

數學人物

石厚高

數學家在那裡？他、她們創作數學無所不在，在沙地上或電腦上畫圖、在紙上作、在石頭上或木頭上刻下符號、在教室黑板前方面對一大堆學生、在實驗室、在監獄、在燈塔、也許是盲人、能接觸到書籍或不能。不論他創造的是甚麼數學，證明又傳播的能讓大家明瞭，也就很可以了。

「Mathematical People」訪問二十位數學家，靠著簡短、生動的訪談而不是學術傳記，來顯現數學家的日常生活、工作與希望。除非你的鄰居是個數學家，你絕不會找到比本書對數學更人性化的介紹。大家都知道數學家就算是對自己人，一旦要把自己的想法訴諸文字時，都要把大白話轉換成難辨識 (unrecognizable) 的學術文字，所以，本書以訪談手法撰寫就特別高明了。本書篇篇精彩、頁頁可讀，我挑了十位有趣的或重要的人與事作簡介，為節省「數播」版面，概以第一人稱或第三人稱方式行之而不一問一答。他、她們表現傑出，只有二位不是學數學的，有的著墨多些，有的略有數行，沒有高下之分，全在於個人感受。

為了把筆者感受 (審稿人稱之為 chat) 與原著介紹有所區別，每段前方有“◎”記號者乃筆者 chat。

G. Birkhoff

我的興趣是多方面的，一開始不知道自己要作甚麼。進了大學老爸對我說畢業之後要自謀生活，在以後的四年裡要為就業作準備。就在那時我決定要作數學家，他是數學家，為甚麼我不能呢？我不認同四色定理已獲致結論，也不以為不能讀的證明真的是證明。例如哈佛博士 Daniel Gorenstein 組織 (organize) 數學家，找出了所有的有限單群 (finite simple groups)。問題是 11,000 頁類似的論文散見於很多的期刊裡，如果都沒有錯，有限單群也就解決了，可是誰又能全部看過呢？

◎ 談到有限單群，沒有學過群的讀者、學子可以看看「Mathematical Experience」裡的一篇「Group Theory and the Classification of Finite Simple Groups」，此文很短只有六

頁，可以很快的得到些概念。單群的研究在有限群理論 (finite group theory) 裡扮演的角色，正如質數在數論研究裡的角色一樣。

老爸是著名數學家，對我來說並沒有甚麼壓力，我被教的早熟。我直到八歲都在家裡學，十一歲小學畢業。那時我家很知道 Wiener 不快樂的童年，所以在進中學之前要我輕鬆一年，我就騎腳踏車、踢球又滑雪，身體很壯。小學畢業後十七歲進哈佛之前有六年之久，我參與同學的運動都表現得很行，尤其是數學。老師要我改考卷免得我淘氣。

我執教哈佛 45 年，寫了或與人合寫過很多先驅 (pioneering) 的書，在數學上貢獻的領域很廣泛。我父親 George D. Birkhoff 也在哈佛教了很多年，爲了紀念 (mark) 美國數學協會 (American Mathematical Society 創建於 1888，當時叫作紐約數學協會 New York Mathematical Society) 成立五十周年，他在一篇論文「五十年來美國的數學 (Fifty Years of American Mathematics)」裡寫下了早期的看法，真的是很有趣。早在 1938 年他就已經列舉 (cite) 了三十八年後，兒子會有的重要貢獻，尤其是格子理論 (lattice theory)。

◎ 一般來說，小學沒有讀或讀的不完整或斷斷續續的人，他們往往從事三種行業，文學、藝術與數學。陳省身讀了三年小學，高行健只讀一年小學，筆者讀了不到一年半。前二者比較容易自修，數學比起物理與化學來要單純而自然的多，不需要甚麼設備又不需要多方面的知識，當然也與個性有關。也記得不只一位名作家說過，成爲作家要有個不愉快的童年，真的是於我心有戚戚焉。

陳省身

◎ 陳省身大師訪問記很短，文字部分只有三頁半，遠不及大師自己寫的「學算四十年」(以下簡稱〈學〉)。有一點是〈學〉文沒有提到的，訪問者說回想陳的一生讓我們想起一個老掉牙的問題：人是歷史的產物或歷史是人的產物？過去五十年陳的生涯與微分幾何的驚人成長是不可分的。1930 年代多數微分幾何學家都在作推廣普通相對論，也就是在尋找統一場論，成效不彰。1940 年代陳在作微分幾何時，這個領域尚處低潮。大域微分幾何在起步階段，甚至於 Morse 理論的了解與使用也只是一小撮人。今天微分幾何是數學主題之一，大部分成就要歸之於陳教授。

