大學時我並沒有將時間全力投入學業，總平均是 B，數學成績平均是 B⁺。

劉：過一段快樂的日子？

S：是的，有意思，我活躍在政治和很多其他的事情，例如下棋。選數學課好壞都有，對我而言大學時光是美好的。

劉：我在密西根大學唸研究所的時候耳聞你在那裡唸書的故事，你博士論文解決了一個重大問題，日後你指導了許多研究生作論文也都是給他們難度很高的問題嗎？

S：我嘗試給予比較簡單的問題，雖然有時困難度超出我原先的評估。

劉：其實我第一次聽到你的名字是在去密西根之前，我在奧立崗州立大學一年，一位拓樸學家 Wolfgang Smith，上課時說一般人只能看到三維空間，但少數像 Stephen Smale 的人能看到三維以上的空間，是嗎？

S：哦，不，嗯，從某方面來說也可以說是的。從高維空間映射 (projection) 到三維或二維空間能幫助你思考高維空間的情況，例如你看到三維空間結 (knot) 的結構，可以想像四維空間中的二維球面，並無神奇之處。

劉：對一般人而言就很神妙，談到 Poincare conjecture 你是第一個在這問題上得到重大突破的，想必很高興看到之後的進展？

S：是的，這方面很有意思，但自 1961 年，我已經有四十年未研究拓樸學，所以這方面的後續發展，也沒有特別的關注，說不上滿意不滿意。當然我對最近發展感到興趣，聖彼得堡的年青人 Perelman 看來很可能解決這問題，不錯，不錯。

劉：你最近是否比較關心應用數學方面的問題？

S：不，我並不特別對應用數學感興趣，不是應用數學，也不是純數學，都不是。數學，O.K.，我比較用力於建立理論基礎；應用數學家不認為我做的是應用數學，因為我太注重科學應用的理論化，我做的也不算純數學，不是古老數學領域，而是現在人們關心的問題的理論化。所以既不全算純數學也非應用數學。

應用數學傳統上以能立即有用為其成敗的衡量標準；你知道，我的目標像 von Neumann 引進 Hilbert space，建立量子力學的理論基礎一樣，他那年代量子力學是科學上的大事，沒有人比他在理論建立上做得更多。現在他做的結果已被廣泛用在其他方向上。我的目標就是這樣：我是想對某些方向找出一些基本的東西來，這次我來這裡談的是學習理論 (learning theory)，我花很多時間試著去建立理論基礎，我寫了一篇以這個為篇名的文章，約略說明這點。

劉：你是說應用數學是針對特定的問題用特定的方法去解決？

S：是的，這並非我的研究哲學。

劉：你曾在香港待過一段時間，對香港社會有所瞭解，它和你大部分生活在美國西部的社會是不同的，對嗎？

S：香港在某些方面是個很前進的社會，你也可以看到許多差異，我想最顯著的可能是學生方面，一般而言他們相當用功，但我發現他們缺少美國學生的獨立精神。

劉：你認為這是最大的差異？

S：在大學中而言確實是如此。

劉：大學中許多老師曾在美國研究所讀書。

S：是的。我談到的是修我課的學生。

劉：俄國數學家 Arnold 曾經說過你是他心目中極少數的偶像，你可能知道這件事？

S：是的，我讀過這篇專欄。

劉：您數十年的科學生涯，未來還有許多年。可否告訴我們那些是你最興奮的時刻？

S：興奮的時刻？當你多次嘗試努力，忽然成了，經過反覆驗證，幾星期，幾個月，仍然沒有錯，那麼人們很喜歡，你便感到滿意。比如我在 Poincare conjecture，多維的工作。有時當你的工作一方面結果是正確的，一方面愈來愈多人關注，感覺有興趣，這可能需要一段時間，甚至許多年。一個我覺得很好的例子就是 horseshoe，經歷十年、二十年才逐漸受人喜歡肯定的。數學證明是艱辛的，經常以為是對的，一星期或幾星期後發現有錯，這可能是較普遍的經驗。

劉：研究工作是人與人之間的活動。

S：是的，偶爾很幸運的抓到了正確的想法，反覆思索確定是對的，受到關注和重視，感覺好棒。

劉：除了拓樸方面相關的研究，你在研究上的興趣涵蓋計量經濟學、學習理論許多不同的領域，你是否和相關領域的學者交流討論，交換意見？或者你瞭解這些領域的基本知識後就去建立相關的數學理論基礎？你和經濟學家有廣泛深入的討論嗎？

