

有朋自遠方來——

專訪姚鴻澤教授

策劃：劉太平

第一次訪談：李瑩英(以下簡稱「李」)
(時間: 民國八十九年夏天)

第二次訪談：尤釋賢(以下簡稱「尤」)
陳俊全(以下簡稱「陳」)
(時間: 民國九十年八月)

地點：台灣大學數學系

整理：李瑩英、陳俊全

姚鴻澤 1981年畢業於台灣大學數學系，1987年獲得普林斯敦大學博士學位。曾擔任紐約大學 Courant Institute 教授，目前為史丹佛大學教授。2000年獲得 Poincaré Prize 及以獎勵對人類文明有重大貢獻的麥克阿瑟獎。2001年更被選為美國藝術及科學院院士並獲得晨興數學金牌獎。2002年獲選為中央研究院院士。姚博士的專長在於機率論、統計力學及量子力學。對多體複雜系統的物質穩定性問題有重大貢獻，該項工作並為天文物理中星球穩定性問題提供了堅實的理論基礎。對於如何從微觀粒子的基本原理去推導出巨觀系統的性質，一直是數學及物理上非常困難的挑戰。姚博士引入了新的想法及技巧，從統計力學原理嚴格推導出巨觀的 Euler 及 Navier-Stokes 方程，是這方面極大的突破。近年來，姚博士把注意力放到量子動力學相關的題材上，是一個有待開發的研究領域。

一. 自修數學

李: 我知道你在高中時，就讀了一些大學的教材。請問是什麼時候開始自修的？聯考時，為什麼會填數學系作第一志願呢？

姚: 高一下學期吧！一開始念 Johnson 微積分的中文版，念到級數時有點糊塗，所以又重新開始。後來繼續念了下册，這樣大約花了一學期。接著讀了兩、三本線性代數，也大約花了一

學期。因為我覺得微積分後面的部分讀得不是很好，想重讀，一個朋友建議我直接讀高微，所以就讀了高微，另外又讀了群論和環論，這時差不多是高二結束的時候。這期間我也讀了普通物理和力學。但是當我想繼續讀進一步的書籍時，因為大多是原文書，英文實在太多，無法讀下去。到了高二暑假，決定重讀高微。那時選的是 Apostol 的書，書中的習題除了最後一、二章外基本上每題都做完，這大概是高三上學期。我也嘗試看實變，但看不懂，因為太多 measure theory。我那時花了很多時間在這上面，蠻可惜的。在高中時，令我覺得很高興而且對我幫助最大的是 Apostol 的習題全做了。後來在大學的分析通論課程中，我把實變的習題也都全做了，這對我的幫助也很大。

聯考時，只考慮選數學或物理。因為我讀的數學書，遠比物理要多很多，而 19 世紀的數學很吸引人，不但容易上手，也很容易發現它的趣味，這大概是為什麼我會選數學的原因。

李：在自修時，怎麼知道要讀什麼書呢？譬如說你很清楚高微之後要讀實變，選的書也大都是有名的教科書。有人提供你這些協助嗎？

姚：第一本書是隨便買的，之後看書本後面的 reference 就曉得要找什麼書了。會讀 Apostol，是因為我的高中數學老師提過這是他們以前的教科書，而且全班被當，我很好奇，就買來看看。基本上，我高中時自修大學的教材，沒什麼困難，但在大學時，我自修研究所的課程就有些困難。

李：為什麼？是當時雜務太多嗎？

姚：不是，研究所的數學，不應該只是直接拿書來讀，也應該找些題目來做，同時讀些 paper，這樣才會有自己的方向。

李：你高中做 Apostol 的習題，難道沒有碰到困難嗎？這本書對大部分大學生都有些困難。

姚：我每天也只能做一、兩個困難的題目。簡單的題目很快就可以做出來，難的題目，就要花兩、三小時去想。

李：那時每天都花多少時間讀數學？

姚：高一、高二時，一天至少花 10 個小時讀數學吧！每天在學校的時間，大概可以讀個 5 小時，回來後差不多也可以讀個 5 小時。

李：這也是因為興趣所在，方能如此吧！

姚：也不全是，因為高中太無聊了。學校的課程並不吸引人，又必須坐在那裡，沒有其他的事可做，所以只好讀自己的書。

李：當初又為什麼會開始自修呢？是對數學特別感興趣嗎？

陳：對呀！不可不說一下你什麼時候開始對數學與物理這些題材感興趣？

姚：我對數學產生興趣是很早的時候，初中開始就自己去找書看。那個時候不是有很多幾何做圖的題目嗎？我就去買一大堆書，因為實在也沒什麼其它事情，便把上面的題目幾乎全部都做完。

不過初中的時候遇到一些困難，所以沒有自修高中數學。由於對幾何很感興趣，想去讀更深的題材。可是家裡什麼書都沒有，找到我爸爸的一本范氏大代數就拿來看。看到書上寫 A_1 ，我搞不清 A 底下一個 1，是什麼意思。去請問數學老師。數學老師說：唉，不要讀這一本。由於家裡也沒有其它的書可以看，只好就算了。所以當時在初中是無法讀那些題材的，一直要到高中才慢慢沒有這些問題。那麼高中為什麼會開始自修數學呢？高中數學書上講到的一些我總不是很滿意，它後面好像還有很多東西沒講清楚，所以我就去找一些書。因為高中數學很快就念完了，接下來已經沒什麼可看，於是就去讀微積分及其他更深的書。像我這樣在高中時自修，其實沒什麼特別。台灣數學界很多人都是如此的。我想這其中對我個人影響比較大的，就是找一個題材，把所有的習題，真的從頭到尾都做完。物理方面我也讀了一些，可是後來讀不下去了。我讀了幾百頁，才知道普通物理比較難念。後來也才知道物理跟數學不同，物理不是那麼有前後邏輯性。

尤：這是否因為讀物理的人常說 intuition？這跟數學家所說的 intuition 是否不同？

姚：學生時代，intuition 的問題還不到你說的地步。當時的問題是第一個英文不夠好。第二個則是物理其實比較沒有辦法自修。物理比較需要別人跟你講一講，它不是完完全全的邏輯。在論證或說明一個現象的時候，它中間有很多步驟其實有很大的 gap。這些 gap 和許多更深的東西有關，它先把它們略過去。因此，你在讀的時候就沒有辦法說服自己它是對的，讀不懂也是有道理的。可是如果有老師在旁邊講解，或有人告訴你，這些中間過程是有些不完備的，你就先相信它。那樣你就可以很快讀過去了，不會卡在那邊。那時力學是念起來最沒有問題的。一直念到熱力學實在讀不下去，就只好放棄物理了。後來再對物理有興趣，是大學的事情。到了大三時，對數學比較沒有興趣，開始覺得讀不下去。同時也常常感到奇怪，很多東西明明不需要去證明，為什麼還要去證它呢？可能當時有些東西我也沒有看到和想到吧。

