

探求「無限」奧秘的數學家 —— Srinivasa Ramanujan (下)

顏一清

5. 赴英

Ramanujan 在一群人的歡送下搭英印航線新油輪 Nevasa 離開印度。船在 4 月 14 日抵達 Themes 河口。

已經回英的 Neville 與他的哥哥駕車接 Ramanujan 到倫敦的印度學生接待中心。到 Cambridge 報到後 Ramanujan 暫住在附近的 Neville 家。

那時候是四月天，氣候宜人。Ramanujan 常常與 Hardy 見面，也偶而與 Littlewood 見面。Ramanujan 創作多，很用功，也用心。

Ramanujan 也去聽 Hardy 的課與 Arthur Berry 的“Elliptic Integrals”。Berry 問 Ramanujan:「可以跟得上嗎？」Ramanujan 點點頭。Berry 還問:「想加一些嗎？」Ramanujan 站起來，拿起粉筆寫下 Berry 未證而從來沒有想到的結果。

6 月 Ramanujan 搬離 Neville 家，住進學校宿舍裡。

早先 Ramanujan 認識的只有 Carr 的數學，他離當時的數學有 20 年之遙，有許多待學。事實上 Hardy 也很吃驚 Ramanujan 的數學創意之深與他對數學的無知。

Ramanujan 幾乎天天與 Hardy 見面。Hardy 有 Ramanujan 本人及他的兩本筆記本在身邊，也有許多要學的素材。

波蘭數學家 Polya 曾經訪問過 Hardy，借走 Ramanujan 的筆記本影本。幾天後 Polya 歸還，說他不要看它們，否則會被 Ramanujan 的定理之網迷惑住了，終生想證明它們，而無法有自己的發現。

到了 1913 年 6 月，Ramanujan 只刊出一篇論文：“Modular Equation and approximation to Pi.” (Quarterly Journal of Mathematics)。 π 的表達方式有其他數學家的版本，

但是 Ramanujan 的表達方式收斂得很快，單就第一項便可算出 π 的近似值達第 8 位，成為現今用電腦計算出 π 值的最佳公式。

在印度時 Ramanujan 的數學引來羨慕，但是沒有人能夠真正欣賞，了解他的作品。在英國他找到 Hardy 與 Littlewood 等知己。在 Cambridge 他真的找到他知識的涅槃，雖然在生活上、習慣上他還是格格不入。

1914 年 6 月 28 日奧國太子 Franz Ferdinand 遇刺引發第一次世界大戰，英國在 1914 年 8 月參戰。Cambridge 也受到影響，Corpus Christi College 成為臨時軍官訓練總部，三一學院出名的 Wren (Christoffer Wren, 數學家，倫敦大火後一躍成為很出色的建築家) 大圖書館的迴廊成為露天醫院。許多三一學院的人員去從軍，其中有 Littlewood，他成為皇家近衛砲兵隊中尉，而 Hardy 當年 38 歲，被視為不適合當兵。

Hardy 適當地，不去阻礙 Ramanujan 的創意，也不去吹熄 Ramanujan 的熱誠，加速帶動 Ramanujan 的數學學習能力，Ramanujan 開始懂得什麼是證明，從那以後他的作品，雖然如常獨特，卻多起來，而且像見識廣博的數學家那般了。

畢竟要先有直覺等產生的一些創意，然後使用所有的方法去證實它的真實性，這便是創意成為定理的過程。

對自然產生的數學的本能 Hardy 給自己打 25 分，給 Littlewood 30 分，Hilbert 80 分，而 Ramanujan 則有 100 分！

1915 年 1 月 Cambridge 境內一片黑暗，因為街道、院子裡的瓦斯燈減少許多。到處有傷患，他們傷好了又上戰場。而戰爭沈滯不前。

Ramanujan 在這期間常寫信回去。他少講戰爭，多說他數學上的進展。他很在乎沒有 Janaki 的信。(這是 Ramanujan 的母親作梗的關係，他不讓 Janaki 寫信給她的丈夫)，也在意他論文的出版，他需要別人的肯定。

就這樣，在 1915 年間 Ramanujan 出了 39 篇以上的論文。

Ramanujan 想暫時回印度看看，但是當時戰爭激烈，海上又有德國新發明的潛水艇出沒，它隨時擊沈往返的船隻。Ramanujan 便這樣回不去了。

6. 生病

Ramanujan 在英國沒有母親和太太照料他，卻也學會了烹飪，還蠻得心應手的，曾受到朋友的稱讚。

有一次他的朋友 Chatterji 要結婚了。Ramanujan 邀請 Chatterji 與他的未婚妻來聚餐。當天又多出一個女客人。Ramanujan 上菜，過後問：「還要嗎？」「好!」。再一次問：「還要