S：我很幸運能和經濟學家 Gerard Debreu 討論經濟學方面的知識。學習理論方面，我和 Felipe Cucker 有研究上的合作。我們花了許多時間閱讀，試圖瞭解過去非數學家所已經做的研究。有時候理解別的領域的研究工作相當困難，有些深奧的概念需要花長時間才能領會，我們花了兩年的時間才寫一篇論文，因為要自我更正許多不正確的觀念。我們並沒有告訴別人這段艱辛的歲月，不斷的在圖書館檢視相關文獻，瀏覽而非詳細閱讀，追蹤人們已完成的工作，逐漸的進入這領域。一旦掌握了基本知識，我們就清楚要如何進行，開始建立研究所需要之環境，在香港被邀請參加研討會進行許多廣泛的學術討論，多數與會者是從事統計、工程、資訊而非數學方面的研究工作。

劉：你面對許多不同領域的人嗎？

S：是的，又有數學工作研究者也進入學習理論的領域。主要是逼近理論方面的學者，如 Ronald Devore, Albert Cohen 目前投入這方面的研究工作，這算是我們一個小的貢獻。

劉：你不打算回到拓樸、幾何領域的研究嗎？

S：嗯，事實上這次來台灣的第二次演講將談到資料的拓樸結構，讓我回到四、五十年前熟悉的微分幾何，重溫 second fundamental form, manifold, 代數拓樸等的數學。這些資料形成歐氏空間 submanifold 上的曲線，問題是如何判定 manifold 的 homology。我和 Shmuel Weinberger 合作得到了一些結果，此人在資訊科學和拓樸方面皆學有專精，你知道他嗎？

劉：認得，許多年前了，他曾在 Courant 研究所？

S：不錯，他曾是 Courant 研究所的學生，現在是芝加哥大學教授，他是我們三位合作者之一。我和他討論許多和拓樸相關的研究，因為他對計算拓樸感興趣。我們合作的論文是我第二個演講的內容。

劉：你以自然的態度處理事情。對學生而言是一件正面而且可以深切省思的事，當他們知道大數學家 Stephen Smale 並不諱言自己需要重溫 second fundamental form。

S：是！（笑聲）

劉：你是否覺得在求知的過程中，要承認即使是一些基本知識，也要重新學習？

S：對，但要有自己的觀點，我從未全然重新學習，用以往的經驗把所有的部份一齊來看，感覺似乎比初學時容易，其實也許並非易事，很難說。

我和兒子常討論數學，從他那裡學到許多，他研究最小曲面的問題。

劉：他目前在猶他州，是嗎？

S：不錯，我常打電話給他，在這篇論文中需要知道幾何上一些基本的問題，我嘗試從他那裡獲得所需之知識。

劉：那不是太方便了？

S：我確實幸運有一個精通微分幾何的兒子，我們談到 second fundamental form。

劉：你父親是做什麼的？

S：我父親？他是一般人所稱之白領階級。他念過兩年專科，曾在密西根汽車內燃機工廠從事陶瓷工作。他不屬於受工會保障的人員，最後的工作是轉任夜間保全人員。他心想能成為作家，曾寫過小說但無法出版，不知道是否將版權賣了，可以這麼說他不算很成功。

劉：在數學界眾所周知你是自由主義者，也許這標籤並不正確，但反戰之類的思想是否受到你父親的影響？

S：我想可能是的。在 1919 年我父親從共產黨中分裂到另一個左翼小黨，黨名 Proletarian Party 是一個很小的黨。他思想激進，崇尚馬克思主義。我學生時代曾參加共產黨，但時間很短，後來在 1950 年代我轉變為反對共產主義者。到了 60 年代我成為反戰份子，反對越

戰。在同時期，我對經濟方面持保守主義，而非左派自由主義者。我主張市場經濟，我研究了一些市場經濟中的各種問題，經濟上雖然我並非極端的保守主義，但傾向市場經濟。對於外交政策則站在左翼，反對戰爭、反軍事競賽之類的行為，因此很難說我是左派或是自由主義者，要看是針對那些事情。

劉：你對公眾事物很關心？

S：是的，我思考過很多這方面的事情，對國內之事尤其是外交政策表達強烈的意見，對社會問題我較傾向自由主義。但我反對訴訟，在反訴訟上是非自由主義的。

劉：律師常拿到一筆大的訴訟費。

S：某些事情就像反訴訟這事上，我比較傾向布希總統的保守觀點（劉註：科學家正應以科學定律為優先指導原則，此正是 Smale 教授的科學良心所在！）。

劉：不論是自由主義或是保守主義，數學方面你喜歡研究的問題和這些無關？

S：有一點，但也不全是，我對經濟方面的興趣和這些有關。我嘗試花時間在一些對社會有用之事務建立數學理論，當然有時我也因此得做純理論數學的研究，但在思考問題的觀點上，我大部份的抉擇是超越數學，對人類未來前景有幫助的問題更令人振奮。雖然很難有非常清楚的界限來區分，但原則上是如此的。

