談誘因理論的數學

鄭學成 原著　　童曉虎・郭淑芬 翻譯

在一部重大的經濟思想歷史研究的書中, 熊彼得 (1954) 從未提及 "誘因" 這個字。在他那個時代裡, 經濟學家所專注的, 是如何在理想的市場環境中, 爲製成的商品發展一套價值理論。當時, 雇用工人的工資, 本質上, 被視爲是商品的價格。勞動力也被視爲一般的商品。

現今, 許多經濟學家認爲, 誘因可能是經濟學中最重要的概念。所謂經濟發展和經濟成長, 不過就是「如何刺激人們努力工作, 製造出優良的產品」。勞動生產力是現代經濟理論的主要議題。

在大部份先進的經濟體系中, 勞工成本佔了國家收入的三分之二。整個趨勢是, 技術勞工的成本慢慢提高, 而製成商品的價格逐漸下降。例如, 以實際價格來看, 蛋的成本多年來穩定的下滑。許多工業材料也有同樣的趨勢。同時, 我們也看到, 教育和醫療服務的成本快速地攀升。

十八世紀末、十九世紀初, 發生了一個衆所周知的故事, 當時兩家公司 — 哈得遜海灣公司 (Hudson's Bay Company, HBC) 和西北公司 (Northwest Company) 之間競爭的故事說明了, 好的誘因如何勝過惡劣的競爭環境。直到今天, 哈得遜海灣公司還存在。這是世界上歷史最悠久而仍持續它原來經營路線的商業團體, 是加拿大最大的不動產公司, 旗下擁有最大的百貨公司連鎖店。它當初是得到英國國王查理士二世的授權面, 而於 1670 成立的聯合股票公司。該項授權授予該公司在哈得遜灣流域所有陸地上的專屬貿易權。專屬的範圍, 總計比十五個大英帝國還大。如今, 西北公司已不復存在, 它曾是哈得遜公司在皮毛交易生意上的競爭對手。哈得遜海灣公司因爲得以最低的成本運輸, 壟斷了主要的貿易路線, 其優勢幾乎無人能出其右。西北公司則必需仰賴獨木舟商隊, 在偏遠帶有敵意的環境下營運; 也造成貨物運送嚴重的延遲, 無法按時交貨。但是, 它爲員工所提供的工作動機和辛勤工作的誘因較強: 員工可以直接和顧客進行交易; 而爲了改善營運狀況, 他們所得的利益均分, 彼此交換資訊並制訂對策以改善營運。相形之下, 哈得遜海灣公司的員工, 都待在舒適的交易站和工廠裡, 公司與土著交易則仰賴中間商人。而他們的營運政策, 是由對當地狀況一無所悉在倫敦的人所制訂的。領的是一成不變的薪水, 也就沒有多做工的動機。結果是哈得遜無法在市場中競爭。而西北公司則獲得了將近百分之八十的貿易量, 獲利豐碩; 哈得遜海灣公司則賠了錢。詳細內容, 請參見彼得・紐曼 (Peter Newman) 的 "Company of Adventures and Caesars of the Wilderness (1988)"。

在這篇論文裡, 我們會說明誘因理論某些與數學有關聯的有趣面相, 其中充滿有趣的數學成份。我們以 "主" (principal) 代表一個雇用其他人來將計劃付諸實行或提供服務的人。例如,