嗎?」, Chatterji 說:「要!」兩個女客卻說:「不用了!」, 結果在交談中他們發現 Ramanujan 不見了。Chatterji 跑出去找人, 聽說搭車走了。他們等到 10 點後只有回去。

Chatterji 打聽了 4 天卻沒有 Ramanujan 的消息, 在慌張的第 5 天接到 Ramanujan 從 Oxford 打來的電報問 Chatterji 能不能匯給他 5 磅?

第 2 天 Ramanujan 回 Cambridge, Chatterji 問 Ramanujan 原由。Ramanujan 說那一晚女士們說不再吃傷了他的心, 他不願意再見到他們, 便消失不見。

Ramanujan 有這樣突如其來的自卑感, 就如同 10 年前他遠走 Vizagopanam 一樣。

看來 Ramanujan 好像在英國適應得很好, 事實上他身心上一直在透支: 作數學要用很多精神, 適應英國文化也是很吃力的。而且他又恪守母親的吩咐, 保持純素食。戰時許多食物不能入手, 他就這樣越來越營養不良了。

Ramanujan 的世界是 Hardy, 房間四方牆壁與數學。他有時作數學 30 個小時, 再睡個 20 小時。他的時間表裡不像西方人有運動, 他只有念書。Hardy 又迫得緊。他三餐不定時, 營養不良, 工作過勞, 天氣又冷, 這些使 Ramanujan 的身體受不了。

1917 年春天 Hardy 寫信給 Madras 大學校方, 說 Ramanujan 病了。他們想過送他回去印度治療。但是許多印度醫生在服役, 即使 Ramanujan 回印, 沒法受到妥善的照料, 何況德國潛水艇神出鬼沒, 坐船很危險。

Ramanujan 生病後, 起先在三一學院附近的小醫院療養, 他的病況跟印度方面也接觸過。起先 Ramanujan 對主治醫生充滿信心與希望, 但病情沒有進步, 他就毛躁起來, 想換醫生。Ramanujan 是難惹的病人, 很不合作, Hardy 照顧過他, 知道這一點。

在英療養的兩年當中 Ramanujan 換過 8 個醫生, 5 個療養院。起先他的病被視為胃潰瘍, 後來被診斷為肺病, 當時 (1913-1917) 在英國肺病死亡率還有 17%。

Ramanujan 生病, 心情低劣, 又沒有家信, 起先他家信寫得很勤快, 打算兩年後回去一趟, 但他的母親要他拿到 M. A. 才回去, 又有戰爭, 就回不去了。

有一次家裡要寄包裹給 Ramanujan, Janaki 趁婆婆不在, 塞進一張紙條, 但婆婆回來後發現了, 打開紙條來看, 拒絕寄走紙條。Janaki 很難過, 但一點辦法都沒有。她只有 17 歲, 對方是婆婆, 只好逆來順受。

Janaki 在婆婆家受欺負, 娘家的人也知道, 便藉著 Janaki 的哥哥要結婚為理由把她叫回來。Janaki 只寫過這麼一次信給 Ramanujan: 向他要錢買紗麗在哥哥結婚時穿並且送禮用。Ramanujan 在生病中收到這封信, 他不高興, 認為她不寫信, 一寫來就是要錢, 所以他寄錢外信寫得很冷。

Hardy 經 Ramanujan 透露才知道他的內心世界。但 Hardy 其他事也很忙, 所以只能略表同情而已。

1918年1、2月的一天 Ramanujan 企圖跳軌自殺。算他命大，一個管理員看到他的行徑，趕緊拉警鈴，火車在數尺前停下來。Ramanujan 活著但血跡斑斑。他被逮捕到 Scotland Yard (蘇格蘭方場) Hardy 被通知前來。他渾身解數，發揮他的辯才，想為 Ramanujan 開脫罪名。他還說 Ramanujan 是 F.R.S., F.R.S. 怎麼可以被逮捕？(當時 Hardy 已經替 Ramanujan 申請 F.R.S. 但還沒有結果)。

事實上 Ramanujan 有一陣子沒有家信，生病在療養院得不到他要吃的東西，沒有辦法寫文章，1917 年度的 Trinity 的 Fellowship 落選，這些使他絕望，便要尋短見。

