

# 有朋自遠方來——

## 專訪 Robert Finn 教授

策畫：劉太平

訪談：陳金次、劉太平、黃怡碧、仇竟珊

時間：中華民國91年4月29日

地點：中研院數學所

整理：黃怡碧

Robert Finn 教授 (見篇尾「後記」) 1923年出生, 1951年美國 Syracuse 大學 P.h.D.。自 1959年起擔任 Stanford 大學教授, 在 Navier-Stokes 方程式、最小曲面方程式及毛細面研究上貢獻卓著。

陳金次：(以下簡稱 陳) 今天很高興能有機會能訪問你。你研究過數學很多領域, 像 Navier-Stokes 方程式、最小曲面類方程式、subsonic flow, 尤其你開創了毛細面的研究。可以談談你對研究數學的感覺和你的數學生涯嗎? 我想這對台灣有興趣做數學的學生很有幫助。

**Finn:** (以下簡稱 F) (沉思) 我覺得...很難描述研究數學的感覺。關於怎麼研究數學, 我想每個做數學的人都有不同的看法, 沒有一定的法則。但我想研究數學的人通常很早就立定了志向。我小時候就有一個念頭: 我長大以後要做數學, 雖然我當時還不了解數學是什麼。我父親也不了解。他非常擔心我能不能找到一個有保障的工作。

陳: 他希望你當律師嗎?

**F:** 他比較希望我做商人或足球選手 (笑), 我沒有辦法讓他了解我為什麼要做數學, 我想他大概對我很失望吧。時代是另一個因素, 我小時候美國幾乎沒有大學教授之類的工作, 當時教授並不是受人尊敬的職業, 人們只把他們當成書呆子, 而且幾乎沒有這一類的工作。所以我放棄唸數學, 改學工程。我當過幾年工程師, 但沒多久我就發現志趣不合, 我也不覺得我是一個好的工程師。

陳: 當時你在 Syracuse 大學工作嗎?

**F:** 我在太空總署工作。過了幾年, 我存了一點錢, 我就辭職了, 而且隔天立刻離職。然後我就去唸數學了。

劉太平: (以下簡稱 劉) 哪一所大學?

**F:** Syracuse 大學。

黃怡碧: (以下簡稱 黃) 當時你年紀多大?

**F:** 大約二十二、三歲。

陳: 你是去唸研究所對不對?

**F:** 對。我想當年 Syracuse 大學提供的可能是全美最好的數學教育。Syracuse 大學是美國第一所聘用猶太教授的大學。因為當時有很多急著逃離納粹魔爪的流亡猶太數學家。

爲了逃離納粹的迫害, 這些難民努力地從歐洲逃到不會迫害猶太人的國家。只要找到工作, 他們馬上就到美國來了。他們的薪水可能很低、工作條件很糟, 但他們還是願意來。

我到 Syracuse 的時候, 那裡有很多這樣的人。我的老師都是受過良好教育、學問非常淵博的人。當時我不知道那些課程的水準有多高。此外, 因為教授多學生少, 每個學生都受到非常多的照顧。

劉: 你還記得那些教授的名字嗎?

**F:** 記得, 我印象最深刻的是 Paul Erdős。我到 Syracuse 第一年, 修了一門 Erdős 的數論。爲了這門課, 我幾乎將其他功課完全擱在一邊, 全部的時間都在做 Erdős 的習題, 因為 Erdős 會指定學生到講台上做習題, 每個學生都如臨大敵不敢懈怠。

Erdős上課的風格非常特別。他在黑板上寫的字非常小, 眼睛幾乎認不出來。上課內容是數論的一般理論, 很顯然他並不喜歡這樣的講課方式, 大約五到十分鐘後, 他會忽然回過神來, 然後開始出習題。那些題目彷彿都在他的腦子裡, 從來不必事先記在紙上, 他只是想想題目, 信手便寫在黑板上讓我們回家做。爲了這些習題, 我常常好幾個晚上都沒有睡覺。

眾: (笑)

**F:** 我記得有一個題目, 我至少熬夜想了三個晚上。上課之前, 我昏昏欲睡, 可是問題只解決了一半。我想躲在其他學生後面, 希望他不要叫我, 可是他看到我了, 指定我做那一題。所以我必須到講台上把我做的說給他聽。我覺得很倒霉, 只有走到黑板前面寫: 如果我可以證明某個引理, 我就可以得到這個結果。Erdős 退了一步說 (學 Erdős 的腔調):

「在匈牙利, 如果一個六歲的孩童不知道這個引理, 我們就把他丟到多瑙河去。」

無論如何, 我學會了這個引理。這次經驗也讓我第一次對自己的能力有了信心, 因爲我的證法剛好 Erdős 從前沒有看過。

劉: Erdős 對你表達肯定的方式真是特別。

**F:** 他問過我是否在別處見過這樣的證法。就這樣, Erdős 的課佔去了我在 Syracuse 第一年大部分的時間, 除了數論外沒學別的。接下來幾年, 我唸了一些其他的數學, 經過一番掙扎終於完成我的博士論文。

劉: 數論的論文?