“主” 可以是一家汽車修理廠的老闆, 她雇用員工爲顧客修理車子。我們稱這些受雇者爲 “從” (agent), 即員工或夥計。在現代社會中, 這是最典型的組織型態: 將所有權與經營區分開來。老闆制訂薪資政策提供獎懲, 員工依此採取因應之道, 從而影響公司獲利的多寡。我們會將這種組織型態與合夥關係的組織型態做一比較。在合夥關係之下, 每個人都擁有公司的股份, 同時也有一份工作上的責任。這些合夥人共同制定公司收入分配的辦法。直覺上, 你會認爲, 合夥的組織架構, 誘因方面可能有比較嚴重的問題。理由是, 合夥人可能會發現, 只要他的作爲不致引起公司收益分配的重大改變, 那麼做得越少對他就越有利。這就是所謂的 “免費搭便車者” (free rider) 的問題。我們將把這些觀念以理論化的公式呈現出來, 並且檢討: 如何才能引導員工發揮最大的工作力的問題。在我們的分析裡, 我們將略去風險分擔方面的因素。一個人之所以會成爲老闆, 而另一個人卻成爲員工的理由是, 前者比後者有較多的財務資源, 並且比較能承擔與該計畫相關的各種風險。也因此, 傾向於制訂一份風險較低的薪資合約, 使得老闆負起大部份收入變化的責任。這裡我們略去這方面的考量, 將問題集中在爲了提升效率的誘因上。另一個簡化是在參與的決策方面。我們假定, 只要該計畫的淨收入並非負數, 那麼員工就會接受這樣一份薪資合約。不考慮外來可能的因素。

第一節, 我們以一個員工和一紙視員工表現做權宜變動的薪資合同, 在沒有生產不確定因素的情況下, 解釋有效行動和誘因設計的概念。第二節, 我們描繪在生產不確定因素情況下的模式。這種情況下員工的表現改變產量或然率的分布, 其中沒有成功的保證。甚至, 即使員工做了最大的努力也會有失敗的可能。因爲老闆看不到員工努力的實況, 而收入的不確定性, 使得老闆更難設計出能減少道德危險問題的誘因。我們也會解釋, 在不確定性情況下隨機行爲的概念, 並舉了一個對老闆最有利的合約爲例。第三節, 我們討論在一個老闆雇用許多員工的情形要如何來釐定問題。在這個架構下, 我們定義效率, 以及 Nash 平衡的概念。所謂有效的誘因是能誘發員工們實現最有效率行動的薪資合同。這個老闆需要設計出一份薪資合同, 能讓每個員工都能實現有效率的行動而達到 Nash 平衡。這三節中, 主要的訊息是做爲老闆總是可以設計出一份薪資合同, 能讓所有員工都願意採取最有效率的行動, 同時也讓老闆能由該計畫獲取所有的盈餘。老闆是淨收入的最大受益者。員工能在激勵之下將計畫以最佳效率實現, 而老闆也無須整日盯住員工, 催促他們工作。

我們接著在第四節探討合夥關係的誘因問題。這裡沒有老闆, 每個人都是員工。薪資合同變成收益分配的規則。由合夥人共同規劃出讓大家都願意採行有效率行動的收益分配規則。因爲沒有老闆, 收益分配規則受到一個限制: 所有的收益分配都必需來自實際的總收益。而且不允許外來的融資。對於對微積分有一些瞭解的人, 我們以一個簡單的微積分論述來顯示爲什麼在合夥關係中, 有效率誘因的設計會存在嚴重的問題。只有損失部份效率才能提供誘因。這個分析是在沒有生產不確定之情況下進行的。對於不具備微積分基礎知識的人, 我們也舉了一個在生產不確定性情況下的簡單例子。該例顯示了有效率誘因的設計是不可能的。當然, 這只是個例

子, 無法像微積分的論述得到誘因設計不可能的力證。然而這樣的信息應該是很淸楚的。在合夥關係中有效率誘因的設計存在著嚴重的問題。我們所用的平衡概念也是 Nash equilibrium。

第五節, 我們接著提出下面的問題: 什麼是有效率誘因存在所需要的條件? 我們只在離散模式下回答這個問題。連續模式與微積分方法有關, 答案比較複雜。請參見我 2001年發表的論文 (Cheng 2001)。我們需要的條件稱爲無盈餘條件。我們以直觀的論述來說明爲何需要這個條件, 以及爲什麼這樣就足以解決有效率誘因的問題。證明可參見我上述 2001年的論文。我們將這個條件應用在第四節的第二個例子, 用來說明, 無盈餘條件如何能完全地適用到那個例子。數學分析的威力, 可將簡單的直覺轉換成對誘因分析極其有用的定理, 在此完全展現出來。

