

高木貞治(下)

顏一清

5. 回日

1901(明治30)年9月底高木離開 Göttingen 回國，抵達故鄉時已經是12月4日。

數屋村的人從江戶時代就有一種習慣，在御鞆堂（一座小寺院）旁的五棟大松樹下迎送故鄉的旅人。

高木坐人力車回到故鄉時有親戚朋友30人左右，和一色小學校長帶小學生300人在松樹下迎接他。他們還帶一支旗幟，寫著「祝高木貞治君之歸國」。過後大家圍繞著高木到一色小學的操場聽他致謝辭。

高木的養父當年3月18日自己划船渡河時，櫓因水流的壓力反彈把他摔入河裡，雖然立刻被救起，但他因而得風寒，又轉變成為肺炎去世，享年64歲。家人爲了要給貞治看遺容，在棺木中放了許多茶渣防腐。但是，貞治對養父感恩之念是有，可也不想再開棺看遺容了。

回日第二天高木就得到政府辭令：任東京大學助教授，開第三講座「代數學」。就這樣他便在東京租房子居住，並請母親來照料。放洋回來後，高木帶起眼鏡來，還留八字鬍子

(註4)，穿時髦的西裝，一副神氣活現的樣子。鄰居的人都會指指點點地叫他是「那一家的時髦小生」。

高木的房東叫水島鍊，是東京高等商業學校的教授。他的太太叫「參」(Mitsu)，結果參想把妹妹俊 (Toshi) 介紹給這個「時髦小生」。她的父親谷國之助沒有意見。

谷國之助是寺侍（保護寺院的武士）出身，當時當官到三重縣牟婁郡郡長。他對女兒們的管教很嚴，女兒的坐姿稍有不對，他的長煙管就會打下來。

俊是明治16年生，少高木8歲。她小學時也跳級，從府立第一高女畢業，成績優秀。高木大概看中了她這一點，明治35年1月相親後婚事便成了。他們在當年4月6日結婚。婚宴除了近親外，只有請藤原利喜太郎和高木的小學女同學菅原（夫姓）田鶴子參加。

從德國回來至第一次世界大戰爆發的13年間高木的日子平穩地過去。起先兩年高木發表了5篇論文，如：給有名的定理另證等並沒有什麼創新。算來1903(明治36)年他發表在「東京帝大理學部紀要」的 Göttingen 時代的論文“Über die im Bereiche der

rationalen complexen Zahlen Abel'schen Zahlkörper", 19, Art 5 (1903) pp. 1-42. 才較有份量。他提它為博士論文，在當年12月26日獲得理學博士，次年1904 (明治37)年升任教授。

當時東京帝大數學科畢業生有藤原松三郎 (明治38年)、窪田忠彥、渡邊孫一郎、玄地誠輔 (明治41年)、掛谷宗一、木尾島二郎 (明治42年)、竹內端三、上野繁、掘越三郎 (明治43年)、杉村欣次郎 (明治45年)。

那時候一個月有一次，在星期六師生、畢業生聚在一起開談話會。大家只是做數學雜談，氣氛滿輕鬆的。

高木的母親徒禰在高木結婚不久回故里，不過常會想看孫子，就一年內來兩三次，住一個月左右便回去。婆媳之間處得不錯。不過她抱怨兒子：「貞治沒有人緣。小時候會唸書，也就順著他，很護著他。結果現在變得跟我都沒話好講。孩子不能讓他讀太多書」。不過貞治禮數是盡的，他會送母親回鄉，新年會書寫賀年狀回去。太太俊在娘家雖然受過嚴格家庭教育，連她都會說跟丈夫講話肩膀會酸痛。俊明朗、愛交際，客人來了都是她在說話。高木默坐一邊，太太講錯什麼，他才會開口訂正一下。高木很敏感，一下子會看出客人的習性與缺點。