**F:** 不是, 第一年之後我就沒有再碰過數論了, 我開始研究流體力學的問題, 這是我的指導教授的專長。後來我的論文題目便是由流體力學引申出來的, 事實上這和我指導教授建議我做的題目完全無關。但我還是很感謝我的指導教授讓我知道什麼是數學研究, 也感謝他放手讓我研究自己的題目。

劉: 你的指導教授是誰?

**F:** 我的指導教授是 Abe Gelbart。

劉: 和 David Gilbarg 沒有關係?

**F:** 沒有關係。我拿到博士以後幾年我才遇到 David Gilbarg, 當時我甚至不知道這個人。

劉: 你去學工程之前, 你都在唸數學嗎?

**F:** 我內心非常渴望做數學。但同時我也覺得我不可能找到研究數學的工作。

劉: 當時的數學博士都做什麼工作?

**F:** 當時我不認識任何數學博士。我的美國高中同學也沒有人想要拿數學學位。當時我對數學家的印象是: 他們似乎都做著辛苦的工作, 賺取微薄的薪水, 過著悲慘的日子。而且當時美國社會風氣是嘲笑知識活動。我想只有經濟獨立的有錢人有能力過我想過的日子。

劉: 那你在 Syracuse 的同學呢?

**F:** 喔! 那個時候情勢已經開始轉變。

劉: 原來如此, 事情都會改變的。

**F:** 那是大戰以後的事了。

劉: 所以大學變得開放了。

**F:** 對, 大學裡開始有這一類的職缺。但對 Syracuse 的猶太人來說, 事情並沒有馬上好轉, 他們並不受學校當局重視, 系主任對數學研究的意義也完全沒有概念, 他到處散佈中傷猶太人的謠言並且嘲笑他們。終於在我拿到博士那一年爆發了嚴重的對立, 然後所有的猶太人都失業了。

劉: 什麼? . . . , 他們是最早被解雇的。

**F:** 只有猶太人被解雇。不過很顯然整體情勢已逐漸好轉, 後來這些人都在別的地方找到很好的工作。我可以告訴你一個猶太教授的經歷, 就是 Charles Loewner, 他是一個很有名的數學家, 我很了解他。他告訴我他當年拼命想逃離烽火連天的歐洲, 好不容易得到一個到美國

的機會，就是到肯塔基州的一所大學教書。如果我沒記錯的話，他一個星期要上24個小時的課，教些非常基礎的數學。

後來有幾個學生來找他，請他為他們上比較進階有趣的課，他同意每個星期六早上加課，但他並沒有額外的薪水可以領，還得另外準備教材，不過學生都很感興趣。系主任知道了以後，決定把這個課程定為系上的常設課程，並支付薪水。同時由系主任親自授課。

劉：系主任去上這些進階課程？

F：對，所以我的朋友就不用再上這些課了。那是肯塔基大學第一次開設研究所程度的數學課。後來，我記得 Loewner 先到布朗大學待了一年，然後到 Syracuse 來，他在 Syracuse 的時候碰到那次對立，之後他就得到在史丹佛大學的職位了。他是幾個幫助我到史丹佛去的人之一。

劉：那中間隔了多久？

F：隔了相當長的時間。

劉：在那之間你在做什麼？

F：離開 Syracuse 之後，我先到普林斯頓高等研究院待了兩年，之後我找到兩份工作，一個是普渡大學，另一個是馬里蘭大學的流體力學中心。普渡大學給我的工作條件很有趣，他們說因為我主要的活動是研究，所以他們特別將我的教學時數由正常的16小時降為14小時，但在馬里蘭大學我不用教書，不過聘期只有一年，可是我還是去了。