我們這裡所做的分析, 在其它情況下也相當有用。要瞭解組織設計問題較一般性的背景, 請見 Alchian, A 和 D. Demsetz 1972 所發表的論文, 以及 Paul Milgrom 和 John Roberts (1992) 所寫的非常有用的書。若想看看誘因理論應用於公共決策制訂的問題, 則請參見 Jackson, M. 和 H. Moulin 1992 的論文; 應用於 repeated games 理論, 則請見 Cheng 2000年的論文。

第一節 個別的誘因

假定一名員工可能採取的行動很多, 以 A 表示這些可能的行動所成的集合, 它或者是幾個有限的行動, 或者是代表決策制訂參數的實數區間 (an interval of numbers)。當員工選擇 A 一系列行動中之 a 時, 就以函數 $y = f(a)$ 來表示其所產生的收入。員工採取不同的行動, 需要支付不同的成本。該成本可以是採取該行動時所遭遇的不快之等值金錢。它也可能是一種情況: 員工在預期可以分得部分的收入下負責付出執行成本。我們以 $v(a)$ 來表示成本函數。我們假定, 所有的 a 行動都是 $v(a) > 0$, 這樣一來, 執行任何一個行動時都會有一個眞正的成本。如果, 這是個一人公司, 所採取最好的行動便是, 在 A 中能將淨獲利函數 $f(a) - v(a)$ 強化到最大值的行動, 我們以 a^* 代表這個行動。如果是一個老闆, 和員工簽訂契約執行工作, 而收入 y 由老闆與該員工以某種方式進行分配, 那麼老闆仍希望員工能選擇 a^* 這個行動。這是因爲採取 a^* 這個行動得以提供他們分配的餅最大。不必知道收益分配的辦法, 餅都是越大越好。我們稱, a^* 爲一個有效率的行動。雖然, 由員工個人負責 $v(a)$ 這項成本, 但他也可以拒絕這個合同, 除非他在採取 a 行動時至少可得到 $v(a)$ 的收益。因此, 這塊餅眞正的大小, 不是 $y = f(a)$, 而是 $f(a) - v(a)$。在我們的分析中, 我們訂了一個規則: 員工會接受該合約, 若且唯若當他訂了合約, 並採取最好的行動, 所獲得的淨收益至少是 0。以 $y^* = f(a^*)$ 表示該有效率行動所得的收益。

我們假定, 老闆無法得知員工所採取的行動爲何, 而收入所得付給員工的薪水, 只能依收益的多寡而定。當收益是 y 時, 以 $s(y)$ 代表付給員工的合約薪資。若依合約條款, 員工會採取使 $s(f(a)) - v(a)$ 達到最大値的 a 行動。以數學來描述老闆在設計合約條款中 $s(y)$ 時所面

對的問題, 就是在 $s(f(a))-v(a) \leq s(f(a^*))-v(a^*)\ \forall a \in \mathrm{A}$ 的條件下, 如何使 $(y-s(y))$ 得到最大值的最佳化問題。

我們假定, $f(a)$ 和 $v(a)$ 這兩個函數是衆所周知。這是可以以直覺解答的一個非常簡單的問題。該老闆提出的合約條款爲

$$s(y)=\begin{cases} v(a^*) & \text{if } y \geq y^* \\ 0 & \text{if } y < y^* \end{cases}$$

當員工接受了這個合同, 他採取 a^* 這個行動是最好的。任何會造成小於 y^* 結果的行動都不是所要的, 因爲在這種情況下, 員工拿不到薪水。而如果員工所採取的行動, 使得結果增加到大於 y^*, 淨收入就會變成負數。選擇 a^* 行動, 員工所得的淨利爲 0。因此, 這是最佳的行動選擇。在這個情況下, 老闆得到全部盈餘 $y^*-v(a^*)$。老闆可以增加一些額外獎金, 對員工來講更具吸引力。結論是, 在這份最佳化的合約裡, 老闆不需要監視員工的行動, 就得到全部或大部份盈餘。一份訂得好的合同, 可以誘發員工接受它, 並且拿出有效行動, 同時, 老闆可以得到所有的盈餘。