二. 大學時期

李：在大學時，你自修研究所的課，遭到困難，有尋求協助嗎？還有大學課程已經先自修了，那麼上課的狀況如何呢？

姚：大學時我是在浪費時間。雖然高微是自修了，但畢竟還有些細節上的問題，所以考試成績並不特別好。大學時讀過微分幾何、實變、複變，而代數也認認真真的讀過，能完全了解它在做什麼。

陳：你剛提到有些東西覺得不需要去證明，像高微那些你覺得它們需要證明嗎？

姚：問題不是出在高微，高微、複變等等這些沒有問題，代數也還好，我的問題是在像拓樸、幾何的科目。

我覺得當時讀的幾何是空的，只是一些定義 (definitions)，完全沒什麼意思。微分幾何還是應該拿一個具體的問題來做，像曲線曲面。後來又讀了一些比較一般化及形式化的題材，它們被 formulate 成幾乎是不能計算的東西，這讓我到了大三時，已經不太想讀數學了。比如在學拓樸時書上證了半天就是證一個東西是 sphere。整個拓樸講了半天，沒什麼例子，說來說去就是 sphere，這是很嚴重的事。沒有例子你就不曉得自己在做什麼，也不曉得為什麼要做那些東西。當時定義 homology，由 simplicial complex 開始。其實仔細想想，homology 是一個簡單的觀念。但是我記得當時爲了定義什麼是 homology group，就搞了將近七、八十頁，然後一個學期就完了，真正 homology 能計算的東西還是碰不太到。所以那時候覺得每學一個東西，好像都很高深偉大，都要學一個或至少半個學期才知道定義是什麼，可是真正能計算的例子又很少，這是不對的。也許是性格上的關係，我比較沒有辦法去接受太形式化的東西，比較喜歡看到一些具體活潑的東西。當時讀到 Jordan 定理，很多人認爲這是很困難，很深的定理。可是到現在，我仍不認爲平面會被一條曲線分成兩部份，需要證明。當然，問題是什麼是曲線。不過若覺得一件事情是 always true 的，卻花了一學期去學，目的只在證明它是對的，總會讓人覺得浪費時間，所以當然讀不下去。現在想起來，拓樸和幾何是重要的，可惜當時沒有人跟我們講它們真正的用處。舉例來說，幾何最重要的當然就是 Einstein 方程，從這個方程去看，就會有很多有趣的題材。但當時傳統的題材，說來說去都還是 sphere。我當時問了很多老師，爲什麼數學學了這麼多，可是最後做出來都是 sphere？你現在會覺得 sphere 很有意思，很重要。可是對一個學生來說，它實在不夠新鮮有趣，能讓你看到的東西實在太少。當時我想看到很多更新奇的東西，可是數學系在教學的時候，並沒有讓學生接觸到一些最新最有趣的數學，總是逼著學生去學習最基礎的。數學系的學生證明了四年，就像少林寺的和尚在挑水一樣。四年都在挑水，卻沒有讓他看些其它的東西，很容易就讀不下去了。由於當時對數學很懷疑，就請教系裡老師，他們很多人並不同意我的想法。但也有些老師，像張海潮，他覺得我這樣去想、這樣去懷疑是有道理的。對於老是證明 sphere 這件事，他想辦法用 Lie group, symmetric space 等等去解釋，說明它的重要性。

大三升大四時，在台大當時有個不喜歡上課的風氣。所以我一概不上課，然後全部自己去讀。結果是浪費很多時間。大四時，基本的電磁學稍微學了一點，不過也不是很積極，純粹用數學眼光和想法去了解。一直要到當兵時，才用比較物理的想法去讀量子力學和電磁學。大學畢業時，當時心裡想將來要做微分幾何，用它去了解 gauge theory。後來到了 Princeton，發現沒有人在做 gauge theory，只好不了了之。

李：你覺得當初的課程以什麼樣子的形式呈現，對你才會比較有幫助呢？而現在你是老師了，不可能換個比較理想的方式去做呢？

姚：我覺得數學不需要那麼嚴格，不需要每樣都在大學裡教。有一兩門課，如高等微積分，如複變，可以教得嚴格一點。但是嚴格也是相對的。例如教證明時，若畫個圖能一目了然，看到直覺的觀點，那麼只畫一個圖就好了。這樣就非常簡單，學生也很快可以學會。若要求不可以這樣做，學生就得花好幾倍的時間，才能學會。如此是不是值得呢？依我的觀點，寧可讓學生很快學到最直覺的觀點，看到定理的應用，而不是用最嚴格的方法去證明。如此學數學非常快。教微分幾何如果能把具體的例子拿來計算給學生看，學生一定會有興趣。不一定要告訴學生所有可能的細節，只要簡單講重點，找幾個有意思的例子，做些計算，看它真正代表的是什麼意思，就可以了。若要學生變成數學家，他可以慢慢把嚴格的東西一步一步還原加上去。

李：你現在是這樣實驗帶學生嗎？

姚：學生被規格化了似乎受不了這種方式的學習。我在紐約和台灣教書發現一個現象，如果在課堂上定理證明得不是那麼嚴格，學生便很難接受。他們常常不知道我在課堂上是否已經把定理完全證完，也不確定我是否把一些深奧的地方藏起來。數學系已經把學生訓練成以為任何一樣事情都很困難，以為即使是簡單的想法背後一定也藏了很多高深的東西。我覺得這不是很好，所以在教學時，我喜歡只講重要步驟，告訴學生剩下的細節不清楚也沒有關係，以後可以再慢慢補起來。

李：方才你說比較傾向將許多細節刪掉，多靠些直覺。有時候，這樣是不是容易因疏漏而導至錯誤？

姚：現在學數學要快。比方說實變中 *measure* 到底要教多少？這部份當年我也花了幾乎半學期的時間去弄清楚所有的細節。可是做研究至今，所學的那些並不見得有幫助。所以事實上只要學些基本的就好了。爲了要讓學生能很快學到數學知識，同時使他們受的訓練不會太狹窄，所以不能每個細節都注意。已經處理過沒有問題的，或沒有太多爭議的細節可以先刪掉。你問會不會因爲依賴直覺而容易犯錯誤，當然可能會有。但是其實做研究時犯的錯誤，大多都是因爲我用了一些抽象的定理。而且通常最後都會發現，這些錯誤都是少了一個關鍵的具體估計。因此如果用上抽象的定理，又沒有相應合理的直覺，就很容易產生錯誤。我也看過很多數學的文章使用抽象的做法，結果常常會有錯誤。

李：所以你認爲學習的過程，用比較快速的方式是行得通的。

姚：不只是可以的問題，而是必須要很快的學習。如果今天訓練出來的學生還是像以前一樣，在這個新的世界是不夠的。

李：那麼基礎工夫，例如做習題，要如何訓練？

姚：大學最重要是先訓練分析或是代數的基礎，這些做得札實，其它的就可以快速地學習。以分析爲例子，必須要求做高微，複變的習題，這是很重要的。若沒有做很多習題，至少每個部份也可以找一兩個稍微難的題目做。