接下來我到南加州大學當助理教授，二年之後又到加州理工學院當了三年副教授，然後到史丹佛直到現在。

劉：你在馬里蘭的時候，Bürger 已經在那裡了嗎？

F：還沒有，我想他是我離開以後才去的。但 Weinstein 在那裡。

劉：那裡有一群優秀的應用分析學家。

F：對，他們都是優秀的應用分析學家。但 Weinstein 是一個很難相處的人，我和他的關係並不好，所以我很高興我在別的地方找到工作。

劉：很多人都和 Alexander Weinstein 處得不好。

F：我想是的。

陳：那個時期你主要研究什麼？

F：通常我喜歡研究剛好吸引我的東西。我不喜歡研究一個被指定的題目。

劉：當時吸引你的問題是什麼？

F：我只是說我覺得很難研究一個被指定題目。我在馬里蘭研究的問題就是 Weinstein 建議我做的。

眾：(笑)。

**F:** 那個題目是關於 fluid jets 的存在性和極限行爲。我記得 Weinstein 提出的這個問題引起了我的興趣, 但我完全不知道該怎麼解, 我想 Weinstein 知道如何下手, 但他的方法我不習慣, 我想用自己的方法做。

我努力工作了好幾個月。當時我和 Weinstein 關係十分緊繃。我想我可以了解他的立場, 他必須寫一個季報, 記錄中心裡每個人在做什麼。他每天來我的研究室, 如果我沒有新的成果可以向他報告, 他就會用諷刺的口氣說:「我也許該在季報上寫『Finn 博士正在做他的研究』」。

當時我壓力非常大, 尤其我的第二個孩子快出世了, 我又不知道我可以做什麼。就在此時, 我看到 Levi-Civita 的一篇論文, 上面有一個特別的 Green's Identity, 這個等式正好可以應用在 fluid jets 的問題上。我非常興奮, 這個方法行得通。但我和 Weinstein 的緊張關係也就此展開, 我接受南加大的聘書之後才得到這個結果。Weinstein 希望我把論文寫完再走, 這樣這篇論文就可以當成馬里蘭大學的論文。

但是這篇論文太長, 我來不及寫完, 只在馬里蘭留下一個初步報告。那年夏天, Loewner 邀請我到史丹佛訪問, 我就在那裡把論文寫完, 所以那篇論文就變成史丹佛大學的論文, 刊在以色列的期刊 Journal d'Analyse Mathématique 上。那是我唯一一篇關於 jet 的論文。現在想起那篇論文, 我還是覺得很得意。

陳: 我們知道你曾研究過最小曲面類的方程式。

**F:** 對, 那是在普林斯頓高等研究院時做的, 我花了一年的時間思考我可以研究什麼數學, 第一年什麼也想不出來, 第二年我想到最小曲面方程式的梯度估計以及其他最小曲面類的方程式。

陳: 那篇論文寫得很好。

**F:** 我花了很多心血。

眾: (笑)

**F:** 我教過很多學生, 其中包括很多優秀的學生, 像陳金次、梁惠禎都是其中非常傑出的。我發現這些傑出的學生有一個特性: 就是沒有兩個學生是一樣的。如果一個人有天賦、那麼他的天賦是獨特的, 他有他個人的研究方式, 和我的方式完全不同。我第一次指導研究生的時候, 我想要指揮他做研究, 我們每個星期碰面一次, 告訴他下一步該做什麼, 結果這個方法行不通。後來我就放手讓學生自行發展了。

我不會指定學生去研究某個特定的問題, 只是指引一個大方向, 或是指出幾個尚未解決的主要問題, 我發現學生自然會有回應。通常他們都能找到自己的路, 寫出高品質的論文。

有時候學生論文研究的主題甚至和我的建議完全無關。因為我自己當年也是這樣，我也不能抱怨。這也強迫我去接觸新的東西，讀一些新的文獻，否則我沒有辦法評斷論文的優劣，也沒有辦法在其他教授面前為我的學生辯護。

劉：你這輩子閱人無數，一定見過很多不同性格、不同研究方式的人，你能不能提供一點這一類  
的故事？例如習慣、個性、做事的方式等。

F：...