高木有一個嗜好：喜愛聽日本的說書 (稱義太夫，說者以粗柄三味線 (樂器) 配樂，說故事)。他偶而跟太太晚上去聽說書。回到家便給孩子們 (有3男5女) 帶禮物放在他們的枕頭邊。

6. 第一次世界大戰

1914年第一次世界大戰爆發，日本一向對德國的軍事、法律與科技有興趣，但是為了現成利益，便以日英同盟為理由，向德國宣戰，並趕緊佔有德國在亞洲的既得利益。如中國的膠州灣、青島及南洋群島。這麼一來德國的書籍不再來了。有些人說這樣學問做不下去。但是高木的想法不同：本來在過昇平的日子，沒有什麼外來的刺激，戰爭一爆發，外國書籍不來了，如果要作學問，只有自己下苦功。

大戰第2年的1915年高木在「日本數學物理記事」發表兩短篇德文論文「關於相對 Abel 體理論」(I)(II)，內容是：「在代數體 K 中給定任意理想 (ideal) 類群 A/H ，則存在 K 上的相對 Abel 體 K ，為 A/H 的類體，並滿足存在定理與分解定理。」不過成為高木的類體論核心的是過後他稱謂的「基本定理」，即：「代數體 K 上的任意相對 Abel 體 K ，在取適當模數 m 之下成為 K 的類群 A_m/H_m 上的類體。」

在大戰時與德國的文化交流全部停頓之下這個意外的結果令高木惶惶不安。證明過程既長又難。而當時的日本又沒有人可以一起磋商，他在「回顧與展望」中寫著：「當時這個結果太意外了，覺得當然有錯，那就到底錯在那裡？這樣弄得自己都有些神經衰弱了。常常夢見問題解出來了，醒過來一做又完全不對。到底錯了些什麼？找實例又找不到。長時間找錯誤的結果，理論做出來了也毫無把握。如果那個地方稍有錯誤，整個理論會從

那個蟻穴壞起。其他科學暫且不談，在數學上「大概可以」是行不通的。」

高木長子伊佐夫說 1920 年他讀小學 5 年級。有一天他在家裡玩，他並不覺得喧鬧過，但是他的父親突然從書房裡衝出來叫：「吵死了」，就拿雜誌打他的頭。不痛，不過太突然，所以長留在記憶裡。由此可見高木在孤獨中完成他的理論時神經繃得很緊的情況。

7. 發表「高木類體論」

1918 年 11 月第一次世大戰結束，兩年後的 1920(大正 9) 年在 Strusburg 舉行的第 6 屆國際數學家會議。高木想趁這個機會發表他的論文讓大家見識一下。因此他把戰爭中寫成的大部份內容用德文寫好發表在「東京大學理學部記要」上。題目是「有關 Abel 體的理論」，共 133 頁。正好高木被派視察歐美，並參加會議。但是 7 月 8 日他出發前論文還沒有印好，只有託人印好後寄到法國。

當時在法國的日本數學家有阿部八代太郎、小倉金之助與園正造。8 月底高木抵達巴黎，找到住在拉丁區的小倉，請小倉介紹教法語的老師，順便也法譯他的論文。小倉找不到人，倒是日本大使館替高木找到一位婦人，很稱職。

高木邀請留法日本人去參加國際數學家會議，只有小倉答應。但是臨時報名又太遲，還好開會單位勉強讓他參加。

會議從 9 月 22 日至 30 日。高木在數天前就到 Strusburg，22 日上午 9 點在 Strusburg 大學禮堂舉行開幕典禮。高木當日本代

表致辭。他對戰敗國德國的數學界人士被排除參加會議表示遺憾。當晚有晚宴，小倉沒有參加，因為白天他看到數學家的太太們花枝招展地帶著大帽子坐在前席聽一點都不懂的演講覺得很反胃。高木倒是參加了，聽到旁邊的人對他指指點點，說：「那個日本人要談整數論耶，大概是 Fermat 的問題 (註： $x^n + y^n = z^n, n \in N$ 無整數解) 吧，有趣!」