三. Princeton 求學及研究工作

陳：你已經提過國內求學的經過，可否請你也講一下在 Princeton 求學的經過？

姚：出國那段期間因為數學已經學得很煩，所以想去學物理。去 Princeton 時，第一年全部上物理系的課，數學系的課都沒有上。後來因為在數學系有 qualify examination，我想還是先把它考過吧，便花了一些時間準備。等考過之後，第一年也結束了。在 Princeton，數學系的學生其實可以到物理系找指導老師。我去物理系找了一下，發現沒人理我。當中有一兩位比較客氣一點的，像是有一位做天文的，他給了我一篇 paper 讀。可是我看得很吃力。當時我的物理實在太差了，想朝物理發展基本上是不可能的事情，所以只好回數學系找指導老師。我換了很多指導老師，原因很多，不過總是這個不合或那個不順的。本來想用 geometry 去做 gauge theory，但是當時沒有那樣的老師。後來又想學 quantum field theory，但是當時在 Princeton 除了一位年紀很大的老師外，幾乎沒有人做這個方向，我想了想就決定放棄了。一直到第二年快結束了，還是沒有找到適合的老師。

陳：為什麼特別想讀 quantum field theory？是因為大學接觸過嗎？

姚：那時候大家把 quantum field theory 說成是非常偉大、高深的東西，整個物理都在談論這種題材，所以我想讀它。我在數學系找了 Fefferman，又找了 Martin Kruskal 談過。有人跟我建議說，雖然 Kruskal 懂一些 soliton，也不理想。現在回想起來，Kruskal 其實是位偉大的數學家。因為已經換了太多老師，覺得煩透了，第二年快結束時，我想就快些找一位老師，趕快畢業算了。這樣最後才選到 Lieb。

尤：為什麼沒有考慮像分析的領域，去找 Stein？Fefferman 不也是做分析的嗎？

姚：Fefferman 當時在做一點物理，我想找一些跟物理比較有關係的題目。Stein 四平八穩，我當時的個性覺得他的領域不是那麼有趣。他關心不同函數空間中的 operator 是否 bounded 的問題，這對我來說比較枯燥些，沒有很大的吸引力。

尤：當時的 Milnor 呢？

姚：Milnor 不在 Princeton 吧。為了想學些數學物理，跟 quantum field theory 有關的東西，我還跑去 Harvard 找 A. Jaffe 以及到 Rutgers 找 Aizenman。我那時想跟 Jaffe 學，也曾想要轉到 Harvard 去。基本上第二年我在 Princeton 是浪費時間，東試西試，沒有找到一個滿意的。最後項武忠罵我說，如果 Princeton 沒有人可以教你，那麼全世界就沒有人可以教你了。我那時候太挑，意見也特別多。

在 Princeton 時我是非常認真地唸書的。但是我覺得書讀到某個地步，再讀就沒有用了。讀到某個地步之後，如果沒有做研究，再怎麼讀也不會真正懂。那時大部分時間在讀量子力學、量子場論。可是現在回過頭來看，自己有時候用到跟量子場論有關係的東西，也都是後

來做研究時,再慢慢 pick up 的。那時候念的書,似懂非懂。胡亂念過去,書是念得不少,但也不見得如自己預期那樣真懂得那些東西。

陳:請稍微介紹一下你的研究領域。

姚:我想先從我和 Lieb 做的開始。Lieb 是我的指導老師,他叫我做 stability of matter。當時我也不能完全說服自己,認為這是有意思的問題。只是想拿個題目做做,然後畢業。

陳:所以你不覺得那是當時物理的中心問題之一?

姚:當時我不覺得那是中心問題。

尤:那時候是85年吧?倪維明回台灣談到你們的工作。

姚:其實是這樣子,當時 Fefferman 跟 Lieb 都在做 stability of matter,他們競爭很激烈。我當學生,也不去管這個問題重不重要。可是坦白講,當時一直不懂去證明一個量子力學系統,它的 energy per particle 是 finite,到底有什麼重要,也不覺得很有趣。當然,後來加了一些相對論的效應,再加了一些其他的東西如磁場,問題就變得比較活潑。雖然說問題更有趣了,只是心裡還是覺得不是自己最想做的事情。

陳:你跟 Lieb 有很多工作嗎?

姚:在研究所第三、四年及畢業後第一年,我跟 Lieb 做了好幾篇文章。在這三年之間,尤其在 Princeton 大學最後一年,我差不多每天都在 Lieb 的辦公室。後來我離開 Princeton 大學,在高等研究院當 postdoctor 一年,有一半時間我去跟 David Brydges 學 renormalization group。另一方面,我又跟 Lieb 繼續做一些工作。當時 renormalization group 是 quantum field theory 最核心的想法,我去跟 Brydges 學,本來是很高興的。只是後來我們寫了一篇論文,讓我寫得很痛苦。它的論證過程實在是很煩很複雜。一個想法,寫下來都將近七、八十頁,真的讓我覺得很難過。之後我到紐約去,一開始跟 Aizenman,最後換成跟 Varadham 學 probability。之後我跟他做了很多工作。對於 probability,我一直是用比較統計力學的觀念去思考它。不過我當時是從零開始學 probability。在台灣的時候,幾乎沒有什麼這方面的背景,像 central limit theorem 當時也根本不曉得,真的是從零開始。我去 Varadham 的辦公室,那時張志中也在那裡。於是我就向張志中學,然後再向 Varadham 問問題。這樣也做了一陣子。因為我對物理比較有興趣,所以在跟 Varadham 合作的時候,我思考的方向比較偏向物理現象的問題。差不多到了五、六年前,我開始思考原來的方向已經做了很久,下一步到底應該做什麼,想找一些新的方向。後來決定去做 quantum dynamics,理由是:第一它幾乎沒有人做,第二則是量子力學的重要性。我相信即使過了三十年或五十年,量子力學仍佔有一席之地。在數學裡,最重要的常常是多年的 conjectures。我覺得其實更應該問的是,我們研究的問題以後是不是還重要,到底是不是有恆久的價值。由於自己有時沒有辦法回答這問題,所以研究也常常做不下去。但是對於量

子力學，我相信它的重要性，所以沒有這個問題。在我的研究中，一方面我跟 Lieb 做 stability of matter，這是量子力學中的靜態問題。另外我做 probability 是研究 evolution 的問題。量子力學加 evolution，合起來差不多就是 quantum dynamics。我選擇這樣的題材，因為我在量子力學方面有些背景，在跟 dynamics 有關的方程式也有些背景，而這個方向又沒有人做，應當是很不錯的。在這方面我投入很多時間，但進展緩慢，相當困難。可是我相信 quantum dynamics 的重要性是不容置疑的。

姚：量子力學的發現，早期像 von Neumann 及 Weyl，他們做了不少。像 von Neumann 做的那些東西，都慢慢變成 functional analysis、 C^* algebra。數學界很多做 C^* algebra 的人，對原來量子力學許多基本現象的興趣越來越少。其實你真正把量子力學的 equation 寫下來，有很多基本現象可以探討。那麼在數學上你該怎麼提適當的問題呢？這方面卻少有人好好去想。所以我覺得這是一個非常大的方向，值得花上二、三十年好好研究。