◎ 〈學〉文初刊於「傳記文學」，又轉載於「數播 2」，再轉載於中國時報副刊。它是經典之作學子必讀，「數播」轉載是自然的，「傳記文學」與中國時報副刊也予刊出就太不容易了，後二者文學性太高，讀了該文才能了解大師的人文素養是多麼的出眾。大師近況大家都很關切，民國八十九年一月二十八日中央社台北訊指出香港大公報有如下報導「天津市公安局負責人於本月廿五日，將華裔國際知名數學家陳省身在大陸的永久居留證書送到南開大學陳省身的住所。陳省身於一九八五年在天津南開大學創辦了大陸國家級的南開數學研究所。一九九五年，天津市

政府授予陳省身榮譽市民。四年前，他表示了要回大陸定居的打算，如今得償此願... 其配偶和子女也獲准大陸定居。」

◎ 從〈學〉文可以看出陳大師對教育很有理念，他是了不起的教育家。下面的報導無法用文字形容，只能說讓學生這麼仰慕是太不容易了。不僅是陳大師的榮耀也是數學界的光榮。民國八十五年四月二十七日聯合報報導，二十多年前陳省身的學生鮑伯·尤米尼，去年中了樂透大獎二千二百萬美元，他很感懷陳大師，就在中獎的第二天，他打電話給柏克萊數學系，要捐給母校一百萬美金成立「陳省身教授講座」。消息傳來，大家見了陳省身都會問他「教授！教教我們如何中樂透好嗎？」

原來尤米尼在柏克萊讀書時選了陳省身的課，一堂微分幾何下了課，他就立志要作幾何學家了。民國五十八年大學畢業時，他申請進研究院被拒，因為成績不好，陳大師鼓勵他再申請一次，並主動為他寫推薦信。大師說他是個很有自己想法的學生，這是作學生最可貴的地方，第二次申請成功，民國六十五年獲數學博士學位。他表示能進研究院完全是陳教授的鼓勵和幫助，畢業後一直在想，有朝一日要以陳教授的名字設立講座。尤米尼的表現對一些資深教師來說並不意外，有人長於考試並不宜於作學問，也有能作研究可是成績並不好。

八十五年三月「陳省身教授講座」設立了，第一位應邀前來演講的是英國劍橋大學三一學院 Trinity 院長，近代數學領域的權威學者之一的 Atiyah 為期一個月。陳大師完全不知道這回事，他看了電視才知道，還問這講的是我嗎？二十多年前教的學生還記得自己是很欣慰的。

M. Gardner

「科學美國人 (Scientific American)」要推出「Mathematics Games」專欄之際，那時還沒有數學篇章。Martin Gardner 的數學只有高中程度。1952 年他為「科學美國人」寫了篇「Logic Machines」，又在 1956 年寫了「Flexagons」，後者使他與數學家 John Tukey、Bryant Tuckerman、A. H. Stone 物理學家費因曼 (Richard Feynman) 搭上線。1957 年是個轉捩點，「科學美國人」的 Gerard Piel 對 Gardner 的作品印象深刻，就問他有沒有足夠娛樂數學 (recreational mathematics) 題材每月一篇作個專欄，答案是肯定的。從此 Gardner 為「科學美國人」寫數學娛樂 (Mathematical Recreation) 專欄，自 1956 年十二月至 1986 年五月，每月一篇一寫三十年。「THE LAST RECREATIONS」共選 23 篇 Gardner 作品。他大學讀的是心理，可是雅愛數學，他遺憾沒有讀數學，其實他的表現是十分傑出的，封底 John Allen Paulos 說

Martin Gardner never took a mathematics course in college, yet probably has done more to stimulate an appreciation for, curiosity about, and discussion of mathematical ideas than any 213 of us mathematical professors.