第二節 生產的不確定性

當所產生的收入有著不確定性時, 這個問題變得更有趣了。而這也是眞實世界的情況。有太多超出員工所能控制的因素會影響收入的變動。爲了描述這種不確定性, 以 Y 代表可能實現的收益所成的有限集合。現在員工的每一個 a 行動, 都會相應 Y 的或然率分配。我們將 Y 中的元素編上指數, 成爲 $y_1<y_2<\cdots<y_k$。以 $\pi_k(a)$ 爲當員工選擇 a 行動時 y_k 發生的或然率。假定老闆和員工兩造都不擔心風險問題, 而且他們的目標都是要取得淨收益的最大期望值。以 $E(a)$ 表示收益的期望值 $\sum_{k=1}^K \pi_k(a)y_k$。有效率的行動指的是使 $E(a)-v(a)$ 強化到最大值的行動 a。以 $S_k=S(y_k)$ 表示當收入爲 y_k 時, 付給員工的薪水。在這個合約薪水 S_k, 員工會採取一個能使 $\sum_{k=1}^K \pi_k(a)S_k-v(a)$ 達到最大值的行動。

在不確定的情況下, 員工考慮隨機行動也是有道理的。所謂隨機行動是在 A 上的或然率分配。隨機行動在賽局理論 (game theory) 中的術語, 叫做 "混合策略"。我們以 α 代表一個混合策略, 而 $\alpha(a)$ 是採取行動 a 的或然率。我們使用這些記號, 就如同 A 是有限的集合。混合策略可能會使老闆對於員工的行動更感到困惑。當員工選擇了混合策略 α, 所得到的收益或然率分配是 $\pi(\alpha)=\sum_{a\in A}\alpha(a)\pi(a)$, 而成本是 $v(\alpha)=\sum_{a\in A}\alpha(a)v(a)$。員工最好的混合策略, 應是一個能使 $\sum_{k=1}^K \pi_k(\alpha)S_k-v(\alpha)$ 強化到最大值的行動。老闆的課題是選擇 S_k, 使得 $\sum_{k=1}^K \pi_k(a^*)(y_k-S_k)$ 在 (1) $\sum_{k=1}^K \pi_k(\alpha)S_k-v(\alpha) \leq \sum_{k=1}^K \pi_k(a^*)S_k-v(a^*)$ 對所有 α 成立的條件下達到最大值。

我們想問的第一個問題是: 是不是有一種合約, 能誘導員工採取 a^* 這個有效率行動, 而使條件 (1) 成立滿足? 第二個問題是:「是否老闆可以設計一種合約, 在激勵員工採取 a^* 這個有效行動的同時, 所有的盈餘都歸於老闆?」

這些問題有一個簡單的答案。我們得到的答案和在確定的情況下一樣。對於老闆而言, 的確有最佳的合約, 既能得到所有的盈餘, 也能誘發員工採取有效行動。我們會舉一個簡單的數值例子 (numerical example), 讓這個問題容易瞭解些。

假設有兩個可能的產值, 高生產量 $y_h = 100$ (代表成功) 或低生產量 $y_l = 0$ (代表失敗)。A 這組行動裡有兩個可能的行動: 認眞工作或最少的努力。當員工賣力工作時, 成功的或然率是七十五個百分點。當員工投入最少的努力時, 成功的或然率就只有二十五個百分點。分別以 v (認眞工作) $= 10$ 和 v (最少的努力) $= 0$ 代表成本函數。

我們想知道, 那一個行動才是有效率行動。我們以每一種可能的行動, 去計算期望的淨收益, 而能產生最高期望淨收益的行動, 就是有效率行動。我們得到

$$\begin{aligned} E\ (\text{認眞工作}) &= .75 \times 100 + .25 \times 0 = 75 \\ E\ (\text{最少的努力}) &= .25 \times 100 + .75 \times 0 = 25 \end{aligned}$$