陳：在物理上，比如量子力學中，解出重要的特例便滿足了。你覺得這種方式夠不夠好？

姚：物理跟數學所關心的不太一樣。物理一方面想找出新的 basic 方程式，另一方面想找出實驗及應用所需的簡易模型。這個簡易的模型，不見得是原來的量子力學模型。它只要是一個比較有效率，可以計算，可以逼近的模型就好。因此對量子力學很多 foundation 的問題，他們都比較少去碰觸。比方說，我們對量子力學中 many bodies effect 的了解是很少的。把這東西做好，即使對物理本身，也是非常重要的。其實量子力學的方程式，所包含的內容非常地豐富。如果和數學上其它方程式相比，像 elliptic、parabolic 及 hyperbolic 方程，甚至 Boltzmann 方程，都被研究了很長很長的一段時間，數學家對它們的興趣至少都有百年以上。但是數學家對 Schrödinger 方程的興趣，基本上是相當小的。就算有也限制在一些特定的 nonlinear Schrödinger 方程方面。稍微問一點其他不同的問題，幾乎就沒有人碰過。如果其它的不談，縱使從純粹方程式的角度來看，Schrödinger 方程也是一個非常豐富的例子。

陳：那麼對想做數學物理的人，是否可以從 Schrödinger 方程的數學著手？

姚：我覺得 Schrödinger 方程是一個很好的題材。但是另一方面，我也一向不鼓勵別人一定要去做某件事情，我覺得每一個人順其自然比較好。譬如在大學的時候，挑幾個比較基本或比較廣的東西學學，不需要那麼窄。當然也可以專注一兩個方向。到時候不論出國去唸書或是留在台灣，你的指導教授也都有他們的方向，所以你那時碰到什麼就是什麼，你現在急也是沒有用的啊。我在大學時，所有時間都花在微分幾何，想用它做 gauge theory，可是我到 Princeton 發現沒有人做 gauge theory，那我該怎麼辦呢？

李：你提到高中時，也有很多自修數學的同學。後來大家的發展不一樣，是什麼原因？

姚：讀數學最後能走出來，除了努力之外，機會與運氣也是很重要的。一位數學家的表現，除非他的才智和大家比起來有很大的差距，不然的話，常常也要看其它的條件能否配合。同樣有

聰明才智的人，往往因為運氣，身體健康的程度，及個性等的因素配合，最後的表現可能很不一樣。其實我覺得個性對一個人的影響很大。

李：那你有怎樣的機會與運氣？還有怎樣的個性，對你的研究是比較合適的？

姚：剛才提到在 Princeton 時，我找 Lieb 當指導老師。他做數學的 style 和我蠻像的，這是我的運氣。跟一位非常好的老師是很重要的，第一他要肯教你，第二他要真正是最好的數學家。跟個大師與跟個一流的數學家中間的差別幾乎是無限大的。像 Dyson，也是一位真正好的數學家，可惜他不收學生，沒辦法跟他學。當然若是絕頂天才，不論跟誰都沒有問題，但是這種例子畢竟很少。後來去紐約跟 Aizenman，沒有做出什麼，另外找了 Varadham，才發現他的研究非常好。當時也想過找其它人，不過現在看起來他們其實沒有做得那麼好。有時很奇怪，有些好的研究者，學生反而並不是那麼知道。Varadham 對我影響很大，這也是運氣。當時如果跟其他的人做下去，我現在數學上可能沒什麼特別結果。我每天與 Varadham 討論數學至少兩個小時以上，長期下來，影響很大。那時我在 NYU 升上 assistant professor 是在十月、十一月之間，而與 Varadham 做的題目是到九月才做出來，這中間只差一兩個月。如果再晚一點才做出來，我就離開 NYU 了。若真離開了，可能走的是完全另外一條路了，所以說運氣是非常重要的。至於性格，人與人的相處，溫和一點是比較好，不過做研究的，個性裡還是要有些堅持才好。個性若不夠強，研究很難做下去。然而個性太強了也會有問題，可能找到一個很難的題目，因為不肯放棄最後卻被卡死在那裡。我看過研究做得非常好的數學家，他們做研究時的性格都非常強。不論平時待人處世是什麼個性，他們在做研究時，那很深沉和侵略性的一面都會浮現，不然研究都做不出來了。

李：你選擇 Lieb 與 Varadham，真的純粹是運氣好嗎？他們不也是經過你的挑選？

姚：我也不確定。可能不完全是運氣好，自己也挑。

李：挑選過程中，什麼因素影響你的選擇和決定？

姚：在紐約找 Varadham 之前，曾去找另外一位老師，他常常很忙，無法和他談數學。Varadham 有時間又肯與我談數學，張志中又是他的學生，對我而言很方便，這是我的運氣。Lieb 是我換了很多老師之後的選擇。

李：剛才你提到有些很好的數學家，在學生中的知名度不見得很高，學生應該怎麼去找出這些老師來？

姚：這沒有辦法。作研究和教書是兩回事，學生很難區分。

李：你在選老師的過程中，換了不少人。聽你剛剛講的，似乎當你覺得不適合時，就不會一直待在同一個人那裡。

姚：我不太喜歡唸書，喜歡直接做題目。在 Princeton 時，很多老師要我唸很多書，我並不太想唸，所以就跑掉了。Lieb 比較直接了當，他給了一個題目要我去想想。我問他要讀什麼書，

他說通通不用讀，甚至也不要求我去看他的論文。不過我還是去圖書館找了一堆 paper，他看看說都不用讀。他的題目在數學上沒有已知的理論可以處理，所以不用讀什麼。我的論文是他給的題目，主要在證明一個一階方程式無解。一階方程式通常比較難處理，當時我把它先變成二階的方程想證明無解。但是證了半天都證不出來，最後才朝反方向想，居然找出了解，而且是可寫下的 exact solution。

李：在什麼情況之下，你開始換個方向，想去找它的解呢？

姚：他叫我證明無解時，我問他為什麼相信是無解，他也說不出所以然。他只說有解的話，物理現象會變得比較複雜，無解的話比較簡單。那個方程式從來也沒有人看過。我拿了很多 paper 給他看，他說這個不相干，那個沒有用，所以只有自己去想。最後找出一些式子，才把問題做出來。他給的題目很活潑，不需要先學很多理論。我非常喜歡這樣的方式。

李：在他這樣方式的教導之下，其他學生的情況呢？

姚：他給學生的第一個題目通常是一個很難的題目，通常是他想了五年、十年想不出來的。若是做出來了，他會非常高興；若是學生做不出來，他會換一個簡單點的題目。Lieb 帶了很多很好的學生。