(馬丁加德諾讀大學時完全未修數學課,或許在挑起大家欣賞、好奇與討論數學觀念上來說,比我們 213 位數學教授作的更多。)

這一本 Gardner 的專集有一篇「Non-Euclidean Geometry」介紹非歐幾何,娓娓道來風趣雋永,值得初學者參閱,本文讓人很快就掌握非歐幾何重點,能有整體概念。歐幾里德聲名狼藉的第五假設並不是定理,只是個公設;講的囉哩囉嗦,其實用下列方式就比較容易接受:平面上過直線外一點,只有一直線平行此直線。多年來不乏傑出數學家作了數百種證明,可是這些證明不是與平行公設等價就是用了平行公設。他舉的例子很有趣值得參考,結尾很妙, Gardner 說,親愛的讀者,如果你能證明平行公設,請不要告訴我。

◎ 我很想加上一句「留著自個兒欣賞罷」!

專集另有一篇「計程車幾何」(Taxicab Geometry) 或「格子點幾何」,用圖形解說非歐幾何。明白清楚淺顯易懂,舉了很多例子附有格子圖,在這裡「三角形兩邊之和大於第三邊」是不成立的。最引人入勝的是橢圓、雙曲線、拋物線的圖形是那種樣子,令人不可思議,可又完全合於定義。習於歐氏幾何的學子,在「計程車幾何」作出三種圓錐曲線的圖形,雖然不一定要花很多時間,是要用些腦筋的。

有趣的是幾何學家 H. S. M. Coxeter 說:「愛麗絲在漫遊記裡吃塊小餅乾就可以改變身材,我可不能接受,在邊長趨近於無限時,三角形的面積能保持有限」。

◎ 他的想法可以由 M. C. Escher 的畫“Circle Limit III”掌握要領。畫作是雙曲平面上歐氏模型的嵌石裝飾,一個圓內有無數條魚,從中心往圓周作重複而愈來愈小,在圓周就成為零了,可是它們永遠到不了圓周,這個圖是圓而不是球,請參閱拙著「數學畫」,原載「數播 86」。

P. Halmos

Paul Halmos 15 歲讀大學,他個子高假裝年紀大和大家處的好。本來是讀化工,覺得無聊兩手弄的很髒,就轉而往數學與哲學發展。只用了三年拿到學士,被詢及那一點使 他作了數學家? 他答的很妙:

我從未想到要走學院的路,只不過這裡摸摸那裡看看罷了。讀碩士時哲學被當 (flunking),我還是繼續選課。研究院第一年我選了 Pierce Ketchum 的複變函數論當時毫無概念,我不知道甚麼是 ϵ ,我覺得吹毛求疵無聊,我真的不懂。那天下午在數學大樓 213 教室黑板前和 Warren Ambrose 談話,突然的我懂 ϵ 了,也瞭解極限是甚麼了,教材的點點滴滴都清楚了。我拿著 Granville、Smith 與 Longley 的微積分課本坐著讀,以前覺得沒有意義的都變的明白了,我也能證明定理,那個下午我成了數學家。

◎ 看到這裡想必有很多讀者覺得很親切,原來 Halmos 也為極限與 ϵ 煩惱過,他居然記得數學大樓 213 教室,可見印象是多麼深刻。

數學是甚麼？他說數學是保障、確定、真理、美、洞察力、結構 (security、certainty、truth、beauty、insight、structure)。在訪問記裡很有些發人深省的話：

「我不認為數學需要支持」、「如果從來就不曾有過 NSF，如果政府從未為美國數學提供研究經費，美國數學家就只有現在的一半了，我覺得那也沒甚麼不好」、「電腦重要，可不是對數學而言」、「如果所有的男人與女人都知道些數學，他們會更喜愛生命，他們更瞭解生命，他們會有較大的洞察力」（其中 NSF 是否為 National Science foundation 文中並未提及）

「數播」第 42 期「謝爾訪問記」裡，在被詢及如何才能鼓勵年青人學數學？謝爾 (Jean-Pierre Serre) 答以「... 起先最好不要鼓勵年青人學數學，因為並不需要太多的數學家。但是，往後他們仍堅持學數學，就要確實鼓勵他們、幫助他們。」他與 Halmos 對數學教育都極有理念。談到寫作他說：寫作是一輩子的事，書、論文、紙草 (papyrus) 上的符號，永遠是放諸四海而皆準。寫作是件辛苦事，可是我愛它。