演討會每天從上午 9 點開始至 12 點止，高木的演講在第 4 天的 25 號 10 點多開始。日本人只有小倉聽講。聽眾差不多有 50 名，有 Hadamard, Eisenhart, D. E. Smith, Fueter 等人。高木沒有在黑板上寫字，只看著原稿用法語唸下去。演講後有 10 分鐘討論時間，但是沒有人發問。

開完會後高木又回巴黎，遇見 Hadamard，然後經瑞士、義大利到德國。他去 Göttingen 拜訪老師 Hilbert，也看到 Landau，並聽說那裡有一位年輕整數論能手 Siegel。在柏林他遇到 Siegel，在漢堡遇見 Hecke, Blaschke 等人。又看到一位年輕女助教恰好在讀他那剛到那裡的論文。高木又繞過英、美，在 1921 年 5 月 13 日回到橫濱。看來好像是空走了一趟歐美。但是說來他認識 Hecke, Siegel, Fueter 三人對他的以後的發展產生了影響。

高木的生活又回到常軌。一直到 1925 年德國的 Hermut Hasse (1898-1979) 對類體論作了一場演講為止，大家對高木這個名字既沒有印象也沒有關心。

1921(大正 10) 年藤澤利喜太郎從東大退休，他主持的時期告了一個段落。

在高木的故鄉數屋村，大正11年高木的養母 Yio 去世，大正14年母親徒禰因腦軟化症在83歲過世。高木繼姐的長子保吉繼承了勘助之後。

大正11(1922)年高木又以德文發表他的第2篇論文「關於任意代數體上的互逆法則」(共50頁)。其中他使用他的類體論把 Furtängler (1869-1940) 的互逆法則簡單又巧妙地引導出來。他等於也給了 Emil Artin (1898-1962) 過後作出一般互逆法則公式的一個示範。

1923(大正12)年1月捷克數學物理學會贈與高木榮譽會員，其實那時候他還沒有出名。同年高木成為日本學術研究會會員。大正14年6月被選為帝國學士院會員。大正40年得第2屆文化勳章。

那時候高木授課的情形是，每節差不多遲到30分鐘，等於一堂課只上一半時間。他從口袋掏出小記事簿，便開始上課。他的發音不清楚，「是」與「否」很難辨別。黑板上寫的粉筆字又淡，講話聲像在耳語，所以聽講很辛苦，又不重覆說，進度又快，內容很充實。學生們說，幸虧他老遲到，否則實在消化不了。

他上課遲到有一個原因。因為孩子多，他怕吵，晚飯後7點半多便睡覺，11點半起來，唸書到清晨4點再睡，他叫這個睡法是「把1天當做兩天用」。可是早上起不來。他這種生活習慣從大正末年維持到昭和20(1945)年的戰亂時期。

高木赴 Strusburg 開國際數學家會議(1920)時聽說 Göttingen 大學有一位青年才俊 Siegel (C. L. 1896-1981)，回日後

他便寄一份他的第1篇論文給 Siegel。有一天 Siegel 與 Artin 在談代數體。Siegel 勸 Artin 讀高木的論文，Artin 花了約3個星期讀完它。他的感想是：「非常欣賞，不難，一切可以說寫得很清楚。」Artin 寫信給高木請高木給他一份印本，高木寄給 Artin 他的第1篇和第2篇論文。

1922年 Artin 到 Hamburg 大學當助教，23年任私講師，25年升助教授，而在26年才28歲就當教授了。他出生在藝術氣質濃厚的家庭，他本身也很斯文，而他的著述以文章優美著稱。Artin 由高木的第2篇論文得到啓示，在1923年推測「一般互逆法則」，它可以涵蓋 Gauss 的平方剩餘相互法則，也可以包括 Furtwanger 的互逆法則以及高木互逆法則等。起先 Artin 只能證出特殊情形。直到1926年 Kazan 大學的 Cebatoryov (N. G. 1894-1947) 出了一篇密度定理的論文。他使用的圓分體交差法引起 Artin 的注意。Artin 把它應用在他的推測上，結果他成功了！Artin 終於在1927年證實了他的「一般互逆法則」。它成為高木理論最重要的補遺。由此高木-Artin 理論臻於完成。