劉：比如說，你提到你的學生，他們做研究的方式都不同。

F：他們都和我不一樣。

劉：那麼和你同輩的人呢？

F：我和許多人合作寫論文。我曾經算過我與多少人合作過，我不記得確實的數字，我想我大約  
和二十個人合作過四十篇論文。我發現即使工作方式不同，一樣可以一起研究同一個問題，  
不會有什麼困難。

劉：有沒有什麼特別的個性之類的？

F：(笑) 我知道你想聽的那一類故事。

劉：我是說你一定見過一些工作方式比較特別的人。

F：我曾經和我從來沒見過的人合作過兩篇論文，有些後來見過面，但是寫論文的時候沒有。一  
位是黃振芳，另一個是 A.A. Kosmodem'yanskii Jr.，今天早上我提過我和他合作的研究。  
到現在我還是沒見過他，但是我們常用電子郵件聯繫，從他的來信中我受益良多，也許他也  
從我這學了一些東西。

Kosmodem'yanskii 在莫斯科的鐵路工程大學 (University for Railroad Engineering)  
任教。這所大學有一群非常忠實的追隨者，他們有一個網站，很多學生、甚至外國學生會把  
他們的個人經驗寫到網站上。那裡也有美國學生，他們回到美國後，偶而還會在那個網站上  
寫寫文章、貼家人的照片等等。參觀那個網站很有趣，可以知道一點那個學校的事。

那所學校有不少名人，例如 Alexander Mys'kis，他是一個有名的數學家，寫了一本低重力  
流體力學的書。我第一次聽說這所鐵路大學就是去莫斯科見 Mys'kis，第二次就是和 Kos-  
modem'yanskii 用電子郵件聯絡了。

劉：但是你從來沒去過那裡。

F：我從來沒去過那裡，我去過莫斯科好幾次，但都只待在莫斯科大學巨大的建築裡。

劉：你遇過這麼多數學家，可以說一點這些數學家的故事嗎？

F：其實每個數學家都不太一樣。不過我特別想提 Eberhard Hopf，我很欽佩他漂亮而有深度的  
證明，例如他的 Strong Maximum Principle 對橢圓型和拋物型偏微分方程都成立，而證

明只有短短幾頁。對早期與時間有關的 Navier-Stokes 方程的研究也有重要的貢獻。他還修補了 Bernstein 著名的最小曲面定理證明中的一個漏洞,也是遍歷論 (Ergodic theory) 的創始者之一,對守恆律也有研究,研究範圍非常廣泛。

Hopf 個性開朗,很容易相處。不過有一件事令我百思不解,我不明白為什麼他在納粹執政時代,放棄美國有前途的工作,而去德國任職,尤其是那個職位是原來那位教授因為種族因素被免職才留下來的職缺。當時他在 MIT,很有希望可以留在美國,他也不像是有種族優越感的人。我到現在還是不能明白他為什麼會作這個決定,當然其中可能有其他我不知道的考量。

我曾經和 Hopf 合奏音樂,那是他 1960 年左右來史丹佛訪問時的事。他告訴我他小時候練鋼琴的痛苦經驗,他媽媽會拿著棍子站在鋼琴旁邊,只要彈錯一個音,棍子就會毫不留情打在他的手指上。我想也許是這個經驗使得他對權威有一種莫名的恐懼,所以他才會接受那份德國的職務。另一個可能的原因是當時的教授在德國比在美國受人尊敬,薪水也比較豐厚。事實上,現在也是如此。

陳: 1970 以後,你開始研究毛細面,而且成為這方面研究的先驅。可以告訴我們你是如何得到這些有趣的結果嗎?

**F:** 這我可以告訴你一個故事。1960 年代末期,我正在研究 Navier-Stokes 方程。不久我發現這個領域變得很熱門,很多人都在研究 Navier-Stokes 方程的問題。我覺得很不舒服,競爭太激烈了。我喜歡和別人合作,但我不喜歡和別人競爭。我不希望和別人比誰先做出來。我喜歡凝望太空,希望能從中獲得啟發,知道下一步該做什麼。如果發現有人正狂熱地研究某個問題,我寧可找別的問題來做。

所以我開始思考我可以做什麼問題,我左看右看,看到了均曲率方程式,它看起來蠻有趣的,而且我發現它可以應用在毛細問題上。這個領域已經幾十年沒有新論文了,我只找到十九世紀初 Laplace 的論文,以及十九世紀末 Lord Rayleigh 幾篇工程上的論文,再來就完全沒有了。而且這個問題的結構看起來很吸引人,於是我開始思考我可以研究什麼。

這個時候,從 Lockheed 公司打來了一通電話。當時我不在辦公室,電話是秘書小姐接的,她告訴我有個人想和我談談毛細問題。我想,這通電話來自 Lockheed 公司,所以應該是一個收顧問費的傢伙,想利用我得到解答,他自己賺取顧問費。我不想讓他得逞,所以沒有回覆。但這傢伙又打來...