Scotlandyard 的警官沒有被 Hardy 騙倒，可是他們曉得 Ramanujan 將會是知名的數學家，也就釋放了他。「我們不想在他的生命中留下汙點。」，當值的警官後來這麼說。

曾經 Ramanujan 一度也想慢性挨餓來讓自己死掉。Hardy 接信去看他時，被他那副又瘦又弱的形駭嚇著了。

Ramanujan 又回到療養院。1918年3月他收到 Hardy 的電報，他反覆再三地看才了悟到他被選上 Fellow of Royal Society (F.R.S. 皇家院院士)。他是從提出的 104 名中被選上的 15 名之 1! 印度得到這個消息後全印度沸騰起來!

也因為這個消息 Ramanujan 和來英後認識的朋友，印度工程師 Ramalingam 有了連繫，往後這個人多方照顧了他。

家裡知道他要食物後就常寄食物包裹給他，但院方料理不當，Ramanujan 也都沒有胃口。

因 Hardy 不便再出面，就由生病中的 Littlewood 具名爭取 Ramanujan 1918 年秋季的 Trinity Fellowship。有各種歧見，但 Littlewood 說 Ramanujan 已經是 F.R.S., 如果沒有得到 Trinity Fellowship 會成為笑話。這也的確是。這回 Ramanujan 得到 Trinity Fellowship 了。

這些使得 Ramanujan 心情開朗起來，病情大有進展。他跟 Hardy 合作 “Some properties of $p(n)$ the number of partitions”, 即 $p(5m+4) \equiv \text{mod}(5)$, $p(7m+5) \equiv 0 \text{ mod}(7)$ 等。

另一篇論文有兩個恆等式，其一便是

$$1 + \frac{q}{1-q} + \frac{q^4}{(1-q)(1-q^2)} + \frac{q^9}{(1-q)(1-q^2)(1-q^3)} + \dots$$

$$= \frac{1}{(1-q)(1-q^4)(1-q^9)(1-q^{11})(1-q^{14})(1-q^{16})(1-q^{19}) \dots}$$

這兩篇論文在 1918 年 10 月 28 日的 Philosophical Society 的一般會議中被發表出來。再過兩星期的 1918 年 11 月 11 日第一次世界大戰結束。

不久 Cambridge Review 報導說：「在 Market Place 有一場別緻的慶祝晚會，也有跳舞。但是其中的舞者未必都有雙腳...」

戰爭期間劍橋人死亡者有 2162 人，傷者有 3000 人。

1918 年 11 月 26 日 Hardy 寫信給 Madras 大學的 Francis Dewbury 說：「我想，現在該是 Ramanujan 可以回印度的時候了」。的確，Ramanujan 體重增加了，體溫也降下來。

Ramanujan 換到倫敦數哩外郊外的療養院，從倫敦坐車可到。有一次 Hardy 坐計程車去看 Ramanujan，一到達 Hardy 不經意說出：「計程車車號是 1729，這個數字沒意思。」

但是 Ramanujan 接著說：「不，它是很有趣的數字，它是用兩種方法表達成爲兩立方和的數字中最小的。」(即 $1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$ ，而且是這類表達方式中最小的數)。

這不是 Ramanujan 有什麼神通，而是多年來他把觀察數字的變化記錄下來又記得的關係。

1918 年底或 1919 年初時，Ramanujan 獲知 Madras 大學要給他一年 250 磅，爲期 6 年的獎金，而且可週期性地到英國旅行。他知道後在 1919 年 1 月 1 日回信給 Madras 大學的 Dlewbury 說：他感謝大學當局待他那麼寬厚，但是他想，給他的錢除了必要的開支之外他打算用在支助窮困子弟或孤兒的學費與書費上。

7. 回印度

1919 年 2 月 4 日 Ramanujan 的病較有起色了，便去辦護照。3 月 3 日他搭客輪 Nagoya 回印度。3 月 27 日 Nagoya 停靠 Bombay 港口。Ramanujan 的母親與大弟 Lakshimi Narasimhan 前去迎接他。但 Ramanujan 第一句話便是：「她在那裡？」「爲什麼要提 Janaki？」他的母親打斷他的話。家人一年多以來不知道 Janaki 在那裡。