劉：對年青人如何選擇未來的走向，你有何建議？你覺得有資賦年青人該做什麼？

S：有許多數學家建議年青人未來立志研究數學，我並不會這麼說或作如此建議。今天早上我和台灣大學的教授們聊天，他們談到大多數最具資賦天份的學生，不念數學系，但非數學系的學生來修高等數學課程的人數大幅增加，比二十年前增加許多。二十年前這類數學課班上同學屈指可數，清一色數學系的學生，現在修課人數增加到三位數，極大多數來自外系。對我而言數學已不是傳統數學系所認知的數學，因為我本身看到許多數學能力很強的人不一定待在數學系。有鑑於此，我並不建議年青人成為傳統的數學家。我可能並不會說不應該或不可以如此，但未來有許多需要數學的地方，諸如資訊、電機和工程等領域，都需要更多或更深入的數學。

劉：雖然你沒說，但你鼓勵學生加強數學的能力？

S：在現代的生活，數學能力是學生的重要資產，這點我比以往更確信。既然如此多領域需要數學，有數學能力的人自然就比別人處於更有利的位置，但不是只具備數學就可以。以醫學或生命科學的領域而言，若再具備許多生物分子學的知識，就具備作研究的能力了。

劉：你指的是建立良好基礎，增加通識與能力？

S：確實如此。

劉：數學是其中一項應具備的基本能力？

S：完全正確。

尤釋賢(以下簡稱「尤」): 是什麼使你走向未知的方向?

S: 哦, 學新的東西很有意思, 尤其是你覺得會有所貢獻。我所談的並非是美國科學雜誌中那些, 而是在某些具有研究價值的地方, 感覺到我的努力和投入將獲得回饋, 能有所貢獻, 某些我感興趣的領域, 學習後能找出與數學的關聯性, 進而獲得實質的成就, 這就是最主要的原動力。

尤: 你年青時如何決定投入這個領域? 你不擔心沒有收獲嗎?

S: 總是有風險。以我而言, 最早作拓樸方面的研究, 當我在這方面已有研究工作的經驗, 我遇到一些從事常微分方程整體動態研究的學者, 和他們討論。我提議使用拓樸的方法來考慮問題, 我樂觀的想法是利用我擁有的數學基礎應該容易下手, 得知常微分方程整體動態會具有那些有趣的現象。實際進行所花的時間遠超出預期, 我從常微分方程動態性質著手, 那是大約 1958 年, 當我感覺能有所作為, 我迅速翻閱了 Lefschetz 所寫的书「微分方程: 幾何理論」, 我本已具備 manifold, 正交理論 (transversality), 微分拓樸方面的知識, 相信只要再多花一點時間, 將在此領域上有所突破, 這是我的一個例子, 最後終究成功的獲得成果, 寫出了論文。

劉: 其中一項因素是你具備如此的能力。

S: 我想部份是心理上的因素。有些人接觸新的領域把自己視為學生, 我不這樣, 沒有這份耐心。雖然我原先不懂常微分方程, 但我直接從研究文獻著手, 花了一些時間, 逐漸成功地逼近所需瞭解的知識。嘗試以最快速的方法開始進入研究, 雖然常遭遇失敗。以平行並進的方式而非自最底部往上移動, 這其中有很大的差別, 如果你從底部開始, 將花費太多的時間, 我根本不想這樣做。面對新的領域, 不採用學生的學習方式, 從制高點, 和那領域有成就的數學家的高度來幫助學習。

劉: 你是否利用和他人討論的機會, 增加學習效率?

S: 經常是如此。我常進入圖書館, 現在更多是使用網路搜尋資料。我快馬加鞭, 從成千上萬的圖書中找出那些對我學習有幫助的。我翻閱, 並不從頭至尾閱讀, 只找出需要的章節, 尋找刺激思路的方法。我沒有學生擁有的時間, 因此盡量利用手邊所掌握的參考資料。為了瞭解生物、學習理論等其他領域的知識, 我參考其他數學學者將別的領域知識已融入的資料, 而非該領域學者所寫的原始資料, 這樣很快就可以進入狀況了。

劉: 你學習和閱讀許多東西而選出一些有用的部份?