眾: (笑)

**F:** 他打了好多次。最後他終於在我待在研究室的時間逮到我。我猜的沒錯,他在當顧問,但是他的問題非常特別、非常有趣,他正在用電腦計算,但是結果不收斂。於是我們碰面談這個問題,後來便寫出了我們第一篇毛細的論文,然後相關的問題便一個接著一個出現。

陳：那個人是不是 Paul Concus?

F: Paul Concus 就是打電話的人。不過他並沒有如我所擔心的把結果拿去自己用, 而是和我聯名發表論文。

陳：我記得你對毛細面在尖端附近的行為做了一個美妙結果, 關於解的存在的不連續性, 那是從實驗還是從數學看出來的?

F: 那是我們研究方程式在尖端附近的行為時得到的, 是純數學的結果, 當時還沒有做任何實驗。不過我們是受了不收斂的電腦計算的啓發, 原因是 Concus 剛好選了一個使方程式無解的接觸角, 那是計算不收斂的真正原因。

起初我們並不明瞭真正的原因, 所以我們開始研究不同的條件下會發生什麼事。不久, 我們就發現在某些條件下解可以寫下來, 所以我們想不透為什麼其他情況不行。最後, 我們發現了這個存在性的二分的現象: 當接觸角大於等於某個臨界值時, 甚至可以把解寫下來, 但超過這個臨界值, 就完全無解了。

這個結果是從純數學上得到的, 並不困難, 但是我們花了很多時間才找到對的路。後來我們請太空總署一位非常優秀的工程師 W. Masica 在 drop tower 幫我們做實驗, 實驗結果支持我們的理論。

劉：我記得我讀初中的時候, 有個老師說, 根據某個人的理論, 可能是 Laplace, 樹木沒有辦法長超過二十公尺, 因為水沒有辦法升那麼高。

F: 因為水壓變成負的。這個問題爭議還很大。

劉：沒有人能解釋這個現象嗎?

F: 很多人都解釋過這個現象, 但都沒有成功。當我們把我們的不連續定理由無重力狀態推廣到鉛直重力場時, 我們以為我們找到了正確的解釋。在重力場中, 當接觸角小於臨界點時, 液體並不像無重力時一樣從角落消失不見, 只是毛細面由有界變成無界, 我們想這無界的毛細面應該能讓水上升到樹的頂端, 加上樹中負責運輸水分的維管束有很多銳利的邊緣, 剛好符合我們定理的條件。可是有一位植物生理學家 Scholander 曾經做了一個實驗, 顯示不中斷的水柱可以支撐高達負五十大氣壓的壓力, 足夠讓水上升到大樹的頂端。

Scholander 認為是維管束中的連續水柱讓水上升到樹頂, 但這個理論有一個缺陷, 就是水柱一但中斷 (自然界中這是可以發生的, 例如冬天水結冰後後融化, 水柱就中斷了), 就再也無法補充回去。我們的定理正好說明水柱不會被打斷, 因為纖細的水柱會不斷沿著角落往上升。我們想藉此來補足 Scholander 的理論缺陷。

但問題沒有這麼簡單, 這些水柱非常細, 我們不知道這些水量是否足夠重新填滿水柱。我們曾經作過粗略的計算, 答案是否定的。很多因素還不確定, 沒有辦法做更精確的計算。我們曾經提出一個實驗, 但困難度很高, 還沒有人做過。

現在這個現象有好幾個理論在競爭。我個人的淺見是：這個現象十分複雜，很多機制共同運作才讓水不斷上升。我不相信維管束切面的尖稜是偶然的，所以我認為我們的理論至少扮演了其中一個重要的角色。

劉：這個問題還不完整。

F：你說的對，沒有人知道。

陳：我讀過你的 Comparing Principle。它在這個領域裡很重要又不難懂。但是要找到這個定理想必是不容易的。你可以談談你是如何得到這個定理的嗎？

F：(笑) 你問的是數學發明的心理學。關於這個有一本 G. H. Hardy 寫的書，我唸博士班的時候每個研究生都讀過。

陳：可以談談你的經驗嗎？我想這個定理很重要、很基本。

F：我的經驗是負面的。我發現如果我不努力工作的話，我絕對無法發現新定理，我非常肯定。我知道如果我很認真工作，而且我... 嗯... 我們換個方式說。如果我只是每天準時進研究室，寫寫東西看能不能得到定理，其他什麼都不做的話，依我的經驗，這樣也不能得到好的定理。如果我到辦公室寫東西，停下來想一想，做點別的事，然後再回到辦公室努力工作。如果這樣持續工作幾個月、而且堅持要在這個題目上找出一些東西的話，有時候，不是每次，會出其不意的靈光一現。那時候，我可能正在餐桌前用餐、在看一部爛電影、在街上走路或在開車到某處去，忽然我想到我想試試某個方法，寫下來發現竟然行得通，我就納悶為什麼六個月前我沒有想到。