不過 Ramanujan 的弟弟發信到兩個不同的地方要 Janaki 來見 Ramanujan。

事實上 Janaki 回她 Rajendram 的家，由 Madras 的報紙，她知道 Ramanujan 回來了。但是她的哥哥 R. Srinivasa Iyenger 勸她別去 Madras 跟 Ramanujan 家人會合，她婆婆恨她，送她回去等於把她送進虎口。可是 Ramanujan 的弟弟來信說 Ramanujan 在找她，於是 Janaki 與她的兄長一同去 Ramanujan 處。

Janaki 看 Ramanujan 瘦了、憔悴，會咳出痰來，真的有病。人也變得陰沈、暴躁。

大學當局隨氣候的變化提供 Ramanujan 最適當的住處，醫生定期從他處來照顧他。

與 Ramanujan 同居住的人除了 Janaki 外還有母親與外婆，而 Janaki 跟其他兩個女人之間經常有爭吵。有一次 Ramanujan 的母親還教 Janaki 打包行李回娘家去。Ramanujan 堅持不肯，這樣才沒事。由於 Ramanujan 要 Janaki 陪伴他，對 Janaki 充滿妒忌的婆婆才發覺大勢已去。兩口子這才開始有親密的接觸。Ramanujan 會講在英倫的趣事給 Janaki 聽，好像要取悅她。不過平時他脾氣大，待人冷冷的。

Ramanujan 常說如果 Janaki 跟著他到英國，他就不致於生病了，但這是他的母親不許的。

1920 年 1 月 12 日 Ramanujan 寫信給 Hardy，致歉說差不多有一年沒有寫信過去。他新近發現了一個很有趣的函數，叫做 mock theta function。他會寫幾個例子給 Hardy 看，
.....。

那一年 Ramanujan 都在研究 mock theta function, q-series 與這些有關的數學而寫下 650 個定理，這一批算是 Ramanujan 的作品中最出色的。

有這麼一說，據說肺病病人臨死前的創造力會達到頂峰。這話起碼在 Ramanujan 身上應驗了。那時候 Ramanujan 都躺著，把枕頭墊高，保持工作的狀態，他要求 Janaki 給他墊板上放紙，他寫後 Janaki 便收集起來收藏在他從英倫帶回的皮箱裡。

半世紀後美國數學家 George Andrews 開始接觸到這些資料，他驚異於他們的豐富性。有 5 題類似的題目中第 1 題他花了 15 分鐘證出，第 2 題他用去 1 個小時，第 4 題依照第 2 題可推出，但是第三題費去他 3 個月時間。

1920 年 4 月 26 日清晨 Ramanujan 意識不明，稍後他就走了，母親 Janaki 與弟弟陪伴著他。

由於 Ramanujan 從英國回來時身體虛弱，他母親無法帶他去神廟淨身，當天下午一點 Ramanujan 火葬時好多婆羅門的親戚都走避了。

8. 後語

Hardy 在 1920 年 5 月收到 Madras 大學的信告訴他 Ramanujan 在當年 4 月 26 日去世。

Hardy 回信表示他的遺憾與傷心。他說 Ramanujan 離開英國時雖然還生病，看來病情好起來，體重也增加了。Ramanujan 去世前兩個月給他的信還是愉悅的，充滿看數學呢。

Hardy 說他對 Ramanujan 虧欠許多，自從他認識 Ramanujan, Ramanujan 一直都是他創意與提示的源泉，Ramanujan 的去世對他是從未有過的打擊。

Hardy 很有文采，他為 Ramanujan 寫的悼文出現在 1921 年的 Proceeding of the London Mathematical Society。它被視為有關數學的最出色的文章之一。

Ramanujan 去世不久，他父親病倒，11 月便過世了。

他的母親變得陰沈，她託人寫信給 Hardy，希望他能幫她的兩個兒子出頭。她的次子 Lakshimi Narasimhan 在郵局做事，早死。第三個兒子 Tirumarayanar 在郵局做到副局長。

Janaki 在 Ramanujan 葬禮後回娘家，依靠兄長，在 Bombay 住了 6 年。後來知道 Madras 大學給她每月 20 rupee 作為付給 Ramanujan 論文版權的錢，她便搬到 Ramanujan 赴英前的住所附近住了 50 年之久。

Janaki 跟兄長住在 Bombay 時學過車繡，她便以給人作衣服，教女孩們裁縫過日子。

1948 年左右有一個小男孩 Marayanan 得了傷寒，他的媽媽生病住院，Janaki 便代他媽媽在醫院裡照顧他，後來還買文具給他上學用。Marayanan 的雙親去世後他就跟 Janaki 一起住。當 Janaki 作裁縫太忙時他就住寄宿學校，15 歲以後便由 Janaki 認領為兒子，住在一起。