◎ 實感深獲我心。

D. E. Knuth

洗鏡光「漫談 Micro」：「讀計算機的人很少有人不知道 Knuth 這個名字的，或許您沒有讀過他的 The Art of Computer Programming 或者是 Tex 與 METAFONT，但是從課本中大概不難找到他的名字，或者是掛上了他的名字的內容。雖然 Knuth 不是那些造機器的先鋒，也不是開山立派的大宗師，但是他對計算機科學的貢獻卻也不下於在他之前的大師們。在書本或雜誌中介紹 Knuth 的文章並不多，因為他還健在，也還在不斷創作。他的知名度也不如一些由微電腦發跡的人物如 Kildall、Gates... 不過，多了解一些他的事蹟，總是對隱身幕後學者的貢獻多一些認識，看到他的名字，幾乎就會聯想到世界上最重要的計算機科學家，似乎 Knuth 的光芒把其他人都蓋過去了。雖然他是個典型的教授，可是，他同時也是天生的作家、作曲家、排版印刷專家等等。他最有名的著作就是那一套 The Art of Computer Programming，通常人們都認為這是計算機科學的經典之作。曾有一位評論者這麼說過，這本書對計算機科學的重要性，不亞於歐基里得幾何原本對幾何學的貢獻。」

Donald E. Knuth 讀高中時擔心自己有讀完大學的能力，四年後 1960 以特優成績畢業於 Case 理工學院 (Case Institute of Technology)，獲學士學位。1963 於加州理工學院 (California Institute of Technology) 獲數學博士。這些年來獲獎無數，1979 年他行年 40，卡特總統頒與國家科學獎 (National Medal of Science)。

Knuth 的訪問記有三點最為激盪人心，The Art of Computer Programming 編寫的緣起、Surreal Numbers 的寫作以及數學與電腦的對比。前二者可以知道他喜歡寫作，尤其是

寫 Surreal Numbers 時，簡直是狂熱到極點。他回憶說：我在加州理工學院研究所二年級時，曾在私人公司當顧問寫編譯器 (compiler)。那時請軟體公司寫個編譯器要十幾萬，可是我不知道，我寫了個只得五千元。1962 年一月 Addison-Wesley 公司的顧問 Richard Varga 問我願不願意寫一本如何編寫編譯器的書，我當然很樂意。我把這個好消息告訴太太，那時我倆都不知道它改變我們的生活有多大。

就在那時我擬了個大綱，列出 12 章的綱目。一開始我就從排序 (sort) 寫起，雖然很有趣我對它卻完全陌生，我和卷帙浩繁的論文打交道。那時電腦科學是新領域，完全沒有一致性，出版界要求不高，很多論著寫錯了。錯的情況有三種：錯誤方法得來錯誤答案，錯誤方法得來正確答案，正確方法得來錯誤答案。就算是在 1962-63 年間大家都想有個正確的總結，可是出版品那麼糟，也都雅不欲找出其中正確的，那太花時間了，所以就自己作。我愈寫愈來勁兒愈寫愈多，所以不得不請教 Richard Varga 會不會介意寫的長些？答覆竟然是沒問題，想寫多長都可以，我終於在 1965 年完成了 12 章的草稿。就在寫本書時，1972 年十二月有天晚上午夜夢迴搖醒太太，跟她說我要另寫一本書，大約一個星期可以完成。我要去飯店租間房來寫，這其間她來看我二次，我們常想在飯店巫山雲雨。這個構想是劍橋大學的康威 (John Horton Conway) 告訴我的。原來 1972 年有天午餐後，康威簡單的給我解釋了一種新系統來造數 (to construct numbers)，這個革命性新方法給我寫下來的動機。Gardner 表示我相信這是唯一的一次，數學重要發現用小說的方式出版。書名是 Surreal Numbers: How Two Ex-Students Turned on to Pure Mathematics and Found Total Happiness, 由 Addison-Wesley 公司出版。

在訪談中 Knuth 有一大段話談電腦科學家與數學家的不同。簡言之，就是數學家一個式子解決所有的問題，而電腦科學家一個式子 (程式) 解決一個問題。電腦系的興起是由於很多人的「思考空間」接近我們的焦點。過去的歲月裡，現在我們稱之為電腦科學家 (computer scientists) 的，以往是叫作數學家、物理學家、化學家、醫生與生意人，現在他們有了個自己的家。

