本期演練試題

高三模擬試題

葉東進 設計

說明：單選15題，每題4分；多選8題，每題5分。

1. （單選）求行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & \sqrt{2} & 2 \\ 1 & -\sqrt{3} & 3 \\ 1 & -\sqrt{6} & 6 \end{vmatrix}$$

的值等於(A) $4-8\sqrt{3}-6\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{6}-4\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{6}-4\sqrt{3}-9\sqrt{2}$ (D) $5\sqrt{6}-4\sqrt{3}-9\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$

2. （單選）直角坐標平面上，兩點 A, B 之座標分別爲 $(2,0)$，$(1,3)$。令向量 $\mathbf{a}=\overrightarrow{OA}$，$\mathbf{b}=\overrightarrow{OB}$，今有向量 $\mathbf{x}=\mathbf{a}-\mathbf{b}$，$\mathbf{y}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$，求以 $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ 所張之平行四邊形之面積 S，則 (A) $S>15$ (B) $S\leqq 10$ (C) $S=6$ (D) $S=12$ (E) S 不是一個整數

3. （多選）解二次方程式 $-0.5x^2-x+0.2=0$ 的兩根，其中值小於 -2 之一根令爲 α，則 (A) α 是一個有理數 (B) α 是一個無理數 (C) $-2.2<\alpha<-2$ (D) $-2.2<\alpha<-2.1$ (E) $(\alpha+1)^2$ 是一個有理數

4. （多選）展開 $(2+\sqrt{3})^{10}$ 得 $(2+\sqrt{3})^{10}=a+b\sqrt{3}$。則展開 $(2-\sqrt{3})^{11}=m-n\sqrt{3}$，其中 m, n 均爲整數，試以 a, b 表 m, n 之值，得 (A) $m=2a+3b$ (B) $m=3a-2b$ (C) $n=a+2b$ (D) $n=2a-b$ (E) $m>n$

5. （單選）集合 $S=\{x \mid x=66m+48n>0$，且 m, n 均爲整數$\}$，則 S 中的最小元素是 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

6. （單選）平面上，兩條平行直線

$$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \end{cases} \quad t\in \boldsymbol{R}; \qquad \begin{cases} x=-2t \\ y=t \end{cases} \quad t\in \boldsymbol{R}$$

之間的距離等於 (A) $7/\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) 1 (D) $3/\sqrt{5}$ (E) $2/\sqrt{5}$

7. （單選）設 $\tan x=1/3$，則 $(\sin x+\cos x)^2$ 之值爲 (A) 2 (B) $2/5$ (C) $8/5$ (D) $13/10$ (E) $53/50$

8. （多選）將 $(1-i)^{65}$ 寫成 $\alpha+\beta i$ 時，其中 α, β 均爲實數，則 (A) $\alpha=\sqrt{2^{65}}$ (B) $\alpha+\beta=0$ (C) $\alpha-\beta=2^{33}$ (D) $\beta>0$ (E) α, β 均爲整數

9. （單選）兩直線 $y=3x$ 和 $y=x/2$ 相交成兩個夾角，其中有一個角是 (A) 15° (B) 30° (C) 60° (D) 75° (E) 135°

10. （單選）$(2x-3/x^2)^7$ 展開式中，x 項的係數是 (A) 21 (B) 9072 (C) -9072 (D) 6048 (E) -6048

11. （多選）設 x 的多項式 $f(x)$，若 $f(x)$ 除以 $x-1$，$x+2$ 餘式分別是 2 與 -3，則 $f(x)$ 除以 x^2+x-2 之餘式寫爲 $Ax+B$ 時 (A) $A, B>0$ (B) $AB<0$ (C) $A=5/3$ (D) $B=-2/3$ (E) $A+B=2$

12. （單選）設實數函數 $f(x,y)=\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}$，其中 x, y 滿足 $3x+4y-5=0$，令 $f(x,y)$ 之最小值爲 λ，則 λ 之值等於 (A) $7/5$ (B) 1 (C) $3/5$ (D) $1/5$ (E) 0

13. （多選）上題中，當 $f(x,y)=\lambda$ 時，(A) $x=12/5$ (B) $x=11/5$ (C) $y=12/25$ (D) $y=-13/25$ (E) x 爲正，y 爲負

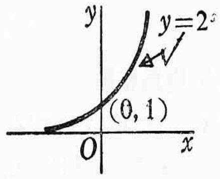
14. （單選）設函數 $g(x)=(a^x-a^{-x})/2$，其中 $a>0$，$x\in \boldsymbol{R}$，試以 $g(x)$ 表 $g(3x)$ 時 (A) $g(3x)$ 是 $g(x)$ 的一次式 (B) $g(3x)$ 是 $g(x)$ 的二次式 (C) $g(3x)$ 可表爲 $g(3x)=A(g(x))^3+B(g(x))^2+C(g(x))+D$，其中 $A+B+C+D=7$ (D) $g(3x)$ 可表爲 $g(3x)=A(g(x))^2+B(g(x))+C$，其中 A, B, C 均爲整數 (E) $g(3x)$ 不能表爲 $g(x)$ 的多項式

15. （單選）在地面上，從位於東西方向且相距 25 公尺的甲、乙兩地觀看地面上的一電臺塔，由甲地看，塔恰位在東 45° 北的方向上；由乙地看，塔恰位在西 20° 北的方向上，又從甲地測出塔頂之仰角爲 65°，利用下列所附資料，計算塔的高度 t，則 t 約等於 (A) 19公尺 (B) 20公尺 (C) 21公尺 (D) 22公尺 (E) 23公尺

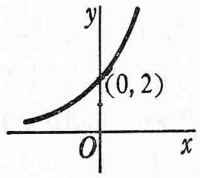
	20°	23°	25°	27°	30°
sin	0.3420	0.3907	0.4226	0.4540	0.5000