李：你是否比較喜歡分析？

姚：不是，我也喜歡代數，大學時有一段時間我喜歡分析，一段時間喜歡代數。讀博士時，傾向分析，代數沒有機會讀下去了。

李：你對代數，數論也有興趣，到 Princeton 時也嘗試轉系，是什麼時候確定分析的方向，怎樣做決定的？

姚：剛開始想轉物理系，過了一年多也沒有轉成。想轉物理系，是覺得當時看到數學系考慮的問題，不是那麼有趣。我比較喜歡處理一些可以看得到的東西，物理世界的問題很自然，生活週遭產生的事情它都有，讓我覺得有趣。對古人所提的一些問題及 conjecture，並不特別感興趣。當初想學物理，是想用微分幾何去研究 gauge theory。現在看起來，這種想法其實也是從數學系的角度出發的。

李：那又怎樣走到現有的方向？

姚：走到現有的方向，其實也不是我的選擇。我跟著 Lieb 時，他做 many-body problem，我也就跟著做 many-body problem。這方面在數學裡幾乎沒有人做。我跟 Varadham 時，他做的是 interacted particle system。那其實也是 many-body problem，只是它加了 stochasticity。Varadham 做的是有時間，Lieb 做的是沒有時間。Varadham 做的是 stochastic，Lieb 做的是量子力學。跟他們做，兩方面我都有背景。好幾年前我想走新的方向，當時最想做的是 quantum dynamics。一方面是因為量子力學是上個世紀最重要的理論，另一方面它和我的兩背景都有關，裡面又有很多題目沒有人探討。因此它是值得做的方向。

李：這方面幾乎沒有人做，你會不會因而感到很孤單？

姚：不會，感覺很好。這是一個新的方向，基本上也是自己要找的方向，很有挑戰性。另外數學家對量子力學忽視了一個世紀，是不可思議的事情。所以，很少人作我也無所謂。這百年來除了生物以外，最重要的兩個科學就是相對論與量子力學。量子力學不管在工業上或科學上都是最基本的東西，數學家放了一百年沒有去處理，是很不可理解的事情。我想問題是 quantum dynamics 非常困難。

李：你習慣自己一個人研究呢？還是也喜歡與他人合作？

姚：我現在喜歡找年輕人一起做，比方說，目前我和蔡岱朋就合作得很好。做這個方向的另外一個好處是，當我演講談到量子力學時，可以看出數學家他們其實非常羨慕這些東西。羨慕我可以去找一個他們完全不熟悉，一個基於自然界非常重要的方程所產生的問題，然後給它一個有意義的數學陳述。情形就是這樣，我只好有些寂寞了。

李：要懂很多，才能做這方面的問題？

姚：其實做研究，不需要懂全部的東西，就可以開始。而且很多題材，可以敘述成孤立的問題，不見得會牽連到太多東西。比較重要的是，將一個物理的問題用數學去處理，你一定要處理到即使是學物理的人也覺得有意思。我覺得提出一個新問題，要讓數學家相信它有意思，要比讓物理學家相信容易多了。研究新問題，從舊有的數學角度來說，最重要是能發展一些新的數學，一些新的工具出來。

四. 對數學和科學的看法

陳：目前整個數學的發展有什麼重心？一般來說，數學家比較不跟別人接觸，他們在今日扮演了什麼角色？你覺得數學在整個社會是走向沒落，還是受到更多的需要？

姚：你問我現在數學的位置，我覺得其實蠻難說的。我們可以從一個比較的角度來看，你想想一百年前、兩百年前，當科學家在做各種科學研究的時候，都想找個數學家來幫他們做一些計算。那個時候除了數學家以外，你要他算點什麼基本的東西，他都不會。我們現在看起來一些很基本的東西，如一些簡單的複變、微分方程，除了數學家以外，整個科學界大部分都不會。所以那時候的數學家在整個科學界絕對是佔中心的地位。現在情形不一樣了，現在每個行業，每個科學，如果有東西不會的話，譬如他們方程不會，數學不會，就買個電腦去跑一跑，看見個圖就好了。他們不管相關的理論，也不管電腦算出圖形的對錯，反正差不多就可以了。在這意思下，數學在這整個科學上扮演的角色，其實比較微弱，代替它的是做這些計算的，讓大家看到想看到的東西。所以至少對我來說，數學家必須要了解到數學今天已沒有一百年前、兩百年前，在整個社會那樣子的中心地位。那數學新的生命在那裡呢？任何一個學門在一個方向上遇到困難出了問題，總會想辦法在另一個方向上發展，表現出新的意義。

比方說寫軟體的人，他們希望多學一點數學。他們覺得受用的是，在學習數學過程中具有的一些訓練，而不是真正要 ε 和 δ 這種嚴格的數學。從這類的例子來看，數學可以訓練出一批人，在這個社會上還有另外重要的功能。至於數學在純粹科學上的直接應用，比方說編碼學及影像辨識，還有像作機率的人訓練出一大堆人做金融數學，都是極佳的例子。不過很多數學上比較抽象的題材，它們對其他科學扮演的角色，就不是那麼明顯。比如說你問：現在數學做的東西會是將來物理的 foundation 嗎？這我就不曉得。可以確定的是，當年數學家所扮演的那麼重要絕對的角色，現在變得比較不一樣了。今天，你可以和生物學家一起工作。可是跟生物學家合作，數學家是不是能扮演著最中心的角色，這並不是那麼清楚。以前數學家的角色很清楚，他在最中心的位置。今天的數學卻往各個方向發展，每一個方向都有它的意思，但不見得是在中心位置。因此，我沒有辦法清楚說出現在數學的位置是什麼。

陳：在早些時候，物理學中有些大的中心題材，像高能物理、粒子物理以及像宇宙論等。近年來像材料科學方面的問題，受到更重視，物理好像失去比較大的中心議題。數學也有類似情形嗎？

姚：我想數學現在變得比較多樣化，不再像以前那樣。在應用方面也同樣變得更多彩多姿。還有，各種現象的計算等等，其實大部分還是需要數學家參與。

李：怎樣區隔物理與數學？

姚：大致來說，數學家是不碰實驗，不懂實驗的結果如何解釋，只討論基礎理論的結構問題。物理學家則必須對實驗結果有些感覺，即使不做實驗，也能了解其中的主要含意。但是現在數學對很多科學的現象不關心，越來越狹窄，這對數學的發展是很不好的。

李：你是不是覺得有些時候數學的進展太慢了？你定義的數學是只要不碰實驗的就是數學，那你有沒有考慮過做數學以外的事情？

姚：我沒有做實驗的天份，數學還是我比較習慣的方向。數學家應該要想一件事情，就是今天我們做的數學到底跟世界有什麼關聯，如果失去關聯性的話，那數學就死了。不可避免的，數學每經過一段時間之後，一定要回來看看它跟人類文化有什麼相關。我不相信數學是可以離開人類文化而完全獨立發展。就像我剛說的，一兩百年前任何人要做科學，不管是物理，化學等等都需要數學，都會找數學家。那時的數學家，即使只會做些基本的計算，就很偉大了。今天的情況已經不是這樣，我們在處理問題時，若只說這方程式有一組解，這對於其他科學的人是沒有意義的。你一定要能在某種程度上刻畫這個解的性質，而且這個性質是他們所感興趣的。這樣的標準非常嚴格，現在的數學常做不到。做不到的部份原因，或許是因為很多自然界產生的數學問題，超過人類能解決的範圍。不論是否如此，至少最近這段時間，一直沒有什麼數學的發展，讓別的行業看出數學家真正在解決問題。當然也有些例外，如 integrable system，真的找出一些具體的解，對別的行業是很有意思的。不過，這只是極