◎大約 15 年前筆者聽資策會一位先生演講說過，電腦界只有百分之十九是本科系畢業的，現在當然不同了，它需要各行各業各盡所能，為 Knuth 這段話作了最佳詮釋。

有人以為數學是電腦科學的一部分，也有人說電腦科學是數學的一部分，Knuth 認為二者雖有很多重疊，可就是兩回事。他提及：當我從數學思考模式進入電腦思考模式時，我能感受到它的改變。對思維處理的性質二者是完全不同的，也可以這麼說，它們是用兩種不同的觀點來看這個世界。兩種不同的抽象方式來組織知識，有共同點也都有自己的領域。

M. Kline

克萊茵 (Morris Kline) 從「新數學」一開始就率先抨擊，一系列的論文與書對新數學大張撻伐。對中學生來說數學的呈現，要儘量直觀而不是它的邏輯嚴密 (rigor)。對嚴密性的欣賞，是學生年齡的函數。不要讓學生睡不著覺，去煩惱一條直線能否把一個平面分成兩部分，只證明那些學生認為需要證明的，這是他對中學數學老師的建議。訪問人提出個饒有趣味的問題，偉大研究者往往不是個好老師，就以訪問人的感受而論，有些大學生是助教來教是很幸運的。克萊茵答覆的很有道理，不論大學部或研究所的教授同時又是好老師的很少，並不是說研究作的好就不能教的好，而是優秀研究者要花很多的時間去開會、探索學生問的有意義的問題，還要看或參考很多文獻，只有少數精力過人的才能作得到。

◎ 我很喜歡他的答覆，記得李永平為寫「海東青」辭去中山大學教職，用四年時間嘔心瀝血，寫一部長達五十萬字的小說，社會大眾很難理解，他是精神異常嗎？尤其是在公立教職難覓的今天，真的是匪夷所思。某公立大學微教師一名，就有一百二十多位博士應徵。他不是始作俑者，英國人霍克斯為了翻譯紅樓夢，辭去牛津大學教職；可是收入沒有了難以糊口，又去應徵郵差，郵局說他的學歷太高，小廟容不下大菩薩未予接納。大家又不明白了，放著教授不作要作郵差爲了甚麼？道理很簡單，教授上課前要準備教材，郵差上班前不需要準備，人到就成了。寫作與教書都是需要很專注的，不能兩全就只好選擇其中之一了。

H. S. M. Coxeter

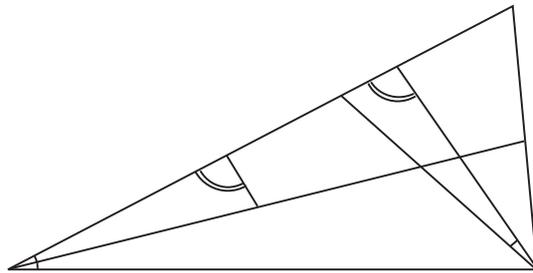
H. S. M. Coxeter 的際遇很有趣，下面是他的自白：「有人說我雖然在多倫多 (Toronto) 44 年，可還是個英國孩子。又說我的名字來自圓錐獵犬 (cock setter) 真的是匪夷所思。數與幾何二者我早年是傾向數的，母親說我大約二、三歲時就注意看報紙的股票市場的報告。進了學校就很喜歡歐氏幾何，至於喜歡正多面體，一定是有某個人給我的那本幾何書上面有正多面體的圖片。我很小就離開學校，爲了學足夠的數學拿到進劍橋的獎學金，我進了名校 Marlborough。學德文外，更密集的學數學。我不是正式生，該校規定很嚴，過了 16 歲就不行。每天騎自行車去學校，數學老師 Alan Robson 爲我私人開班，每天給我作業第二天交。因爲我沒有按部就班學數學，代數、幾何、解析甚至於應用數學我知道的不多。能進這個學校，那是有人把我介紹給羅素 (Bertrand Russel)，他又把我介紹給 E. H. Neville。後者就是說服 Ramanujan 來英國的，我得到這些重量級人物的認可，真是太幸運了。」

「甚麼是幾何」可是個困難問題，要是說幾何學家作的就是幾何，那是推卸責任的說法；也有教授闡釋幾何是邏輯，好比研究公理 (axioms)，我可不這樣想。如果把數學世界侷限於幾何，從古到今最偉大的數學家，當然是阿基米德 (Archimedes)、Apollonius、高斯 (Gauss) 與 Lobatchevsky。爲甚麼沒有歐幾里德 (Euclid)，他只是個編輯沒作甚麼原創性的工作，再