眾：(笑)

F：答案通常非常簡單，總讓我奇怪為什麼以前沒有想到。不過，我不是每個定理都能這樣想出來，大部分我研究過的問題我都沒有解出來，只是偶而會跑出一兩個定理而已。幸好我們做數學的人只需要偶爾做出一兩個新定理就可以了。

陳：黃振芳曾告訴我，他曾讀過你的一篇無界區域上的 comparing principle 的論文，讀了好幾遍之後，從你的論文得到了一些靈感。

F：我記得他曾寄給我一篇 Pacific Journal 的論文。我記得我一看到那個論文，立刻想起好幾年前我也做過同一個問題，我有寫下來但沒有發表，因為我被別的問題吸引而沒有寫完。他做的方向正是我好幾年前做的。他有我寫的那篇論文，我不是抄襲他的，我們的方法不太一樣，我們兩人的成果合併後得到一個比較好的結果，很自然地產生了一篇合作論文。

劉：你有很多研究與橢圓型偏微分方程有關。這幾十年來這個領域成熟了許多，你是少數在橢圓型偏微分方程十分活躍的人物，你覺得目前這個領域的發展重點的是什麼？

F：橢圓型偏微分方程的理論大多集中在均勻橢圓型偏微分方程 (uniform elliptic PDE)。我對均勻橢圓型偏微分方程研究得很少，只有早年的一篇論文，我不覺得那是我最好的論文。

我的研究集中在非均勻的橢圓型偏微分方程, 而且都是研究非線性所衍生的特殊行爲, 所以我的研究並不在整個大理論的架構下, 方向並不同。

但我看到了這個理論的成長與發展, 我記得我剛拿到博士的時候, 這個領域比較重要的論文是 S. Bernstein 1910年左右的論文, 接下來是幾個法國數學家的論文, 包括 Jean Leray 的幾篇重量級的論文。我讀過幾篇, 我覺得這些論文都很嚇人 (笑), 都是很複雜的理論, 得學很多高深的技巧才看得懂。

我的個性是我不喜歡複雜的技巧, 我喜歡尋找一些恰好讓艱深的技巧變得簡單的特例。不過我對這些論文印象非常深刻, 我很認真的研讀過。事實上, 這和我的博士論文有關, 我記得那時候讀了一篇 Bernstein 的論文, 我注意到他利用了孤立奇異點 (isolated singularity) 的性質。我試著想造出最小曲面方程式的孤立奇異點, 但一直造不出, 很顯然這樣的曲面不存在, 至少對稱的曲面沒有這個性質。接下來我開始思考不對稱的一般情形, 最後我想出一個最小曲面方程式沒有孤立奇異點的證明, 不僅如此, 另外一大群方程式也沒有孤立奇異點。

當時得到這個結果我非常興奮, 急著想告訴我的指導教授, 但他剛好出城去了, 所以我告訴隔壁研究室的教授, 結果有點尷尬, 因為他正在準備一場國際會議的演講, 講題正是證明最小曲面方程式沒有孤立奇異點。

眾: (笑)

**F:** 這個結果無疑是他先得到的, 但是我的證明比較簡單, 而且可以應用到其他很多方程式, 所以我還是有一些東西可以寫論文。

劉: 對不起, 我不知道你有這樣的遭遇。

**F:** 在學術生涯剛開始時候, 這種經歷確實不太好受。

我在馬里蘭的時候也有類似的經驗。我開始研究 Weinstein 建議的問題之前, 我證出另一個最小曲面的定理, 但不久就發現同一個定理二十年前 Radó 就證出來了, 當時真的很喪氣。但至少那表示我有能力證明這個定理, 雖然已經晚了二十年。

劉: 完全獨立做出來的?