第二次大戰後 Madras 大學留意到 Janaki 生活貧困，把付給她的月錢，由 20 rupee 提升為 125 rupee。Janaki 就栽培她的兒子念到大學。他後來在國家銀行做事，結婚後生了三個孩子，工作了 25 年後，退休下來，以便有較多的時間照顧母親。

Janaki 被問及對她惡狠的婆婆 Komaltammal 的觀感時她的回答倒是溫和的。她說她很感謝婆婆讓她嫁給 Ramanujan。

Littlewood 在大小事幫助了 Ramanujan 不少，但是 Ramanujan 待在英國的期間，Littlewood 差不多在服兵役，他們兩人沒有合寫過論文。

Ramanujan 去世前幾個月，Hardy 辭去 Cambridge 的工作，接受 Oxford 的 Savilian 教席，為的是想在 Oxford 得到「較多的清閒與較少的責任」。

的確，Hardy 在 Oxford 過了他人生中最愉快的時光，Oxford 的人接受他，喜歡聽他講話。他仍持續與 Littlewood 合作而達到數學成就的高峰期，名聲如日中天。

但是在 1931 年 Hardy 離開 Oxford 回 Cambridge，接受 Sadleirian 教席。Cambridge 畢竟是英國數學的中心，而且宿舍可住到死亡為止，不像 Oxford 65 歲就得搬離宿舍。

Ramanujan 去世後 Hardy 開始從 Ramanujan 的筆記本與論文搜集一些資料寫成論文並都冠上 Ramanujan 的名字。如“A Formula of Ramanujan in the Theory of Primes”等。

Hardy 說：「我最好的作品都跟 Littlewood 與 Ramanujan 有關」，他又說「天才數學家 Ramanujan」是他發掘的。

1930 年代從各國給 Hardy 的獎紛至沓來，讓他覺得那是對他過去時期的表揚，他的日子不再。

1939 年某一天 Hardy 心臟病發作，從此他不能玩網球。

他的數學創意也逐漸消退，他意識到這一點，便聽從朋友 C. P. Snow 的建議開始寫“A Mathematician's Apology”，這是他對數學的回顧。

1942 年 Hardy 辭卸 Sadleirian 教席。

1946 年他的身體衰弱，他的妹妹 Gertrude 通勤照顧他；因為 Cambridge 的宿舍不留女客。

1947 年某一天 Hardy 吞食大量安眠藥企圖自殺，但由於藥過量而嘔吐，救了他一命。

Hardy 終於在 1947 年 12 月 1 日過世。

在 1916 年 Ramanujan 出了一篇論文 “On Certain Arithmetrical Functions”。內容有至 n 的質數個數 $\pi(n)$ ，partitions 的個數 $p(n)$ 與 tau function $\tau(n)$ 。

令 n 的約數為 a_1, \dots, a_k 。設 $\sigma_s(n) = a_1^s + \dots + a_k^s$ ，則該如何算出 $\sigma_s(n)$ 的一般值？由這裡衍生出 tau 函數 $\tau(n)$ ，Ramanujan 設想 $\tau(n) = O(n^{\frac{11}{2}+\epsilon})$ 上式稱為 Ramanujan's hypothesis 或 tau conjecture。兩年後 Hardy 作成 $\tau(n) = O(n^6)$ 。Hardy 的弟子 Robert Rankin 在 1939 年做出 $\tau(n) = O(n^{\frac{29}{5}})$ 。直到 1974 年比利時數學家 Pierre Deligne 使用代數幾何學解決了這個問題而被稱為「20 世紀數學大事之一」。

Ramanujan 的作品影響了年輕時候的 Paul Erdos 與挪威數學家 Atle Selberg。他們以後都成為出名的數論學家。1934 年 Erdos 與 Mark Kac 更擴充了 Hardy-Ramanujan 定理，使這個定理「復活」過來。