近代些就是 Veblen 了。他的主要貢獻在幾何與拓樸間的連繫，他與 Young 在 1918 合寫的 Projective Geometry 是經典之作，處處都交代的清楚易讀，今天讀來仍然是歷久彌新。

最高雅、漂亮又巧妙的數學片段當然是克萊因 (Kline) 列舉的旋轉有限群，他們正是循環的 (cyclic)、二面角 (dihedral)、四面體 (tetrahedral)、八面體 (octahedral)、二十面體 (icosahedral)。我一有機會就會津津樂道的是 Steiner-Lehmus 問題，有二分角線相等的三角形是等腰三角形。證法很多也許上百種，我想其中以 Forder 的證法最高明。

◎ 從附圖可以看出此一證法，他是從證明大角分角線小於小角分角線證出來的。筆者讀初三時數學老師孫恩壽講過這一題。



Forder 的證法

幾何教得最好的國家，當然是蘇俄，其次是德國與奧地利，因為他們認為這是個值得持續研究的主題。至於說英語的國家，則興趣在它方面，不把幾何放在較高地位很是遺憾。美國與加拿大是乏善可陳的，也看不出來有改善的跡像。說英語的民衆為甚麼放棄幾何，當然是教的乏味，或許是太長時期強調公理化，學子對幾何得不到生動活潑的感覺，受到的傷害就很大了。教得爛，學得就爛，如此惡性循環以至無窮。

◎ 談到這裡筆者有同感，初中二年級一學到證明，那時是要寫「敘述、理由」的，理由一寫一大堆讓人很煩。除了筆者與三、四位同學外，都很討厭幾何。當時有首打油詩：「幾何幾何人生幾何，學了幾何又能幾何」。

有人說幾何已經死了，它的一切知道了。Coxeter 不以為然，它和其它數學發展的一樣快，只是大家沒注意罷了。

P. Erdős

◎ 民國 58 年，陳省身大師來台，記者訪問他：「據說您是當代最頂尖的數學家？」，大師答以「數學家的高下不能和打棒球一樣，一賽決勝負。」因為有人長於組合，有人長於分析... 沒有辦法說誰第一誰第二。

◎ 高行鍵得了諾貝爾文學獎，大陸文學界有人說很失望，大陸比他好的作家不止二百位。其實應該說成「和他不相上下的作家不止二百位」。高的得獎當然和馬悅然有絕對的關係，馬是首席評審委員，太太是中國人，他精通中文又熟諳左傳，他了解又欣賞高的作品，所以高得了獎。由以上二段 chat，下面一段話也就很明白了。

艾狄胥 (Paul Erdős) 說諾貝爾獎不適宜數學，數學的高下是很難評比的。Bers 說：我不認為我們應該拿錢，如果拿到了我也不高興，因為那可就要打起來。只要每四年有那麼二座或最多四座費爾茲獎就夠了，只要是比自己強的人得獎誰也不在意。有時因為委員會不像樣，好比 Szemerédi 應該得一座組合學 (combinatorics) 的獎，可是決定得獎人的委員可沒有誰對組合學有興趣。

◎ 諾貝爾為甚麼沒有數學獎，本文並未提及。民國 67 年 12 月 27 日美國紐約時報報導，數學家喜歡說諾貝爾的太太曾被當時聞名的瑞典數學家高斯塔·美它雷夫諾 (Gosta Mittag-Leffler) 所引誘，這就是諾貝爾獎沒有數學獎的原因。這種說法實在是匪夷所思，真正的原因是單純的。諾貝爾希望對科學上最重要的「發現或發明」中特別是立即 (immediately) 「有益於人類」者表示崇敬。原來是這樣的，我把它譯成中文發表於民國 70 年 1 月 11 日大華晚報，又蒙數播轉載。這些年來常有人引用，很有「成就感」，請參閱「數播 18」拙譯「諾貝爾數學獎問題」。