1923年在 Hamburg, Artin 勸當時已當私講師的 Hermut Hasse (1898-1979) 唸高木的論文。Hasse 花數星期讀完高木的第1篇論文。他深深地被迷住。高木的第2篇論文給他更深刻的印象。Hasse 便花近兩年時間徹底研究高木理論。他用他獨自的方法把高木困難的諸定理的證明明快地引導出來。剛好德國數學學會在1924年委託 Hasse 寫 Hilbert 的「整數論報告」續篇，於是在

1925年9月15日當時已當 Halle 大學教授的 Hasse 在德國數學家會議中演講「類體論最近的發展」,又把詳盡的總報告分三次刊載在德國數學學會的年報(1926、27、30年)上。Hasse 的演講及報告對高木的類體論傳播到國際數學界扮演了決定性的角色。

1929年4月6日是 Abel 逝世一百周年紀念日,Oslo 大學盛大舉行紀念儀式,並贈與世界上頂尖的16位數學家榮譽博士學位,如 J. Hadamard (1865-1963)、G. H. Hardy (1877-1947)、Vallée-Poussin (1866-1962)、E. Landau (1877-1938)、C. H. H. Weyl (1885-1955) 等人。高木是由 Göttingen 當年的同窗 Gurtberg 推薦而後來上榜的。不過因路途遠,高木沒有去參加典禮。

1930年前後類體論的研究頗為活躍,單是1930年就由 Artin, Furwangler, 彌永昌吉(1906-) 作出一些成果出來。

彌永是高木的年輕弟子,他在1931年留學 Hamburg 大學,跟隨 Artin。當時 Artin 正在講類體論。學生中有一位 Cloude Chavalley (1909-1984) 與彌永很快成為朋友。有一天 Chavalley 跟彌永說:「我做出類體論的算術化證明了耶。」,使彌永大吃一驚。Chavalley 整理後的論文便是成為他的博士論文的「有限次代數體及局部體上的類體論」,它經高木的推薦登載在1933年的「東大理學部紀要」上。在1930年前後法國年輕的數學家 Jacque Herbrand (1908-1931) 把高木複雜的基本定理的證明用群論整理、簡易化。他在數學基礎論上也有重要貢

獻。可惜他在1931年7月27日登阿爾卑斯山時因他坐著的岩石滑落而墜死,才23歲。

Emmy Noether (1882-1935) 可算是至今最傑出的女數學家。她起先師事不變式論專家 Gordan 作計算式的研究,後來受 Hilbert 的影響變成抽象代數學大師。在 Göttingen 大學她周遭集攏著世界各國來的才俊。日本人就有末綱怨一(1898-1970) 與正田建次郎(1902-1977),她跟類體論的關係是她的抽象代數概念成為古典類體論(高木-Artin 類理論)進展到現代類體論(用同調代數學形成的類體論)的橋樑。

Noether的弟子兼朋友 Van der Waerden (1905-) 在1930-1931年間以 Artin 與 Noether 的講課為基礎寫成名著“Modern Algebra”2冊,它成為抽象代數學的最初代表性著作,並在世界各國廣被採用為教科書,而使抽象代數學成為代數學的主流。所以類體論的發展過程背後也有 Noether 的存在性。

Olga Taussky (1906-1995) 生於捷克,在 Wien 大學跟隨 Fürtwägler 學代數整數論。她讀過高木的第一篇論文,印象是:「很難,但很美」。從此她很尊敬高木,還學了日語,希望有朝一日遇高木可跟他交談。1930年她 Wien 大學畢業,當一年助教,又去 Göttingen 大學當 Hilbert 的助教一年,再回 Wien 大學當助教,發表有關單項化定理的論文。她1934年赴英,1939年嫁給 John Todd,在1947年夫婦共赴美,後來在 Cltech 教書至去世 [4]。