**F:** 對, 我是在寫論文的時候才看到他的論文。

劉: 讀博士以及剛開始做研究那幾年總是特別艱難。你的遭遇已經夠辛苦了。

**F:** 剛拿到博士那幾年, 對未來充滿了不確定感。我記得在馬里蘭的時候, 我有兩個小孩要養, 和 Weinstein 有些爭執, 他有能力左右我的前途的。我太太勸我參加西屋公司 (Westinghouse Corporation) 的面試, 看能不能在西屋公司找到一個有保障的工作。我很聽話的去參加面試, 和負責聘用的人談一談。最後他認為我比較適合在學術機構裡作研究。

劉：他是對的。

F：我想他是對的，那也讓我下定決心專心追求學術。當時大學裡開始有這類職缺，我很幸運。

黃：剛剛說你唸博士的第一年，學了很多數論的東西，後來為什麼做別的呢？這中間發生了什麼事？你是怎麼決定要研究什麼的？

F：從我進博士班到著手寫論文這段期間，的確充滿了不確定感，我想走數學這條路，但沒有人能保證我是不是夠優秀。

黃：我們學生也有這個問題。

F：當然這對研究生來說是一個很大的問題。事實上，演變到現在，我們大學幾乎90%學數學的學生畢業後都到工業界或商業界或投資公司工作，相對而言只有一小部分選擇學術。不過時代會改變，過去曾有一段時間幾乎所有數學博士都留在學術界，也許那個時代會回來也說不定。但我想即使在台灣，大部分的數學博士還是會去工業界或商業界。

陳：陳：那要看研究什麼領域，研究代數就很難找到工作。

眾：(笑)

仇竟珊：(以下簡稱 仇) 在我們系上做應用領域的人比較容易進公司。

F：投資公司會聘用各種領域的學生。他們只在乎這些學生有沒有數學天賦。但另一方面，現在投資公司不像以前那麼賺錢了，我不知道將來如何，這很難預測。

黃：學數學的學生在這些公司裡都做些什麼呢？像我學數學我不知道我能為這些公司做些什麼。

F：我們有些研究生會去修工學院的課。現在史丹佛有一個應用數學研究群，研究工程上的問題。我想學生能從中獲得一些經驗。

仇：你會鼓勵學生往別的領域發展嗎？

F：我個人不會這麼做，但學生有這個機會。

眾：(笑)

F：我的想法是我只關心數學。數學有個神奇之處是它和真實世界有一個連結，我不了解它，它對我沒有意義，但它確實存在。我研究數學的動機並非來自真實世界，我常研究的是從真實世界的問題中留下的數學問題。從這個角度看，你可以說我研究的問題來自現實世界，但我只關心其中數學的部分。我想這是我的研究一直和真實世界有關的原因。但我是從數學家而非工程師的眼光來看問題，例如：一個物理問題可能留下一個微分方程，我只看那個微分方程，而忘了物理。

仇：完全忘記？

F：對，我只看微分方程，其他的一概不管。

仇：你甚至不在乎它的物理意義？

**F：**在研究上我確實不在乎。但巧合的是有好幾次我發現的結果剛好在真實世界裡可以解釋。

仇：你能看出它的物理意義嗎？

**F：**這不難從方程式中看出來。不過這和我的動機無關，我只對數學有興趣。

我認為如果一個人不是由衷喜歡數學，他就不適合做數學。就像音樂一樣，幾乎每個人都可以彈奏一些音符，但要作曲或彈奏出美妙的音樂則需要天分。如果要當音樂家，那這個人的心靈必須充滿了音樂。人可以學習彈奏音符，甚至可以教別人彈奏音符，就像你可以學一點數學，然後在小學裡教小孩子。嗯……我覺得很難做一般性的結論。每個人對不同事物的反應都不一樣，不同人對音樂、對科學都有不同的反應……(沉思)。我想我沒有辦法解釋人的動機和人真正做的事之間的關係。但是人必須生存在他周遭的環境裡，我們不能與世隔絕，每個人都應該設法找出他自己的動機以及與他能力所及的事，在這個社會中找到一個適合他的位置。我知道我說得太一般了，你們可能覺得這是無意義的廢話。

眾：(笑)

**F：**我們生活在世界上，每個人都有許多種適應這個社會的方法，可以做研究、當工程師、在小學裡教書或在大學裡教課。有很多種方法可以做些有建設性、有意義、同時又可以帶給個人滿足的事。

也許對我而言很重要：我想做些能給我滿足的事，其中一個是數學，我非常感謝我能夠擁有一分研究數學的工作，這是我做夢也不敢想的，想不到真的實現了。

另一個對我很重要的是音樂。我很喜歡聽巴哈和海頓的音樂，偶而也聽中國音樂，但我對一些西方偉大音樂家的作品比較能共鳴，我花很多時間聽音樂，這對我很重要。我很清楚我沒有作曲與演奏的天分。我記得金次會吹洞簫。我曾試著學吹長笛，但不久我就發現我沒有那個天分，我花了很多時間練習，但我很高興後來我放棄了，現在我的長笛安全地放在櫃子裡。