◎ 先覺出版曾蕙蘭譯的「不只一點瘋狂」，介紹四年前剛過世天才數學家艾狄胥一生的傳奇故事。民國 88 年 12 月 20 日中央日報有此書書評，儲三陽作「流浪的數學家—艾狄胥」一文裡有如下文字：「綜其一生可說艾氏的生命是為了解數學。他沒有工作，靠演講費和其他數學家接濟，訪問世界各數學重鎮，在每個地方挑選新的合作伙伴，拜訪舊友，每一站不待過一週，即轉往下一站，這種居無定所的日子居然可以維持四十多年之久。和他共同發表論文的數學家多達五百位，前後發表一千五百篇論文。... 雖然沒有固定收入，沒有家產，仍常資助經濟困難的數學學生，他和陳省身合作得渥爾夫獎時，幾乎全數捐出五萬美金作獎學金，自己保留七百二十美金。喜歡為小學生演講數學，為中學生數學期刊撰稿，激發許多年青學生投入數學界。我們倒不必以聖人來看艾氏。但是可以確認他是熱愛數學... 他的熱力四射，直接感染到五百多位合作者，也間接影響到整個數學界。」

O. Taussky-Todd

「Mathematical People」最長的一篇是 Olga Taussky-Todd 的自白，全文長達 26 頁最爲特殊。小註裡 Mary Terral 說：「這篇回憶錄是 Olga Taussky-Todd 應 Caltech Archives 口述歷史計畫之邀而作。本來我們是請她作口述會面，可是她要自己寫，以使用之於 1979 年春季班的課程裡。我和她密切合作了一年，把初稿編輯又修正成本文。」這篇自傳體散文 (An Autobiographical Essay) 下方有一段話很有趣「實話、真的是實話、可不是實話全部 The truth, nothing but the truth, but not all the truth.」。

◎說實話，我非常喜歡這本鉅著，這篇自傳尤其讓我很「受用」，所以把它推介給大家。她怎麼會記得那麼多事，從孩提時代直到 1979，讀書時代與各學校同事相處的種種趣事巨細靡遺。道理簡單，數學家生活單純，只有家庭、數學與學校，所以就記的真切了。也許她作了日記，本文並未提及。

C. Reid

蕾德 (Constance Reid) 不是學數學的，大學時代專攻英文，是加州柏克萊分校的碩士。可是她來自數學家庭，姐姐與姐夫都是柏克萊的數學教授。她自出版「希爾伯特」(Hilbert) 之後，常被數學圈請去演講，都會問她同樣問題，學文學的怎麼會去寫數學大師希爾伯特的生涯呢？說來有趣，婚後離開學校開始投稿，一九五一至一九五二年間，姐姐說起姐夫用電腦解決一個數論的問題，我覺得很好玩，問題簡單連我都懂，就寫了篇文章投給「科學美國人」，一九五二年十月刊出。

沒想到出版商看了書評與「科學美國人」上的文章，就寫信給她，要她寫本數學小書，真是喜出望外。所以就以一、二、...、九共九個數各爲篇名寫了一本書，就是「從零到無限 (From Zero to Infinity)」。後來有人抗議「科學美國人」用她的文章，原來有人不吃味兒寫讀者投書，他們強調：咱們「科學美國人」，應該多登內行人的文章，爲甚麼要刊登管家婆兒的作品！

後來出版公司一再要她寫書，1965 年完成了「歐幾里得路漫漫 (A Long Way From Euclid)」與「從零到無限」後，就決定要寫「希爾伯特 (Hilbert)」。「希」的卷首有「重讀 Hilbert 答客問」寫於 1995 年 11 月 30 日，對本書推出之原委娓娓道來蠻有趣味。原來蕾德完成了「從」與「歐」二書之後，對希爾伯特這位不尋常又影響深遠的數學家很有興趣。所以就去找還在世的希爾伯特的朋友與學生。其中二名與希大師很熟識，蕾德和他們一談，物理學家波恩 (Born) 立即表示很歡迎爲希爾伯特立傳，可是他懷疑，一位不是德國人的女士？不是數學家？不認識希爾伯特？另一位是庫朗，很久沒有回音，最後終於打了一趟太極拳，回信說他想我的計