8. Zurich 之行

1932(昭和7)年高木被派往歐洲, 主要目的是去瑞士 Zurich 參加9月4日至12日舉行的第9屆國際數學家會議。Fields 獎便是在這次會議中決定設立的。而高木被選為該會議副會長。他又當選為 Fields 獎5名審查委員之一。會長是 F. Severi (1879-1961)。1936年在 Oslo 的第10屆國際數學家會議第1次頒 Fields 獎。之前 Severi 來日時跟高木商量過當選的候補者。

在開會期間的一個晚上, 高木在他住宿的飯店餐廳宴請與會中和類體論有關的人士及日本留學生, 計有 Noether (50歲), Chebataryov (38歲), Hasse (34歲), Van der Waerden (29歲), Taussky (24歲), Chavalley (23歲), 三村征雄 (28歲) 夫婦, 南雲道夫 (27歲), 彌永昌吉 (26歲), 守屋美賀雄 (26歲), (Artin 討厭熱鬧場面, 沒有參加會議)。

在等客人時高木說 Van der Waerden 好像還沒到, 結果一位像少年的客人說:「我就是」, 當晚外國人士說話說得多, 日本人不太講話。話最多的人是 Noether。她胖, 嗓門大, 又不修邊幅, 很像「賣菜的奧巴桑」。當 Chebataryov 以悠閒的態度講有關數學的話題時, Noether 便伸出兩手說:「年輕人, 你怎麼那麼愛講話?」然後她自己搶著講。Hasse 則跟 Chebataryov 開玩笑說:「第一次大戰如果再拖, 我們德國便攻進蘇聯了。」Chavalley 帶他的博士論文來, 卻隨便夾在一本童話書本裡面。

由於高木講德語, Taussky 的日語當晚無用武之地。不過她很感激被邀請, 因為她才

初出茅廬而已。大家對高木很尊敬, 宴罷要回去時 Noether 請教日本式的行禮。她彎著肥胖的身軀, 說「這個程度可以嗎? 還是更要彎下去?」

會後高木去柏林與彌永等人相聚, 到維也納時 Todd 與她的母親、姐妹們熱誠款待他。高木又去 Göttingen, Noether 陪他去看老師 Hilbert。Hilbert 當年70歲, 正在跟肝病奮鬥當中, 往年意氣風發的 Hilbert 也垂垂老矣。高木看後不禁暗自流淚。

開會後兩個月, 在德國的大選中納粹黨脫穎而出, 成為第一大黨。黨魁希特勒組閣, 開始採取排除猶太人政策。雖然 Göttingen 大學數學同仁聯合外國數學家 (高木, 正田等人在內) 連署請求德國政府保留猶太籍的 Noether, 但是她還是被驅逐出境。1934年 Noether 赴美在 Bryn Mawr 女子大學教書, 一年後她因腫瘤開刀, 經過良好, 但是突然病情惡化而去世。Weyl 與 Van der Waerden 為她寫的悼辭很感人。

Chebataryov 在1947年去世。其他參加宴會的年輕外國人士都成為大數學家, 並長壽。

9. 退休及著述

高木終於在1936(昭和11)年3月從東大退休。退休後他寫了「解析概論」(1938), 「近世數學史談」(1942), 「代數化整數論」(1948) 三名著。「解析概論」長時間有廣大讀者群, 提高了日本人一般數學水準。也有人因「近世數學史談」的影響而作數學研究。「近世數學史談」有附錄「回顧與展望」, 敘述高木