S: 不錯, 許多我工作的領域我並非全盤皆通, 太多的知識與現象, 而人的時間卻是有限 (生也有涯, 學也無涯, 劉註)。因為研究學習理論, 我學了機率和統計, 但仍有許多機率和統計的支領域我是一點都不懂的。我告訴統計學者不要認為我什麼都知道, 有些部份我相當瞭解可以提出恰當的問題, 但有些即使領域相當靠近的統計知識我卻很陌生。我採用這樣的學習方

式可以節省大量的時間。我也經常藉由和他人討論的方式學習，在討論的過程中，有時別人可能比我學到的更多，相互受惠。Dennis Sullivan 和別人討論遠多於他自己去閱讀，這是他尋求資料的方法，我介於中間，閱讀和討論兩者皆有。

尤：你如何將和別人討論之中得到的資訊內化為你研究問題的動機與看待問題的直覺？

S：我首先嘗試看看有那些重要問題可能可以解決。先作些假設，逐步逼近，大多數時間發現並不能奏效，必須作調整。當學生要求給他們某些問題作，我試著找一些大約花一星期有機會想出部份結果的問題。我針對特殊情況作一些講解，吸引他們的興趣在短時間內有新的結果，這是我的哲學，希望驚喜能不斷出現，雖然其實並非經常如此順利。我嘗試讓學生能即時進入狀況，有一些成就感，我自己亦是如此，希望回收能儘早實現。

劉：換句話說，你並不建議學生使用非常艱難的方法去找答案。

S：正是如此，但有時候學生會遇到狀況，需要多學一些解決問題的方法。

劉：但你的本意並非讓學生先花很多時間學習再作問題？

S：對，你說到重點。事實上如果需要半年以上長時間的學習，而之前完全不能進行任何研究工作的領域，我並不會投入。我也不會用如此的方式去指導學生。

劉：愈來愈多的人重視數學，選修高等微積分和實分析。誠如你所說的，數學可提昇研究能力，你是否曾思考過大學的數學教育？

S：我思考過，但情況比較類似我們所說“掛在天空中的餅”。我對數學教育有所批評，和一般從事數學或數學教育的學者從一些完全不同的觀點來看問題。我覺得大學一、二年級的數學課程需要改進。談到微積分，我自己就修得很糟，我的工作經常在微積分上出錯。這門課內容不夠寬廣。和其他領域的教科書作比較，經濟學有很好的教科書，由 Paul Samuelson 編寫，涵蓋所有經濟的基本知識。物理有 Feynman 的講稿介紹物理的基本知識。數學課程一年級學生修微積分沒有整體方向，不知學微積分的動機何在？教學生如何如運算、解題等技巧但缺乏啟發性。我的想法是有一門課，讓學生對數學領域有整體的概念和圖像，類似 Feynman 的物理講稿，廣泛而且略帶深入的介紹高等數學，不是只談微積分而是數學整個領域。一整年的課涵蓋所有基本而重要的數學主題與概念，並且說明彼此之間的關聯性。對我而言這會是一門很棒的課。我曾說如此的想法雖然很好，但實行上並不容易，像“掛在天空中的餅”。這樣的課程需要一個團隊的人來寫教科書，它像是設計一件浩大的工程，需要很多的討論、協調才能完成。內容涵蓋所有最基本的知識，線性代數、數論、代數學中 Galois 理論，可能只是概念性的介紹，Hilbert 空間中一些簡單的性質，以向量內積空間為主，排除牽涉艱難之技巧層面。

劉：例如，不要討論可測函數？

S：對，不要花時間在可測函數，可以談些機率。這樣涵蓋所有基本知識的數學課就如同 Samuelson 的書或 Feynman 的講稿，會很具有啟發性。可以把許多相關的問題融入微積分的

教學，不要只偏重解題，要讓學生對數學有實質的感受，整體的效應。一般微積分的課程只將重心放在計算面積、體積等幾何問題，我想到這個就生氣，還有求極大或極小值等最佳化問題。課本都是如此編寫的。應該談一些常微分方程的概念，介紹 Van del pol equation 的幾何性質，安排成一門一整年的課程。