畫已經完成了，他幫不上忙了！答應和我談談希爾伯特，他懷疑「我承認我一點也不知道妳要如何進行！」

她姐姐知道她的計畫以後，馬上就給她一套大師論文集；如此一來若有人存疑她的能力，姐姐就可以說妹妹看過論文集。可是她不是數學家又不懂德文，所以先搞德文，再去了解大師。她和多位與希爾伯特認識或有交往的人士通信，有了回音就去訪問他們，在國內或歐州。有了他們的解說，蕾德完成了手稿，把手稿複印給數位數學家反應極為熱烈，庫朗堅持要 Spring-Verlag 出版，這位科學出版家在一次戰後對德國科學之重建貢獻良多。庫朗與希爾伯特都是德國人。

記者問她：「如果我知道讀者群會是甚麼人，我會把書寫得不一樣嗎？答案是否定的，我根本不敢寫它了。我吃了豹子膽也很難想像，一個像我這樣兒的非數學家能寫一部有關數學家的書，數學家會讀。」又問：「我會再度寫希爾伯特嗎？當然不會，它是數學圈外人興之所至、信手拈來的書，如果真如戴森 (Dyson) 所說“讚美數學的詩”實在是大喜過望了。」

蕾德對希爾伯特有興趣，更重要的是她主修文學，英文好表達能力強，所以作品受到肯定。數學家的軼事妙聞，像白頭宮女談天寶舊事。文字讀來順暢激盪人心，不僅是圈內人，學文法的一樣可以讀。「Hilbert」與「Courant」是兩本完全不一樣的書，因為二人是十分不一樣的人，也是十分不一樣的數學家。對希爾伯特是一致的讚美，而對庫朗是愛恨交織，他是個爭議性人物，曾有人證明「Courant doesn't exist」。他的一生「充滿插曲」。他由窮小子而富有、打過仗、寫過、編過有影響力的書，和政府、軍方以及工商界闊人有來往，他在很多行業裡都會很成功。而希爾伯特專注於數學以及發掘年青數學家。蕾德又說：「我和大家一樣，以為數學家是很“快 (quick)”的，尤其是作與數學有關的事兒。可是在 Hans Lewy 告訴我希爾伯特不快而且“瞭解的很慢”，真的是吃了一驚。」在「Hilbert」一書裡有下面一段文字很有意思：

在哥廷根有個非正式的「數學會」，只要有博士學位就能與會。每次演講的講員都是哥廷根圈內教師或學子。新來乍到的都很驚訝頂頂大名的希爾伯特反應很慢，年青人都是一聽就懂，而大師不行。演講人要一再解釋，然後又有人講給他聽，最後似乎是全體出席人都來幫助他了解。他自己解釋能在數學上作點兒事兒，就是靠著執著。

◎我國大數學家祖沖之也說自己很笨，看看希爾伯特大家都能理解。筆者執教中等學校共三十八年，不會打麻將。一直以爲數學老師打麻將一定贏的最多，後來一打聽才知道數學老師這方面很不行，原來最強的是國文、歷史、三民主義與社會科老師。

◎蕾德自稱高中畢業後就沒有再讀數學了，不過她的數學絕不止高中程度，看完本書讀者當然就會明白。作家韓韓說「寫作就好像當眾解衣」，讓讀者把作家瞭解的一清二楚。經典名著「七俠五義」的作者「石玉崑」的數學只有小學程度，例如書中談到的數學只有「二一添作五的家當，如今弄成三一三十一了」、「這二百兩銀子，除了賞項... 共費去銀八九十兩，下剩仍有一百多兩」、「小人今年才十五歲，三年前小人十二歲」。石玉崑的數學素養比蕾德差多了。當然 Gardner 的數學比蕾德更是高明太多了，各位讀者你們說是嗎？

感謝本書,讓我在心情很低落時走出陰霾。

參考文獻

1. Donald J. Albers and G. L. Alexanderson, editors, *Mathematical People*.
2. Philip J. Davis, Reuben Hersh 合著, *Mathematical Experience*.
3. 民國七十七年九月號, 資訊傳真雜誌 (MICROTECH)。
4. 中央研究院數學研究所主編, 數學傳播。
5. Gardner, *THE LAST RECREATIONS*.
6. Reid, Hilbert, Courant。
7. 中央日報、聯合報、中國時報。
8. 凡異出版社, 數學圈雜誌。
9. 石玉崑, 七俠五義。

—本文作者為建國中學退休教師—

更正：

本刊105期「窺視大千於數瞥之間 — 淺談部份因子實驗設計」一文 pp.20~23 表格有部份更正, 詳見本刊網站:

<http://www.math.sinica.edu.tw/>