因此, 當員工賣力工作時, 淨收益的期望值是 $75 - 10 = 65$, 而不認眞工作時, 所產生的的淨收益期望值則爲 $25 - 0 = 25$。所以, "認眞工作" 是有效率行動。以下我們舉證一個合約, 雖然合約中所有的盈餘都給了老闆, 但員工受到激勵, 採取了有效率行動, 如果計畫成功, 老闆會付給員工 35, 但是如果失敗了, 員工則得付 65 給老闆, 或者用我們稍早用的記號表示

$$s\ (\text{高生產量}) = 35, \quad s\ (\text{低生產量}) = -65$$

現在員工以預期的薪水扣掉成本, 取其最大值。當員工賣力工作時, 他所獲得的淨收益是 $.75 \times 35 + .25 \times (-65) - 10 = 0$。相反地, 如果他不認眞工作, 他所獲得的就變成 $.25 \times 35 + .75 \times (-65) - 0 = -40$。因此, 員工最好是認眞工作。員工得到的淨收益爲 0, 所以全部的盈餘都歸老闆。

第三節 好多個員工

現在我們讓老闆僱用很多員工。以 n 表示員工的數量。就像上一部份一樣, 生產是不確定的。現在每一個員工 i 都有一組行動 A_i。收益分配是由所有員工採取的聯合行動 $a = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$ 來決定。y 的或然率仍以 $\pi_k(a)$ 表示。每一個員工都有一個以 $v_i(a_i)$ 表示的成本函數。一個有效率的聯合行動 a^* 就是可以將 $E(a) - \sum_{i=1}^{n} v_i(a_i)$ 強化到最大值的行動。收益分配規則現在以 S_{ik} 來表示; 這是當得到 y_k 收益時, 付給員工 i 的薪水。員工 i 的混合策略以 α_i 表示。和前面類似以 $v_i(\alpha_i)$ 來表示的 α_i 之成本。假設 α_i 的或然率分配是彼此獨立的, 這樣一來, 由聯合策略 $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ 所產生的在 Y 上有一個或然率分配 $\pi(\alpha)$。我們利用 α_{-i} 來表示除了 i 之外所有員工的聯合策略, 所以 α 可以寫成 (α_i, α_{-i})。給定收益分配規則之後, 每一個員

工會選擇策略 α_i, 以求得經由 $\sum_{k=1}^{K} S_{ik}\pi_k(\alpha_i, \alpha_{-i}) - v_i(\alpha_i)$ 這個公式所得的, 他自己淨收益的最大期望值。

我們說, α 是一個 Nash 平衡 (Nash equilibrium), 如果在其他員工選擇 α_{-i} 的策略時, α_i 是 i 員工的最佳選擇 $i = 1, \ldots, n$。老闆想找出收益分配規則 S_{ik}, 使得有效率行動 a^* 就是一個 Nash equilibrium, 同時老闆可以獲得他收益的最大期望值 $\sum_{k=1}^{K}(y_k - \sum_1^n S_{ik})\pi_k(a^*)$。

在描述了以上多個員工的行爲後, 我們可以問下面的問題: 眞有一個收益分配規則 S_{ik}, 可以誘發員工採取 a^* 這個有效率行動嗎? 老闆眞的可以設計出一個「能使得員工受到激勵而採取有效行動, 而同時又可將所有的盈餘歸於老闆所有」的收益分配規則嗎? 這兩個問題的答案仍是肯定的。在較複雜的環境下, 我們得到了相同的結果。事實上這個結果相當容易證明。細心的讀者應該能夠證明。讓 $t_i = E(a^*) - v_i(a_i^*)$, 並且定義 $S_{ik} = y_k - t_i$, 則這個收益分配原則滿足上述所有的要求。