少部份的數學。數學和其他學科的關係已經越走越弱，在數學、物理、化學、生物等等的光譜中，數學家是在最右邊，或最左邊，與以前數學是科學的中心不一樣。數學家必須了解到這件事情，並且讓我們做的數學伸出觸角，與科學有某種程度的關聯。數學有的部份是非常純的，可以跟其它科學不相干，但一定也要有一部份跟別的科學有關。當然，這些只是我個人的意見。

李：在整個數學裡面，有些是做純數學的，另有一些是觸角必須踏出去，與其他的領域搭上線。但是誰去做伸出觸角的部份呢？可能每個人都會說我是做純數學的。

姚：大部份數學家其實很沒有自信。與其它科學的人在一起常常沒有信心。

李：會不會是在學習的過程中花了很大很大的力氣，已經沒有多餘的力氣去接觸其他的東西了？

姚：你可以問一個數學家必須要面對的問題。在做 string theory 的人，大部份都是物理學家，數學幾乎是從零開始。他們要學 theta function, Riemann surface, 複雜的代數幾何等等，各式各樣的技巧。數學家必須要想一想他們為什麼在那麼快，那麼短的時間內就可以應用這些知識？他們當中一批真正好的人，能抓住數學知識精髓，並不是亂用。數學家在建立一個架構時，要求能放諸四海皆準，所以每一步都要非常嚴格。但是物理學家在學這些東西時，只拿一兩個物理的例子，然後用這一兩個例子，去了解每個定理的內容。所以他很快就可以抓住主要的內涵，並開始應用。如果我們教數學沒有辦法教得快，學生一定要從絕對邏輯去建構一些東西，那是非常可怕的。如果每一步計算，每一步過程，唯一的想法是 check 它是否合乎邏輯，背後沒有一個 picture，我相信那樣是沒有辦法學懂的。很不幸的，我們現在訓練學生，就是在訓練一個沒有 picture 的世界。

姚：現在不只台灣數學的士氣很差，美國也是如此。但是台灣可能更明顯。

李：士氣差與分工分得太細有關係，很辛苦做出來的東西，卻沒有人感興趣。

姚：選擇數學這一行，有時我也會想這樣的事情：做數學到底和人類關心的各種問題有多相干？依我看，微分方程對科學的影響是比較多的。問題是微分方程別人不會解的，我們也不會解。我指的不是解的存在性，而是刻劃解的結構。機率在科學的應用也很多。另外 theoretical computer science 影響也很大。其它的如拓樸、幾何對 string theory 有貢獻，不過它們在科學上的影響還是比較局部的。

五. 數學獎

陳：可否談談得麥克阿瑟獎 (MacArthur Fellow) 的前後情形？

尤：我看到了中時晚報對你得獎的報導。

姚：某一天有人打電話給我，說我得獎了。之前我不知道會得獎，之後他們也沒有管我，只是每個月寄一張支票給我。就是這樣子，也沒有太多可講的。

陳：事前難道沒有一點風聲？

姚：沒有。我完全不知道。

尤：你心情的感受呢？

姚：得獎是很高興，可是過了沒多久，就覺得沒有什麼了。你現在很難想像。

陳：但是歷年得獎的像是 Gelfand, Mumford, Schoen, Uhlenbeck, 邱成桐, Wiles 等都是偉大的數學家。

姚：是沒錯，當時是非常高興。但得獎這種事是沒完沒了的，過了兩個月就麻痺了。自己在研究上做出很好的東西，對自己的工作很滿意，這種還是比得獎長久。例如諾貝爾獎我們都沒有得到，你會想如果得到一定萬事 O.K.。但是得到後過一陣子，你還是需要有別的東西來滿足。你並不能每天把得過的獎牌貼在牆上，然後就這樣自我陶醉。它是一種肯定，當時你很高興，對你心情有影響，可是之後讓你每天高興的是你自己的研究。

尤：可是這代表別人對你研究的肯定和推崇……

姚：每個人對自己的研究都有個評估，看自己值得什麼樣的評價。可是總是把自己估得高了一點，所以得到的肯定，總是比自己想的差了一點。反過來想，我們現在得到的肯定，說不定都已經超過我們應該值得的。有時我們讀一些數學的文章，看到很好的研究工作，也會覺得奇怪，像這樣的文章，這樣的人，也沒有得獎啊！

有些人做了很多很好的工作，可是什麼獎也沒有得到。例如以前 Berkeley 的 Morrey，他根本不是做我們這個方向的，但也在我們這個領域做了非常有意思的工作。

陳：你是說做橢圓方程和變分的 Morrey？他做了這方面的工作嗎？

姚：你看，連你們都不知道。從某觀點來說，他可能也是第一位對統計力學有興趣的數學家。現在有關 equilibrium state 的重要結果，Morrey 其實也看到一些東西並做過這方面早期的工作，非常非常有意思。好的人未必受他人肯定。然而反過來，有些很出名的人，去看他的研究工作，卻發現並不怎麼樣。這也是沒有辦法的事，人類的社會結構如此，大眾對你的認可及評價未必正比於你的研究工作。如果覺得自己值得八十，能得個六十，也就應該很高興了。還有人值得有一百，卻只得了四十，那怎麼辦呢？因此，只要自己懂得愉快就好了。

尤：怎樣才是讓自己愉快的好辦法呢？

姚：做研究是一種生活方式，也是生活的一部份。當然，所面對的是專門領域的東西，未必得到其他人對等的評價。然而反過來看，我們有職業，有可以的薪水，期望未來更美好，能做更多，如此就可以了。

陳：可不可以談談你得的 Poincare Prize？也有獎金嗎？

姚：那是數學物理獎，三年頒一次。上次在倫敦，跟我獲得 MacArthur Fellow 是同一年（2000 年）。每次發給三個人，一個年輕一點及兩個 senior。第一個年輕得主是 Kosevich，這一次是我。它幾乎沒有什麼獎金，只有一張獎狀。

尤：你覺得這代表對你工作領域的肯定嗎？

姚：Poincare Prize 本來就是數學物理方面的，所以比較沒有這樣的效果。不過，也可以說是對我做的 analytic approach 的一種肯定。我想因為 MacArthur Fellow 涵蓋各個領域，它比較讓你覺得自己的領域及工作受到肯定。

