

科學計算在多孔媒體之應用

黃杰森

科學計算就是透過數學模型或統計模型的建立及利用計算機超強的計算力與有效的數值方法進行預測或估計自然界及社會的現象。

由於電腦的迅速發展，科學計算這門學科已經成了當前相當熱門的科學，科學計算涵蓋的範圍之廣，包括在理論科學、工程計算、地球科學、航太科學上都廣泛的利用科學計算的手法來輔佐其發展。本文的主要內容便是要介紹科學計算在多孔媒體上的運用。

石油探勘是研究多孔媒體的一個重要目的，而石油探勘的最主要目的便是在最經濟的方式下取得最大生產量。一般而言，油田模擬模型的建立可分為四個主要步驟。第一是建立一個盡可能完整的流體物理模型，第二則是將此模型數學化。通常第一階段的物理模型都相當複雜，所以此階段便是將複雜的非線性方程簡化，第三便是要去了解這個數學方程的各項性質，其中最重要的包括解的存在性及唯一性，隨後再將此方程離散化並找尋一個正確、穩定、有效的數值計算方法來取得數值解。最後再將所得到之數值解與自然界的現象進行比對，若有不完美之處則再重覆一至三的步驟，直到找出最能符合自然

現象之物理及數學模型及最有效率的計算方法，並配合當前的計算機結構，達到最有效率的計算。

一般有個錯誤的觀念，以為石油是儲存在像游泳池的地下儲存池，而只需要用個抽油機便可將原油取出。事實上原油是儲存在岩石的細孔當中，而且原油只有在極大的壓力下才會在岩縫中流動。大部分岩石的細孔是相連的，然而這些岩縫卻是相當不規則的。一般的油井便是深入這些岩縫中，利用地下的巨大壓力將原油從油田中擠壓出來，大概有 15% 到 30% 的原油可經由此方法取得，這便是第一種取油法。為了取得剩餘的石油，便有了灌水取油的方法，基本上是從灌水井灌入大量的水，利用水的壓力將油擠向取油井，而水的最大功能便是維持巨大的壓力。有趣的是一般我們覺得原油很昂貴，然而事實上原油是世界上次於水的第二便宜的液體，所以用水灌油是想當然耳。因為其他任何液體都比原油來得貴，所以就不經濟了！這時我們使用下列的質量守恆的微分方程組來表示此種狀態的物理模型，這裡我們要追蹤的便是 S_w 與 S_o ，油與水的飽和度 (satu-

rations)

$$\begin{cases} \frac{\partial(\phi\rho_w S_w)}{\partial t} = \nabla \cdot \frac{\rho_w k k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P_w - \rho_w g \nabla Z) + q_w \\ \frac{\partial(\phi\rho_o S_o)}{\partial t} = \nabla \cdot \frac{\rho_o k k_{ro}}{\mu_o} (\nabla P_o - \rho_o g \nabla Z) + q_o \end{cases}$$

這裡變數的下標代表油 (w) 和水 (o), 所以 P_w 與 P_o 分別代表水和油的壓力, k_w, k_o 則是通透性 (permeabilities), μ_w 與 μ_o 是黏性 (viscosities), g 是重力常數, ρ_w 與 ρ_o 是密度 (densities), ϕ 是 porosity, q_w 與 q_o 則是 mass flow rates。在這個模型下一連串的計算會被執行, 進而預測水流何時達到取油井, 而在其發生前施行必要措施。可惜這個方式也不能取完所有的原油, 大概還有約原本的 50% 留在地層中, 主要原因是因為油的黏稠性太強, 大部分的油會與岩孔緊緊的結合而不易被沖走。

曾經洗過油膩碗盤的人都知道, 光用水沖洗是無法將碗盤洗乾淨的, 但如果加了一些清潔劑或是提高水的溫度便可有效的洗淨。同樣的道理也可應用於石油的探勘, 在水已經無法再沖出石油時, 便開始在水中加入清潔劑或打入蒸汽, 企圖利用清潔劑或高溫將原油溶出, 進而取得原油。此時的數學模型則為