第四節 合夥關係的誘因

現在我們來看看「將從事聯合生產的人, 以合夥的關係組織起來」的情況。我們先考慮「在沒有不確定因素時兩個合夥人」的情況。兩個人一起參與決策的制訂, 兩人都對收益有所影響。他們同意 $S_i(y)$ 的收益分配規則, $y = S_1(y) + S_2(y)$。我們想問的問題是: 是否有有效益的收益分配規則? 在目前的討論中, 我們假定 $A_i = [0, 1]$。當 $a_i = 1$ 時, 代表做了最大的努力; 而當 $a_i = 0$ 時, 則表示努力的程度最小。這是一種連續行動的模式, 而不是離散行動的模式。讓生產函數 y 爲 $f(a_1, a_2)$, 而成本函數爲 $v_1(a_1)$, $v_2(a_2)$。如果你懂得微積分, 那麼以下這個簡單的例子和論點, 應該能讓你相信, 合夥關係很可能沒有最佳效率誘因。讓 $y = f(a_1, a_2) = 1.5 + 0.5a_1 + 0.5a_2$, $v_i(a_i) = 0.5a_i^2$。有效率行動 (a_1^*, a_2^*), 使 $f(a_1, a_2) - v_1(a_1) - v_2(a_2)$ 強化到最大值。對 a_1 做偏微, 我們得到 $a_i^* = 0.5$。因此, 兩位合夥人都選擇 $a_i = 0.5$ 是最有效率的行動。我們想問的是: 那麼是否存在收益分配規則 $s_i(y)$, 能讓每一個合夥人都有意願採取 $a_i^* = 0.5$ 這樣的行動?

如果收益分配規則是, 兩個合夥人平分收益, 那麼, 每一個都會選 a_i 以得到 $0.5(1.5 + 0.5a_1 + 0.5a_2) - 0.5a_i^2$ 的最大值。很容易就可確定 $a_i = 0.25$ 是每一個合夥人的最佳行動。因此, 兩個合夥人都將付出比最有效行動爲少的努力。可以證明一般情形中, 能導致有效結果的收益分配規則並不存在。這就是 Holmstrom (1982) 著名的結果。

下面是更一般性的論點。讓我們來看看每一個合夥人的最大化的問題。合夥人 i 取 $S_i(y) - 0.5a_i^2 = S_i(1.5 + 0.5a_1 + 0.5a_2) - 0.5a_i^2$ 的最大值 $a_i = 0.5$ 時。假定有效誘因是在 $a_i = 0.5$ 時。我們有第一階的條件

$$0.5S_1'(y) - a_1 = 0 \quad \text{及} \quad 0.5S_2'(y) - a_2 = 0$$

我們得到

$$S_1'(y) = 2a_1 = 1, \quad S_2'(y) = 2a_2 = 1$$

將這兩個方程式總結起來, 得到

$$S_1'(y) + S_2'(y) = 2 \tag{2}$$

但是, 預算限制是 $S_1(y) + S_2(y) = y$。當我們對 y 微分, 我們得到 $S_1'(y) + S_2'(y) = 1$; 這個方程式和上面的方程式 (2) 互相矛盾 (牴觸)。這個矛盾說明, a^* 這個行動並無有效的誘因存在。注意到, 這個論點對於一般的函數 $f(a_1, a_2)$, $v_i(a_i)$ 都是可行的。它也適用於合夥人較多的情況。這是相當普遍的 "不可能存在..." 的結果。