年輕時的經歷。他另有著述「新式算術講義」(1904)、「數學雜談」(1935)、「數學小景」(1943)、「數的概念」(1949)等。他從早期的著作「新撰算術」至後期的「數的概念」對基礎數學表示強烈的關心。如「新式算術講義」這本書他不是為學生,而是為教師而寫。在序文中他說:「在普通教育中的算術一見非常淺近。但是如果深入問題的根源,並非如此。所以做為教師,對他所教學科需要有內涵的知識。如果算術教員的算術知識範圍與他所教的兒童教科書一般程度則糟透了。為了彌補該有的知識之不足而以教學經驗來湊數就如同『無袖而舞』(請讀者想像日本舞,意則無從發揮)一般。是故,以此書廣求從事算術教學者的讀者群。」

高木對數學術語也表示關心。他說:「數學家往往安於概念的明確性,而把表達的用語只當做一種符號,而不在乎它所涵蓋的其他意義。這會不會是數學討人嫌的原因之一?如『無理數』並不表示『無理的數』,而只是表示不能用比數來表達的實數而已。如“love scene”被翻譯成『讓人留戀忘返的風景』則如何?」[6]

日本數學研究者因高木在數論上所達成的成就受到鼓勵,又從他的著書得到很大的好處。

日本近一百年來的數學界起先有菊地大麓,再來是藤澤利喜太郎,而承繼藤澤的高木貞治便造出世界性的業績來。爾後日本數學人材輩出。

10. 學生們

直接受到高木指導的數學家有末綱恕一、正田建次郎、菅原正夫、荒又秀夫、黑田成勝、三村征雄、彌永昌吉、守屋美賀雄、中山正等人。

高木上課的情形很讓學生們頭痛:聲音小、像在獨語;內容不重覆、只講要點。但是高木對學生的指導很得要領,也會適時的給學生幫助。他的學生正田建次郎在「思念高木老師」[5]一文中說他一直覺得他在高木的庇護之下才走成自己的路。他後來當大阪大學校長,創辦 Osaka Journal of Mathematics。但是在早年,他一說要專攻表現論,高木便教他唸 Frobenius 的作品。他起先還只能抄論文後再讀。高木便教他從那裡購得印本等。正田留學德國,也憑高木的介紹信,那些高高在上的教授的態度才軟化,變得親切。又高木會預見將來的趨向。早在日本,高木就跟末綱恕一說 Steinitz 的體論將會有重要性。正田一到 Göttingen,發現 Steinitz 體論在那兒已經成爲一種常識了。正田獲得博士的時機是高木提示的。到大阪大學赴任是高木介紹的。即使第二次大戰時期,高木還去拜訪疏散地的大阪大學數學系同仁表示關心。又如,由於高木的盡力,中山正才去成了 Princeton 的 Weyl 處作研究。諸如此類,對高木感戴的應該不只正田一個人。

末綱主持的每星期五的談話會高木除非有事,每次都會參加。他說:「充滿粉筆與墨水的氣氛不如在吃飯或散步時說說話和聽聽話。這當中有時候可以獲得某些提示。」

11. 晚年

事業成功後的高木焦燥感不見了。年輕時他的太太經常挨罵，以後他的脾氣逐漸緩和下來。

1945(昭和20)年，第二次世界大戰最後一年的4月12日，高木在東京的房子被燒。從此他開始寫一日一行的日記。日本戰敗後爲了食糧問題從昭和20年9月底到21年10月上旬，高木家搬回故鄉數屋村。日記下欄有這樣的記載：「無蛋白，也無脂肪，以馬鈴薯充飢。」

1950(昭和25)年開始高木爲間歇性跛行症苦惱。日記中寫「試步100複步」。昭和27年4月6日高木與太太慶賀金婚式。同年11月29日太太因肺癌去世。過後長子伊佐夫一家搬來跟他居住，照顧他。