劉：這樣的課似乎超出三學分。

S：四學分沒有問題，教法上要有效率，不拖泥帶水，讓學生瞭解許多概念，無關基礎的內容不要放進去。

劉：不要花時間在 $\epsilon - \delta$ 的證明嗎？

S：需要時點到即可。你看研究生的分析課也面臨同樣的問題。許多課題，如拓樸學等各別分開來講，沒有讓學生對基礎的知識有整體的感受。Serge Lang 編寫一本分析的書我很喜歡，其內容涵蓋傅氏分析、譜理論 (spectral theory)、Hilbert 空間以及在此函數空間上之微分、積分。所有這些課題都沒有談到細微末節，但很直接的講述其精義和概念。這樣的精神和理念是我贊同的。有些研究生修了三至四門課才開始進入 spectral 的世界。其實在第一學期就可以開始有接觸。我想寫一本這樣的書，因此和 Morris Hirsch 合寫一本常微分方程的書。有時我覺得接下去第二門課可以寫一本偏微分方程在 Hilbert spaces 的書。理念上嘗試將 Hilbert space 的觀念和性質導入偏微分方程，一學期的課，以線性方程為主。上述所談的是一些課程的想法，有時候我談到一些事情稍微偏離你的問題。

劉：不，不，非常好。但我在想為什為這樣好的想法卻到如今仍未落實？是問題本身有實質性的困難，還是在實行上沒人願意花那樣大的工夫？

S：努力不易再加上某些抗拒的力量所造成，部份是行政上的困難。它所涉及的不只是寫一本書而已，你得花時間精力去企劃讓出版商能賣出這本書，不是坐著寫書期待它發生。因為整個課程重新編排牽涉極廣，你如何說服別人改變教法？我認為 Serge Lang 的分析是本好書，我在柏克萊時曾在課程委員會說服同仁採用為教科書，但成為教科書後教這門課的教授換了人又改用其他的書。我能體會這種情況，因為每個人習慣自己的教學方式，要改變成另一種完全不同的方式有人就會產生抗拒。這需要許多努力才可能完成，所以我比喻為“掛在天空中的餅”。

劉：真實的世界就是如此。

S：是的，包括我自己也一樣。當我教一門課別人告訴我一些很好的新點子，但要花時間重新準備，作大幅改變，我也可能拒絕。但也有些人願意，所以我們耐心去等，只要付出努力，有人會願意去做。但許多人還需致力於其他事務，我不會責備這些人，問題並非責難他人，而是等待有心人去做。多數人不願改變教書的語言，通常需要長時間才有可能落實。

劉：是否可告訴我們你遇到過的數學家或科學家所發生的一些小故事？

S : 我最近寫了一篇 Shannon theory 的 paper 刊登在 American Mathematical Society Bulletin, 獻給一位已過世的好友 René Thom。他對十九世紀的數學, 複變數分析無法接受, 他曾生氣的說十九世紀在數學上是倒退的, 這樣類似的評論。在獻辭中, 我說雖然有些事因看法不同而引起爭論, 但彼此的好勝和競爭令我珍惜。對 Catastrophe theory 的看法我們之間也有重大衝突。他曾是我的好朋友和支持者, 也因此彼此之間產生相當多的摩擦, 和 Chris Zeeman 也有, 他們都是能力很強的人。

劉: 我曾閱讀過這段故事, 那是 1970 年間發生的事, 到現在已經相當長的時間。

S : 通常我和他人並無衝突, 偶爾發生而已。

劉: 是否有些令你驚訝或很美, 感觸很深的事情?

S : 雖然心中不存在偶像, 但我心存感激看到有人完成令人欣喜和振奮的研究工作, 包括能欣賞許多美好的數學。最近義大利有一群人從事 learning theory 的研究寄給我一份尚未刊登發表的論文。針對我和 Felipe Cucker 三年前所發展出的理論, 此論文中有些新的改進, 我覺得相當不錯。有一位同仁審查此論文, 認為不值刊登, 我心中不以為然, 告訴他這篇論文贊同我們以往所得到的成果。

這類的事情並非每年發生, 那是去年的事, 以往的都忘了。我在唸研究所時遇到一位很聰明的研究生, 有一個問題開始時我獨自去作, 他後來加入很快就進入狀況, 令我印象深刻。我們一起合寫了一篇論文, 那是唸研究所的時候, 現在這種情況比較普遍, 以往很少發生。

劉: 你的數學人生是很豐盛的。目前你在芝加哥豐田中心 (Toyota Tech. Inst.), 請你簡短描述它的特性和你計劃做什麼?

S : 它是資訊科學的研究所, 雖然有三位學生, 研究比重遠超過教學。我的工作是協助建立一個研究中心, 以 learning theory 為主, 並未完全涵蓋廣泛的資訊領域。期望有一個場所讓全世界的研究人員可以共襄勝舉。我的目標是成立一個全球性的中心研究資訊和數學相關的現象, 我將大量的努力和心血投入其中。

劉: 太好了, 謝謝你。

—本文訪問人劉太平任職於中央研究院數學所, 尤釋賢任教於香港城市大學; 整理者陳兆年任教於國立彰化師大數學系, 現為中央研究院數學所訪問學人 —