當有了生產的不確定性, 這整個情形就更複雜了。對我們而言, 考慮一個「簡單、而其中不可能有最佳效率誘因存在」的例子就夠了。在這個例子裡面, 不需要用到微積分的方法。這是兩個合夥人會採取兩種可能行動的離散模式; 其中有兩種可能的生產值: $y = 0$ 或 12, 以及兩種努力的程度: $a_i = 0$ 或 1。兩個合夥人都有成本函數 $v(0) = 0$, $v(1) = 3$。當聯合行動是 (1,1), (1,0), (0,1), (0,0) 時, 得到的高生產量的或然率, 分別是 2/3, 1/3, 1/3, 0。很容易得到: $a^* = (1,1)$ 是淨收益期望值 $E(a^*) - 2v(1) = 8 - 6 = 2$ 的最佳效率聯合行動。我們想知道是否可能設計出收益分配規則, 使得每一個合夥人都會選擇有效的行動 $a_i = 1$。讓 S_{ih}, S_{1l}, S_{2h}, S_{2l} 代表在生產量分別是高 (h) 或低 (l) 時, 合夥人的收益分配規則。因此, 我們要找的是以下線性等式與不等式系統的答案 S_{ih}, S_{il}

$$\begin{aligned} &\frac{2}{3}S_{1h} + \frac{1}{3}S_{1l} - 3 \geq \frac{1}{3}S_{1h} + \frac{2}{3}S_{1l} - 0 \\ &\frac{2}{3}S_{2h} + \frac{1}{3}S_{2l} - 3 \geq \frac{1}{3}S_{2h} + \frac{2}{3}S_{2l} - 0 \\ &\quad S_{1h} + S_{2h} = 12 \\ &\quad S_{1l} + S_{2l} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

假如上面這個系統有答案, 我們就能簡化 (3) 中前面的兩個不等式。我們得到

$$S_{1h} - S_{1l} \geq 9, \quad S_{2h} - S_{2l} \geq 9 \tag{4}$$

將 (4) 的兩個不等式相加, 我們得到

$$S_{1h} + S_{2h} - S_{1l} - S_{2l} \geq 18 \tag{5}$$

現在應用預算條件 $S_{1h}+S_{2h}=12$, $S_{1l}+S_{2l}=0$, 並代入 (5) 的公式裡, 我們看到矛盾發生了

$$12 - 0 \geq 18$$

因此, 不存在任何有效率的收益分配規則。

實際上, 可以透過一個較複雜的論證來證明: 任何一個由控制收益分配規則後所得到的 Nash equilibrium, 其淨收益最大值爲 1。而有效聯合行動所產生的淨收益爲 2。因此效益的損失是全部總額的一半。

第五節 必要且充份的條件

上節的例子產生了一個有趣的問題。一般來說, 你如何知道, 是否可能「設計一個收益分配規則 (或是誘因合同), 而使得這些合夥人都採取所需的聯合行動 a^*」呢? 就離散模式而言, 有一個非常簡單而直觀的條件, 它對於收益分配規則的存在而言, 既是必要且是充份的條件。

瞭解這個條件最簡單的方法, 是去檢視生產無不確定性的情況。假定全部的收益 $y = f(a_1, a_2)$ 是完全由兩個合夥人的聯合行動 a_1, a_2 所決定。讓 $y^* = f(a_1^*, a_2^*)$ 爲在設計誘因時所想達到的最佳效率產量。讓 $v_i(a_i)$ 爲合夥人 i 所採取的 a_i 行動的成本。如果得到不同的產值 $y < y^*$, 那麼可能是由兩個合夥人中任意一人造成的。因爲我們沒辦法觀察到他們的行動爲何, 所以, 我們所提供的誘因, 應該是能有效防止任一個合夥人採取偏差的行動。達到這個目的的充分必要條件是產量 $y^* - y$, 多於因較不努力所節省的全部成本。例如, 如果產量減少了五個單位, 而因從 a_i^* 偏離到 a_i 使得第一個合夥人的成本降低了二個單位, 也減低了第二個合夥人 2.5 個單位的成本, 我們就可爲產量 y 定義其收益分配爲 $S_1(y) = S_1(y^*) - 2.25$, $S_2(y) = S_2(y^*) - 2.75$。全部的收益分給二人, 這樣, 不會有合夥人願意脫軌到 a_i, 因爲這樣的脫序行爲, 在這樣的收益分配規則之下, 得到的是較低的淨收益。當產量的減少大於因爲脫序所可能得到的成本節省時, 就有足夠的罰則可資運用以防範任一個合夥人脫序。這個條件直覺上很清楚的應該就是存在最佳效率分配規則所需要的。我們稱這個條件爲無盈餘條件, 因爲在脫序的情況下, 所產生的全部淨盈餘 $v_1(a_1^*) - v_1(a_1) + v_2(a_2^*) - v_2(a_2) - (y^* - y)$ 爲負數。這裡要注意的是, 只有在不能區分的脫序行爲 a_1, a_2 時, 才需要無盈餘條件。沒有辦法區分是因爲, 當行動無法觀察時, 兩種脫序行爲得到的產量相同, 並且無法區別。假如 a_1, a_2 得到不同的產值, 就不需要這些條件了。