陳：可否談一下你和其它重要獎擦身而過的情形？

姚：這世界上擦身而過的，就是過了，也沒有什麼好講的。任何的獎，夠資格得這個獎的一定比得獎的還要多。例如一個獎有五個人得到，夠資格得這個獎的可能有二十個、三十個。因此不能聽到某人得了獎，就問：那人跟我差不多，他有，那我為什麼沒有得獎，我也夠資格啊！這是說不過去的。夠資格得獎的人絕對是遠超過真正得獎的人，評審的委員總要做個選擇。除非自己的研究工作遠超過別人，有個清楚的差距，否則沒有得獎，也沒有什麼好講的。所以整個來說，沒得獎只是表示自己的工作沒有作得那麼好。

陳：從台灣的角度來說，這是非常可惜的。錯過了這次，下次不知何時才能得獎。

姚：你不要這樣子想，年輕人總是有希望。每一代總是比前一代的要好，不要覺得年輕的傢伙現在看起來不怎麼樣，將來真正做得好的就是他們這些人。

陳：台灣人留在美國立足的好像一代比一代少？華人又是怎麼樣的情形呢？

姚：台灣地方小，人口少，想留在美國發展也相對少。華人在美國並沒有一代比一代差，我在台灣看到的年輕人也比以前好多了。

陳：所以你覺得台灣看起來仍相當有希望拿個獎？

姚：這要看你希望的是什麼。例如敬業的精神比以前好很多。把 research 當作是自己的職業和應該做的事情，每天教完書之後就想數學，這個觀念漸漸被越來越多的人接受，就是很大的進步。而且，這也是比什麼都更深入更重要的。另外，現在年輕的一輩，每個人都很活潑，如果慢慢有了自己的方向，十年之後，就會有一番成就。數學有個現象，通常要做到五十歲，或除非你在一個很大的領域中，有人支持你，不然你做的東西好像就不怎麼重要。但是等到出了名之後，即使所做的東西不怎樣，也變得很重要了。這樣的現象會讓人以為以前的人做得比較好。其實真正的原因是做出那些東西的人大多五六十多歲了，他們的研究題材本來就受到更多的認可。

陳：數學二、三十年來基本的課程都沒太大的變化，但是目前數學也越來越多元化了，你認為課程上需要作改變嗎？

姚：應該這樣講，基礎的課程還是基礎的課程，但是也不能說有那麼多的東西全都是基本要學的。所以必修課稍微少一點，學生自然會到處去學，這樣就沒有問題了。例如要走純數學的，可以多選些相關課程。以前我唸書時幾乎沒有什麼課可選，都是必修課，這樣不是太理想。另外有件事情讓我不能理解的是，一個數學的觀念常被描述成很偉大的東西，一定要花很多時間去了解才能學會。這是完全不對的。我們應告訴學生，數學的東西並沒有什麼偉大，數

學很多是簡單的。去學它，中間有一些細節不會也沒有關係。基本的觀念學會就可以用，用了也不要怕錯。但是現在數學系訓練的方法卻倒過來，以為任何東西一定都很偉大，背後藏了很多了不得的細節，沒有完全學懂之前就使用一定是錯的。因而把學生訓練成一點膽子都沒有，這是很嚴重的問題。

尤：這是到處都這樣，還是只有台灣？

姚：我看到的幾乎到處都是這樣。就像剛講的，以前我唸書時花好幾個月讀拓樸，光是學 manifold、vector field、pull back 這些名詞就學了好久，這是不對的。數學應該是思考的、活的，應該想辦法讓學生很快進入狀況，進入中心，一些細節可以先拿掉，以後有需要再慢慢補上。不能什麼東西都像蹲馬步、挑水一樣學習。如果數學系四年中高微就只學會 compactness，不會作計算，這樣是不行的。

陳：你會不會覺得美國教育方法比較好？大學沒有學那麼多，但研究所很快進入狀況。

姚：美國研究所教書通常進度是快得多，歐洲也是這樣。不過重要的還是像剛講的，如何使學生不要怕數學。像積分跟微分，積分跟 limit 可不可以交換，學生被要求每一步都要檢查，等確定所有假設都滿足才能做下去。可是在實際做研究時並非如此，都是先假設可以交換，答案出來後再回去慢慢看細節。在大學訓練中如果每步都必須循規蹈矩，如此一來很多東西就沒有辦法學。所以大學學了高等微積分，可是像 Fourier analysis，以及用 Fourier analysis 解 ODE 和 PDE，或像機率，都幾乎沒有學到。很多可以用的東西都沒有，學生會的都是沒有用的。

尤：Apostol 那本書是典型的例子吧！

姚：怎麼可能高等微積分要寫到五百頁呢！

陳：教科書的取材和不同觀點的強調，是否也受當時潮流影響，也會風水輪流轉？

姚：其實也不是。一些比較舊的微積分像 Courant and John，他們寫的也都非常強調可以用，可以計算。一些不可以計算、基礎的東西、像是專用詞彙等應該讓它很快地過去。

陳：你覺得在美國的台灣人才最好能回來，還是我們該把多點人才儲存在美國？

姚：對台灣而言最好當然是大部份人才都可以回來。但是也要有些人在國外，作為學術交流的網絡。當台灣有人做出好的結果，也可以讓外面的人更容易知道。不過現在還不用擔心這個問題。

陳：因為台灣人才還是太少？

姚：是的。同時每個人有各自考慮的因素，也不能強迫他一定要回來。

陳：在國外環境較好，回來可能研究進展變慢。

姚：當然會有這種問題。回來的話基本上要帶一批學生，再慢慢發展。對台灣而言，多些人回來是好的。

六. 對做研究進一步的看法

尤：當你做研究的時候，卡到了，該怎麼辦呢？你是硬著頭皮做下去呢？還是會退縮？或著是暫緩停頓一下？還有你對問題有怎麼樣的品味？

姚：通常你真正有興趣、夢想要達到的問題，都是做不出來的。你必須將原來的問題稍微修改，提出比較合理、比較可以做的 version。即使是這樣，常常還是做不出來。一陣子後你可以先把問題放下來，過了幾個月，甚至半年，一年再回來。有時候要這樣試了好幾回，才會慢慢發現，還有一個更簡單的 version，都還沒有解決，應該從這邊開始。所以研究都需要經過一段長時間的累積，它的進展不是那麼直接了當。不過我想不只是我，每個人做研究都是這樣。

在獲得 Ph.D. 後，可能作 postdoctor 一陣子，然後是 assistant professor 等等，可能跟以前論文指導老師還有很多合作關係。不過畢業 7、8 年或 10 年後，應該去找出自己的方向。你可以在原來的題材上去發揚光大，甚至超越指導老師，或者也可以去找另一個方向，走出自己的風格。這是因人的個性而異。重要的是，畢業一段時間後，要想辦法更上一層樓，超越以前的。當然，我認為最好能在新的方向努力，花長一點時間，做出自己的風格。開始的時候會比較辛苦，因為外人可能會覺得你的研究不是那麼有意思、那麼重要，但長遠來看，很可能會有一番更了不起的成就。