1955 (昭和30) 年9月代數整數論國際演討會在日本的日光與東京兩地舉行。Artin, Chavalley, André Weil (1906-), Dirk Brouwer (L. E. J. 1881-1966) 等人都來日。高木任榮譽會長，他當時已80高齡，又不良於行。但是開會第二天下午他帶著拐杖由末綱、彌永(都是東大教授)、正田(當時大阪大學校長)，扶擁著出現在會場。在場的Brouwer與Artin都向他表示敬意，高木跟大家歡談後悄悄退席。

最後數年高木不怎麼讀數學書，而重讀早年的日本古典文學，去世前讀的是「太平記」[註5]。

1960(昭和35)年2月28日高木貞治因腦軟化症與腦出血的併發症去世，享年84歲10個月。他不參加社會與政治活動，也不做官，過了純然是學者的一生 [7]。

後記:

這一篇文章的主要參考資料是日本明星大學教授本田欣哉先生所寫「高木貞治的生涯」。本田教授敬佩高木貞治在日本西漸初期就在世界數學界展現鋒芒，又始終堅持過一介書生的一生。高木生前謝絕別人替他立傳。因此本田教授在高木貞治故世後一年的昭和36 (1961) 年開始採訪與高木貞治有關的人物和地方搜集資料，打算寫成傳記。而1975年正好是高木貞治誕辰一百週年。日本「數學Seminar」月刊要出專集以誌紀念，於是本田教授便寫「高木貞治的生涯」，分6次登載在「數學Seminar」1975年1月號至6月號上。

三年前我開始對高木貞治的生平感到興趣，但是沒有適當的資料。我向日本朋友新開敬子提及這回事。結果承蒙她的先生新開謙三教授(曾任教於大阪產業大學，1998年8月22日去世)的好意，收集資料寄給我。我又參考了日本歷史，日本近代數學史等寫成這一篇。多謝新開先生伉儷的幫忙!

註釋:

註1: 日本幕府的鎖國令一共下五次。到最後只有中國和荷蘭船隻可在長崎南方的出島進出。中國船不准帶進傳教士所有譯著，荷蘭船在不傳基督教義的條件之下，可以與日本貿易，輸入科學書籍。

註2: Hilbert 的「整數論報告」即他1897年出版的名著「代數體的理論」的另稱。

註3: Kronecker (L. 1823-91) 在1845年從柏林大學畢業後起先回到故里, 經營家族事業, 並孤獨地作數學研究。他從 Abel 方程式中得到兩個推測。第2個推測他稱為「最愛的青春之夢」(liebster Jugentraum)。

註4: 日本在明治、大正時代從明治、大正天皇以降流行蓄八字鬍子。他們稱它為「Kaiser 美鬍」, 是模仿德皇 Wilhelm II 所蓄鬍子。當時他們認為有這種鬍子看起來既飄逸又神氣, 如今則會有浮誇又滑稽之感。

註5: 「太平記」疑由小島法師所著, 共40卷。寫北條高時(北條幕府執政者)失政至南北朝對峙形成的動亂時期(1318-1367)的戰爭故事。

參考文獻:

1. 依田熹家:「日本通史」, 1995, 揚智叢刊, 台北, 台灣。

2. 「日本數學100年史」, 1990年4月5日第2版, 岩波書店, 東京, 日本。
3. 高木貞治著, 「近世數學史談」附錄「回顧與展望」。
4. Albers Alexanderson, “Mathematical People (Profiles and Interviews)”, Birkhäuser, Boston, 1985.
5. 正田建次郎, 「思念高木老師」, “數學 Seminar”, 第16卷1月號, pp. 8-10, 1975, 日本評論社, 東京, 日本。
6. 下村寅太郎, 「高木貞治傳拾穗 (II)」, “數學 Seminar”, 第17卷7月號 pp. 43-46, 1976, 日本評論社, 東京, 日本。
7. 本田欣哉: 「高木貞治的生涯」, “數學 Seminar”, 第16卷1月號至6月號, 1975, 日本評論社, 東京, 日本。

—本文作者任教於輔仁大學數學系—