16. （單選）方程式 $f(x,y)=9x^2+4y^2+54x-16y-47=0$ 在座標平面上的圖形 Γ_f 是一個橢圓，Γ_f 有兩個焦點，一個中心及兩個頂點，令任一焦點至中心的距離爲 c，任一頂點至中心的距離爲 a，又定義 Γ_f 的離心率 $e=c/a$，則 $e=$ (A) $\sqrt{5}/3$ (B) $1/3$ (C) $\sqrt{5}/2$ (D) $\sqrt{5}/6$ (E) $1/2$

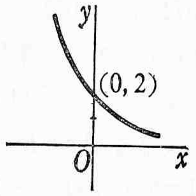
17. （單選）設函數 $y=2^x$, $x\in R$ 的圖形如下圖所示，



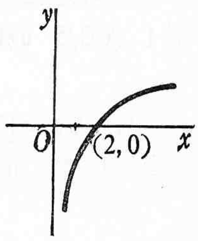
則函數 $y=(1/2)^{x-1}$ 的圖形應是下列何者？



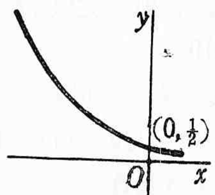
(A)



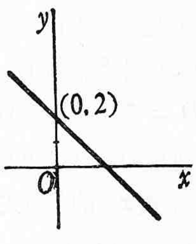
(B)



(C)



(D)



(E)

18. （多選）一個直角三角形，已知其一股之長爲 7，另一股之長爲 a，斜邊長爲 c，a、$c\in N$，則 (A) $a>7$ (B) $c-a=1$ (C) $2c=3a+7$ (D) $3c=2a+7$ (E) $a+c$ 是一個完全平方數

19. （單選）擲二枚公正的硬幣 n 次，$n\geq 4$，卻使 n 次中出現一個正面一個反面至少三次的機率超過 $7/8$，則 n 至少應爲 (A)11 (B)10 (C)9 (D)8 (E)7

20. （多選）已知兩圓 $x^2+y^2=1$ 與 $x^2+y^2-6x-8y+9=0$ 互相外切，過切點而與兩圓均互切的直線 L 可以寫成 $y=ax+b$，其中 a、b 爲實數，則 (A) $a=-3/4$ (B) $a=-4/3$ (C) $b=5/4$ (D) $b=4/5$ (E) L 之圖形經過座標平面的Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ象限

21. （多選）有一個人每天清晨起來散步，第一天走1000公尺。第二天除了走 1000 公尺之外，再加走第一天所走距離之半。第三天除了走 1000 公尺之外，再加走第二天所走距離之半。第四天除了走 1000 公尺之外，再加走第三天所走距離之半。如此繼續下去，令 d_n 表第 n 天所走之距離（以公里作單位），則 (A) 對任意正整數 n，恆有 $d_n<2$ (B)可以找到一適當之正整數 N，使得 $n\geq N$ 時，$d_n>2$ (C) 對任意正整數 n，恆有 $d_{n+1}-d_n=1/2^n$ (D)此人走到第10天之後，走過的距離總共已超過 20 公里 (E)假若此人從臺中出發往臺北(假設臺中、臺北間的距離爲 170 公里)，按上述的規定行走，則 2 個月半（75天）後便已到達目的地。

22. （單選）某工廠生產產品 A,B 兩種，產品 A,B 各製造一單位所需之原料、設備、勞力等可利用之限度及每單位的利潤如下表所示。

	A	B	可利用之限度
原　料	1	1	6
設　備	2	1	10
勞　力	1	2	10
利　潤（每單位）	3 萬元	2 萬元	

今設 A,B 各生產 x_0,y_0 單位時可得最大利潤，則 (A) $x_0=3, y_0=2$ (B) $x_0=3, y_0=4$ (C) $x_0=4, y_0=3$ (D) $x_0=4, y_0=2$ (E) $x_0=5, y_0=1$

23. （單選）上題中，最大利潤令爲 m 萬元，則 m 等於 (A)17 (B)16 (C)18 (D)15 (E)13

◁ 解　答 ▷

1. B　　2. D　　3. B, C, D, E

4. A, C, E

提示: 已知 $(2+\sqrt{3})^{10}=a+b\sqrt{3}$，由二項式展開知

$$(2-\sqrt{3})^{10}=a-b\sqrt{3}$$

$$\therefore\ (2-\sqrt{3})^{11}$$

$=(2-\sqrt{3})\cdot(2-\sqrt{3})^{10}$

$=(2-\sqrt{3})\cdot(a-b\sqrt{3})$

$=(2a+3b)-(a-2b\sqrt{3})$

5. C　　6. B　　7. C

8. B, C, E　　9. E　　10. D

11. A, C, E

12. C

提示: $f(x,y)=\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}$，其中 x,y 滿足 $3x+4y-5=0$，求 f 之最小值。

這問題的幾何意義是求直線 $L:3x+4y-5=0$ 上之點到點 $(2,-1)$ 之最短距離，因此 f 之最小值卽爲點 $(2,-1)$ 到直線 $3x+4y-5=0$ 之距離。又若以代數觀點來看，$y=(5-3x)/4$ 代入原 $f(x,y)$，利用配方亦可求出最小值。

13. D, E

提示: 卽爲求 $c^2=a^2+49$ 之正整數解的問題。

14. C　　15. B　　16. A

17. B　　18. A, B, E　　19. C

20. A, C

21. A, C

提示: 考慮數列 $d_{n+1}=(d_n/2)+1$，$n\in N$

22. D　　23. B

（作者現爲臺中曉明女中數學敎師）