實際上, 讓人驚奇的是, 相同的觀念, 在隨機 (或不確定生產) 環境下有一個非常普遍性的表達方式, 而且這個條件在隨機環境中也是最佳效率誘因存在的充分必要條件。如果, 由合夥人一二分別的脫序行爲 α_1, α_2 所導致的產量分配是一樣的, 我們稱 α_1, α_2 爲無法區別的脫軌。讓 E' 代表在脫序行爲後共同期望的產量, 而 $E(a^*)$ 爲採取最佳聯合行動之期望產量。讓 $v_i(\alpha_i)$ 爲合夥人 i 採取混合策略 α_i 的預期成本。這個無盈餘條件說的就是, 對於所有沒法區分的脫序行爲, 我們一定有

$$v_1(a_1^*) - v_1(\alpha_1) + v_2(a_2^*) - v_2(\alpha_2) - (E(a^*) - E') \leq 0 \tag{6}$$

如果最佳效率行動 a^* 滿足無盈餘條件, 我們可以證明, 有效誘因是存在的。證明這個結果的方法是一個解決線性不等式系統的標準方式: 樊 定理 (1956)。而證明這條件也是必要條件, 比較容易。請看 Cheng (2001) 的證明。

讓我們來看看, 無盈餘條件, 如何用在上節的第二例子中。假定脫序行爲 α_1, α_2 是不可區分的。讓 p, q 爲在 α_1, α_2 分別採取最佳行動 $a_i = 1$ 的或然率。因爲兩個策略無法區分, 我們必定會得到 $p = q$。合夥人節省的成本分別是 $3(1-p)$, $3(1-q)$。因此, 全部節省的成本是 $6(1-p) = 6(1-q)$。期望產量的減少, 在 $p < 1$ 的情況下是 $2/3 \times 12 - [2/3 \times 12p + 1/2 \times 12(1-p)] = 4(1-p) < 6(1-p)$。當然, 全部節省的成本, 高出預計收益的總減少量。因此, 違反了無盈餘條件, 也就沒有最佳收益分配規則了。

参考文獻

1. Alchian, A. and H. Demsetz (1972), "Production, Information Costs, and Economic Organization," American Economic Review 62, 777-795.
2. Cheng, Harrison (2000), "Folk Theorem with One-sided Moral Hazard: Necessary and Sufficient Conditions", Review of Economic Dynamics, special issue on Dynamic Games, Volume No.3, 338-363, 2000.
3. Cheng, Harrison (2001), "Partnership Efficiency and the No Surplus Condition", Department of Economics, University of Southern California, Los Angeles, CA, U.S.A.
4. Holmström, Bengt (1982), "Moral Hazard in Teams," *Bell Journal of Economics* 13: 324-40.
5. Jackson, M. and H. Moulin (1992), "Implementing a Public Project and Distributing Its Cost," Journal of Economic Theory 57, 125-140.
6. Milgrom, Paul and John Roberts (1992), *Economics, Organization, and Management*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
7. Newman, Peter, *Company of Adventurers and Caesars of the Wilderness* (1988), London, New York and Toronto, Penguin Books.
8. Schumpeter, J. (1954), History of Economic Analysis, Oxford University Press, Oxford.

—本文原著者任教於美國南加州大學經濟學系, 翻譯者任職於中央研究院數學所—