1957 年 Tata Institute of Fundamental Research 出了兩冊 Ramanujan 的 note books 的版本。

在 Ramanujan 75 歲忌辰，印度郵局發行 25 萬張 Ramanujan 護照照片做成的肖像郵票，當天便銷售一空！

1976 年 4 月，美國數學家 George Andrews 待在英國多日之餘，聽同事的建議去 Cambridge 三一學院查看 1965 年去世的 Ramanujan 專家 Watson 的作品。結果 Andrews 在三一學院翻出 Ramanujan 的筆記本。Andrews 一看，裡面有他的博士論文題目 mocktheta function，它是 Ramanujan 臨終前寫出來的新筆記本！他驚喜極了，把它影印下來。Andrews 稱他發現的 Ramanujan 的筆記本為 “The Lost Note Books”，數學家 Emma Lehmer 比喻這個發現如同「發現貝多芬的第十交響曲。」至少它在數學界有 55 年之久未被留意到。

Watson 在二次大戰前好多年就是研究 Ramanujan 的專家，Ramanujan 的一些資料應該都落在他手裡。他是古典解析家也是皇家學會 (F.R.S.) 會長。1965 年 Watson 去世了，學會託 Watson 合作人之一的兒子 J. M. Whittaker 寫 Watson 的悼文。Whittaker 寫信給 Watson 夫人說能不能看一看 Watson 的手稿？Watson 夫人邀 Whittaker 午餐。過後帶他去二樓 Watson 的書房。那裡有一尺高的紙張堆積在一起。看起來 Watson 不隨便丟棄一張紙。很幸運地，Whittaker 從紙堆中挖出 Ramanujan 的 140 頁手稿，那是 1923 年 Madras 大學的 Dewsbury 寄給 Hardy，後來轉交給 Watson 的。

Whittaker 到手後轉交給 Robert Rankin，他們都是頂尖的數學家，但對那手稿都外行，於是 Rankin 在 1968 年把 Ramanujan 的記事本交給三一學院保存。

在 Princeton 的 Advanced Study 研究的 Bruce Berndt, 休假中看 Ramanujan 筆記本的第 14 章後決意從 1977 年 5 月起不做其他, 專心做 Ramanujan 筆記本的編纂。

Robert Askey 是專門研究 Ramanujan 的美國數學家。

Berdt 看年來 Ramanujan 名聲的浮沈, 比喻 Ramanujan 如 Jahann Sebastian Bach (巴哈)。Bach 在 1750 年去世後沒沒無聞。一直到 1829 年 3 月 11 日 Felix Mendelssohn 指揮演奏 Bach 失落後找到的樂譜 Mothers Passion 後 Bach 在音樂界才聲名鵲起。

George Andrews 在 1976 年發現的 Ramanujan 的「失去的筆記本」有如上的作用。

1988 年以前的 10 年間引用 Ramanujan 的論文已達 300 篇。

Ramanujan 好比種植了一棵樹, 樹根擴展到各方面, 不限於數學領域。如 Ramanujan 的一些定理已廣泛地被應用在粒子物理 (particle physics)、統計力學、電腦代數、密碼學 (cryptography)、空間旅行 (space travel)、弦論 (string theory) 等。

Ramanujan 百年忌時他的名字與他的時代的印度人尼嚇魯, Nobel 物理獎得主 C. V. Raman 並列。南印度到處有慶祝會。三位美國數學家 Andrews, Askey 與 Berndt 各地演講 Ramanujan 的著作與貢獻。

Andrews 在公開場合贈送 Janaki 圍巾, 感謝她在 Ramanujan 臨終時保留住他的筆記本。因聽到 Janaki 的悲嘆, Askey 募款做成 10 座 Ramanujan 的塑像, 其中一座贈送給 Janaki。

Ramanujan 終於成為年輕一代印度人的好楷模, 爾後印度陸續出現優秀的數學家。

1936 年夏, 哈佛大學慶祝創校 300 週年, 有各種活動。其中有一些名人的演講。Hardy 是受邀者之一。開會第一個晚上就有 Hardy 的演講, 在開場白他講:「對我來說, 準備這一場演講是艱辛的。」接著他便由, 對他來說, 記憶猶新的 25 年前收到 Ramanujan 從印度來信那一段講起。

參考文獻

1. Robert Kanigel. "The Man Who Knew Infinity", Charles Scribner's Sons, New York, 1991.
2. Bruce C. Berndt and Robert A. Rankin, Ramanujan Letters and Commentary", American Math. Soc. and London Math. Soc., 1995.
3. G. H. Hardy, "A Mathematician's Apology", Cambridge University Press, Conte edition, 1992.
4. 「100 人的數學者」, 日本評論社, 1971。
5. Howard Eves, "An Introduction to the History of Mathematics", 6th edition, Holt, Rinehart and Winston, N. Y., 1990.

—本文作者曾任教於輔仁大學數學系, 現已退休—