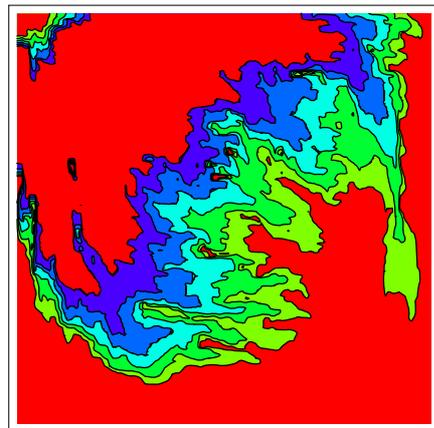
$$\begin{cases} -\nabla \cdot \frac{k(x)}{\mu(C)} \nabla P = q = \nabla \cdot \tilde{u} \\ \phi \frac{\partial C}{\partial t} - \nabla \cdot (D \nabla C) + \tilde{u} \cdot \nabla C = (\tilde{C} - C)q \end{cases}$$

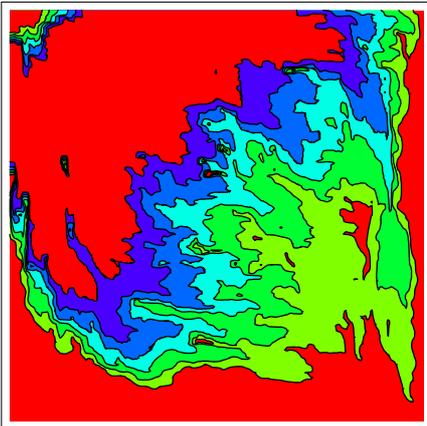
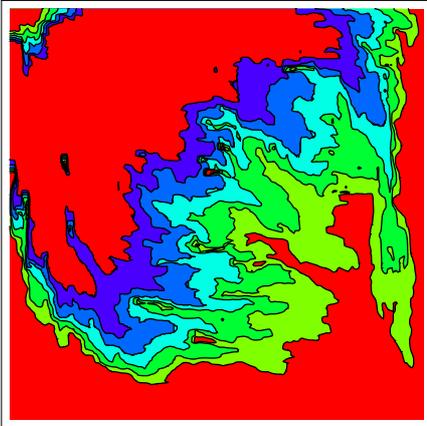
這時我們要追蹤的是 C (溶劑的濃度), P 與 \tilde{u} 是總溶液(油的混合物)的壓力與速度, \tilde{C} 是注入溶劑的濃度, D 則為 diffusion-dispersion tensor。當然經由這種方式的原油就必須經過多一層的加工, 當然還有加入

其他添加劑的辦法, 如灌入二氧化碳或聚合物, 其目的也是要克服原油的超強黏滯性。

最後便只剩下一些煤油、泥岩等低階的碳水化合物, 這些是無法流動的, 將這些固態的碳水化合物引爆、燃燒取得天然氣, 便是最後的手段, 以上便是油田大概可能的四個階段。後面這兩個階段的微分方程組都非常複雜, 在此不予介紹。

另外類似的偏微分方程式也可用來模擬核污染的擴散情況, 這裡我們提供三張 (由上到下), 三個時期核污染濃度的等高線, 我們可以清楚的看到核污染如何從污染源 (左上角) 向外擴散, 另外我們看到核污染的流向非常不規則, 這是反映著地底下複雜的地理性質。





石油工業是世界上非常重要的工業，它集中了大筆的資金及人力，所以正確快速的下達製造命令便是非常重要，任何的錯誤都將導致大量的損失，所以數學模擬便非常重要，在各個階段，我們必須使用不同的數學模型及模擬然後用高速電腦快速的計算出結果，才能下達正確的命令，所以資料的分析及處理、預測已經成了生產線的一環，以往油田的資料必須耗時的傳回資料總部，再利用其電腦進行模擬，時效上不能達到最經濟的水準，如今利用衛星科技及超級電腦，這些資料能在第一時間內便處理完畢，如此才能馬上反應市場及油田中的狀況。

參考資料

1. Richard E. Ewing, The Mathematics of Reservoir Simulation.

—本文作者任教於國立中山大學應用數學系—