陳：那你怎麼尋找重要的新方向？

姚：我也一直有這個問題。對自己做的東西常常覺得不滿意，認為應該有更有意思的題目，因此也一直在尋找。我不是很確知自己怎麼找到新方向。不過通常我們進入一個新領域，都會有些不同想法。過一陣子後，那些想法可以解決的問題都做完了。這時你可以繼續待在原來的地方，改進原來的地方，看看還有什麼可做。我不喜歡這樣，我喜歡重新開始，另外找一個讓自己比較高興的方向。雖然比較辛苦，卻比較好玩和有趣。

這樣子做也有不利的地方。在數學界或科學界，每人都有標籤，說這個人做了什麼，那個人做了什麼。你在某個領域裡待久了，就會認識這個領域的所有人，你就是這領域家庭的一分子，人人會支持你。如果你的研究太常更換，就不容易有自己的標籤。因此在一個方向上，至少也要做上五年、十年，等做出些樣子，有些成就後再更換。這跟我剛才講的年青人要做出自己的方向，又有些不同。年青人跟著指導老師做的方向，基本上不是屬於他的。除非他可沿著同樣方向看到更多更深及非常不一樣的東西，才值得繼續做下去。否則，應當慢慢找出自己的方向。我們可以看看幾個數學家的例子。譬如說 Sinai，他是跟隨他的老師 Kolmogorov 做 dynamical system，但是他另外也找出新的方向做出很好的東西，所以他是非常好的數學家。又譬如 Moser，他當時做 Szegö 的 postdoctor，可是他能夠做到更上一層樓。若不是這樣，他就不會是這麼偉大的數學家。當然從大的眼光來看，換個研究

方向，在數學上只是個小小的變動。但若個人研究要進一步突破的話，一直跟著指導老師太久，其實並不好，自己要找些不一樣東西來做才是。

陳：對於找新方向，多跟人談談，多聽些不同領域的演講有幫助嗎？

姚：要多聽一些 seminar。其實找方向和對科學的眼光有關係。有了好的眼光，才可以看出什麼是比較重要的方向，並且幫助你去選擇自己真正有興趣的東西。我想重要的東西有兩項，一個是眼光，一個是興趣。這點台灣數學界的訓練很差，美國也有同樣的問題。學數學幾乎不懂科學，如物理、化學等等都不懂，看到的東西常常太狹窄，這對將來的眼光大有影響。這樣一來，你永遠只看到老祖宗一百年前的數學，並不知道新的走向。數學應放在科學的大領域裡，才能看出它的位置。當然也有一些例外，像數論，它比較自成體系。但是除非只對數論感興趣，否則整個數學還是與其他科學密切相關。

尤：可不可以談談純數學與應用數學的潮流。

姚：我比較不去注意潮流是什麼。在熱門的領域中，可以看到已經有很多好的結果，大家也都拼命去追逐。然而這些熱門的題材通常是別人做了許久的成果，現在跟著加入已經來不及了，未必能做出好的研究。倒是一些不熱門的題材，雖然剛開始時，沒什麼特別的結果，也不是一個那麼大的方向。但是若你能看出它將來的重要性，經過五年，或十年的努力累積，也許可以得到很有意思的結果。到時候它的重要性，將受到別人的重視。萬一到時候它仍然不怎麼重要，那也是沒辦法的事情。人生本是如此。

尤：所以去選擇一個好的領域，才是最重要的事情。

姚：對，但通常最有意思的領域並不是現在最熱門的。現在最熱門的，往往十年前大家並不是那麼重視它。數學裡也有兩、三個方向二三十年來一直都是主流的，如果你走的是這方向，可以繼續。除了這樣以外，可以找現在不是很重要的方向，慢慢去做，培養技巧。等到這個方向變得重要了，在技巧方面已經沒有人可以跟你比，你就是這方面的佼佼者了。

陳：比如說 DNA 定序計劃，前一陣子這麼熱門。現在投進去，已經來不及了，可是又不知道下一波的重心在那裡。

姚：對於 bio-informatics 我沒有什麼意見。不過數學家有時要問在做這個計劃時，數學扮演的角色是什麼。如果只是純粹對生物學的服務，當然也是可以。但要了解到這只是服務，並不是這整個計劃的中心。

陳：你覺得能成為傑出數學家最重要的是什麼？

姚：這點我沒資格談，可以說一些我的看法。一個人的成就努力是很重要，個性也有影響，天份也不容忽視的。仔細看每個數學家做數學的風格，除了跟所做的方向有關外，也跟個性有很大的關係。

陳：你會不會覺得數學界的人，個性都比較特別一些？

姚：個性通常會影響到一個人的眼光。而影響一個人數學的是他的眼光，看他看到的東西有多深。假設有個數學家問了一個很有意思很重要的問題，他的技巧不是那麼好，做到一半卡住做不下去了。此時他做了某些假設，讓他的論證能過去。然後，由於他認為他的問題很重要，繼續朝著這個方向想下去。三十年後我們再回來看，他很可能已做出一些非常重要東西。另外有一個人，他的技術非常好，任何困難問題，能很快解出，但未必能看出新的有意思的問題。三十年後來比較這兩個人，即使後者技術非常好，很聰明能解決任何問題，我們也很難確定那一個人的影響會更深。所以有時眼光真的是非常重要。當然這種區分也不應講太多，講多了會比較空洞，失去對做數學扎實的感覺。當然，能兩者兼具最好，但這是勉強不來的。

尤：所以成為好數學家除了運氣外，眼光真的很重要。

姚：有好的眼光，把數學放在科學裡，看它的位置，再決定要做什麼。可是講起來容易，卻很難做到。就算你看到或想到該往那裡走，也不見得有力量可以達成。

陳：你提過很喜歡滑雪，而且也滑得不錯，這對研究生活的平衡是否有很大幫助？

姚：有啊！做數學研究是很辛苦的事情，每天面對方程式，不等式等等。真實的世界與數學沒有很大關連，你不能只是關在數學世界裡想許多的問題，萬一解不出來怎麼辦？所以生活上要有些調劑，找些嗜好，多學些其他的東西。人生是多方面的，數學只是小小一部份。百分之九十的時間花在數學上，百分之十的時間去看看各式各樣的行業。你會發現每個行業做得非常好的東西，都是很有趣的。或者多去運動，可使身體健康，心情保持愉快。

陳：對於做數學的人以打橋牌，下圍棋作娛樂，你個人的看法怎麼樣？

姚：我唸 Ph.D. 時也曾下過棋，一段時間後，便放棄所有用腦的娛樂。因為做完數學後，頭腦都快炸掉了，不可能再用腦力去打橋牌，下圍棋。所以盡可能挑一些使用體能不用腦的事情，就算用腦，也挑些像看看書，看看畫，這些比較輕鬆的事情。

—本文策劃劉太平先生為中央研究院數學所所長，訪問者李瑩英、陳俊全教授任教於台灣大學數學系，尤釋賢教授任教於香港城市大學數學系—