陳：我記得你有個像鋼琴的樂器。

**F：**大鍵琴 (Harpsichord)。

陳：平常你會彈嗎？

**F：**不會。那是在學長笛的時候買的，朋友會來我家彈大鍵琴，然後我吹長笛合奏。

陳：大鍵琴是你們買的？

**F：**買大鍵琴是因為我們喜歡為大鍵琴寫的音樂，我希望我家能有這種音樂。

陳：不是買給 Ulla 的？(註：Ulla 是 Finn 的夫人)

**F：**不是，我們都不會彈奏大鍵琴，但我們希望我們家能有這樣的音樂，即使我們自己不會彈，朋友也會來彈奏。不過大鍵琴已經很久沒彈了，因為 CD 也能產生同樣美妙的音樂，也比較省事。

陳：我可以問一個問題嗎？我知道你有一位賢慧的夫人。

**F:** 我同意。

眾：(笑)

陳：你太太對音樂或數學和你有一樣的感覺嗎？

**F:** 我想是的。我找到我太太的過程和我證明定理的過程很類似，我追尋了很久，一直沒有找到理想的對象，然後很偶然地，我遇見了她。

陳：她是不是音樂一樣打動了你。

**F:** 有一次我在德國南部的阿爾卑斯山旅行的時候，我遇見了她。我從旅館遠遠地看到她，我就想，這也許是我喜歡的女人。

眾：(笑)

**F:** 接下的問題就是設法見她的面、和她說話等等，我只能說這過程並不容易。有時候我沒有刻意去找她，但她也有一定程度的回應。

陳：我記得 Ulla 說過她能看穿每一個追求他的男人的心思，我想你是最後一個吧。

**F:** 喔，她對人感覺很敏銳，我很肯定她完全知道我在想什麼。我沒辦法告訴你所有的故事，只能說一個，Ulla 剛到加州時，很難為情的告訴我她沒學過煮菜。我想接下來我的回答可能是我這輩子說過的最聰明的一句話，我說：「沒關係，我會煮。」然後我開始下廚，一個星期之後，她就再也不准我踏進廚房一步。

眾：呵！呵！呵！

**F:** 她看到我的手藝，她覺得她可以做的比我好。

陳：她會做蛋糕。

**F:** 她做得很好。

陳：我在史丹佛唸書的時候，每個星期三下午我們都在你的研究室討論，你總會帶蛋糕來。

**F:** 是啊！那個時期我有很多傑出的研究生在毛細面的問題上非常活躍。Ulla 覺得她有責任把他們的肚子填飽，這樣他們的心靈才能無拘無束地追求科學上的突破。事實上，他們也真的做出了許多非凡的成果，我想他們也應該謝謝 Ulla。

陳：非常謝謝你今天接受我們的訪問，我們收益良多。

**F:** 謝謝！

後記：(陳金次 — 國立台灣大學數學系教授)

Robert Finn 先生現年 80 歲，在數學領域上涉獵甚廣。從早期的 Navier-Stokes 方程式、最小曲面及至後來的毛細面的研究，都有深遠的影響，尤其對毛細面的研究，在數學領域上開創了一片嶄新的園地，綻放出無數燦爛的花朵，造就了許多的數學家。

1990 年我重回 Stanford, Finn 太太對我說：「Finn 教授年邁了，在研究室的時間少了，不能像以前那樣常和你討論數學，很抱歉。」我不加思索地問道：「Finn 教授要退休了嗎？」，Finn 太太把頭撇向一邊，久久不語。接著又把頭轉回來，眼中含著淚光，對我說：「真抱歉，我忍不住，我為他憂心，他實在不想退休，但年齡到了，我不知道他退休後該怎麼辦，他只會數學，數學就是他的生命。」

鶼鶼情深，我在 Finn 太太的淚光中看到了夫妻至愛。Finn 教授並沒有讓他太太憂心，至今仍在數學園地上勤耕，綻放異彩。

—本文訪談者陳金次為台灣大學數學系教授，劉太平為中央研究院數學所所長，黃怡碧當時為台灣大學數學所研究生，仇竟珊為數學系大四的學生—