

數學巨擘高斯(Carl Fridrich Gauss)(下)

顏一清

十. 與 Weber 合作

1828年 Gauss 赴柏林參加學術會議住 Humbolt 家, 在那裡他認識了當時當 Halle 大學講師的 Wilhelm Weber(1804-1890)。Humbolt 鼓勵 Gauss 作地磁氣的研究。這一年 Gauss 升任 Göttingen 大學正教授。

1831年因 Gauss 的推荐, Weber 被聘為 Göttingen 大學物理學教授。當年 Gauss 54歲, Weber 27歲。此後除了1843-1849年間待在 Leipzig 外 Weber 一直在 Göttingen。Gauss 與 Weber 開始合作。起先 Weber 只是 Gauss 熟練的幫手, 後來 Weber 的獨立性與重要性日增, 他最高的成就在於1846年的電力學測定。

1932年 Gauss 寫了有關磁氣測定絕對單位的論文。在這裡, 數學家 Gauss 又成為「測定物理學」的立法者了。

Gauss 與 Weber 合作, 發明了電磁式電信機。他們在天文台與物理研究所之間裝置接送機互通訊息。1834年他們在天文台附近建造了一所磁氣觀測所。他們在1840年共著「地磁氣地圖」(Leipzig 出版), 奠定了位勢論的基礎。

到此 Gauss 在應用數學的研究到達了他生涯中的頂點。但是他成就的核心與基盤還是在他投入了青春的純數學上。他專注的領域是算學、代數與解析學。

十一. 孩子們

Gauss 的大女兒 Wilhelmine (暱稱 Minna) 長大後相貌神似她母親, 個性卻像 Gauss。她是 Gauss 最鍾愛的孩子。她照料祖母, 生病的繼母和弟妹, 並與出外工作的父親通信。

1830年9月15日 Minna 與 Göttingen 大學神學與東方語言教授 Heinrich August von Ewald (1803-1875) 結婚。Ewald 年輕時就已經是傑出的學者, 人品好, 但非常心不在焉。Gauss 對他這位女婿很滿意。Minna 婚後不久罹患肺病, 沒生孩子。不過 Minna 與 Ewald 過了很幸福的婚姻生活。

Gauss 的第三子 Eugene 在數學與語文方面承繼了父親的能力, 但是他叛逆性強, 性格又暴躁。本來 Eugene 上大學時想唸語言學, 做父親的卻用他的權威硬壓制下來。Eugene 「聽勸」唸法律系。但是他進校後猛

賭牌、酗酒，所欠的債當然由老子償還。在 Gauss 怒斥之下 Eugene 不帶一物，不告而別。Gauss 託 Schumacher 在 Eugene 可能去的 Hamburg 尋找。終於在 Bremen 找到 Eugene。Gauss 帶行李與錢趕到 Bremen Olbers 家。在那裡父子生別了。1830 年 12 月 Eugene 買棹赴紐約。他的行徑傷透了病中的 Minna 夫人的心。她自從生完三個孩子後常常生病，還帶些憂鬱症，又很在乎 Gauss 對她的觀感。孩子們的事也讓她不順遂。Eugene 難惹，她的第二子 Wilhelm 比較溫順，喜歡務農，但去過幾處實習，都不能適應。後來總算在 Potsdam 做了兩年生意。

長病的 Minna 夫人在 1931 年 9 月 12 日去世了，遺言 Eugene 的行為改好才能得到他份內的遺產。Minna 夫人過世並沒有打垮 Gauss。他羽毛已豐，有學術與社會地位，孩子們也已長成。家事改由小女兒 Therese 主持。母親 Dorothea 還健在，使 Gauss 比較內省，會回想到他的已往，也就常對訪客談及他的兒時。但是他的人變得孤僻。他心中不快活，覺得沒有什麼好再奮鬥的了，對待一些年輕同行也就冷峻起來。爲了 Bessel 沒有來信弔問 Minna 夫人的亡故，Gauss 生氣與 Bessel 斷絕通信。多年後他們又回復寫信，但是彼此間已經有一層隔閡了。

兩個兒子 Eugene 與 Wilhelm 的問題使 Gauss 沒轍，常常與他的學生兼朋友 Gerling (C. L.) 商量。總算在 1837 年 Wilhelm 娶了 Bessel 的姪女，並在同年與新娘子移民美國，以實現他經營農場的夢。小舅子也同行。這回 Wilhelm 夫婦得到了 Gauss

的祝福，不過他們的行程也讓 Gauss 耽擱了好幾個月。

十二. 非歐幾何學

有關 Euclid 的平行公設 (parallel postulate) 早在紀元二世紀 Claudius Ptolemy (ca85 - ca165) 就置疑了。他想把它從公設中挪開而沒有成功。過後歷代有一些人嚐試這個問題。直到十九世紀這個問題的研究成爲一種時尚。Gauss 與他的朋友 Bolyai 就透過這個問題的討論加深了彼此間的友誼。Gauss 也一直斷斷續續地研究平行公設。在 1799 年 9 月的日記中他寫：「在幾何學的原理上我得到了很好的進展」。在 1846 年 10 月 2 日 Gauss 給 Gerling 的信中說：「在沒有平行公設的幾何學上多邊形的面積與其外角和減去 360° 成正比。它應該是這個理論上的第一個定理，也是出發點。我早在 1794 年就得到這個理論。」

Wolfgang Bolyai 自 1799 年回去故鄉 Transylvania 到 1804 年他當上 Maros-Vásárhely 的數學與物理教授之前把數學擱置了一陣子。過後他又持續他當年做的平行公設研究。1804 年 9 月 16 日他把所得結果寄給 Gauss。11 月 25 日 Gauss 給他回信，讚賞 Bolyai 所下的工夫，Bolyai 得到的結果有些與 Gauss 的相似，但是它並沒有完全解決了問題。Gauss 又說，他打算有生之年突破這個問題的難關，不過目前他忙其他事，無法貫注在它上面。如果 Bolyai 能夠克服障礙解決問題，Gauss 很樂意讓給好朋友優先發現者的榮譽，並設法讓世人知曉。

Bolyai受到這封信的鼓勵，1808年12月27日又寄補遺給 Gauss，但是沒有收到回音。他們之間的通訊就間斷到1816年。

1816年 Bolyai 又寫信給 Gauss 說：想把兒子 Janus 送到 Göttingen Gauss 那裡，先當學徒後唸書。但也沒有得到回函。這期間 Bolyai 又在平行公設上投入了好多精力而無結果。

Walfgang Bolyai 的兒子 Janus 小時候從他父親受教育，他學習迅速，十三歲時父親生病他都可以代課了。他又繼承了他父親對第五公設的狂熱，他簡直被平行公設迷住了！1818年 Janus 在唸維也納的陸軍技術學院，並在1820年寫信告訴他父親他在嚐試平行公設的研究。做父親的得悉後大吃一驚，去信勸兒子：「連一個時刻都不要用在這個問題上，它不能給你任何結果，反而會毒害你整個人生。它會剝奪你的閒暇、你的健康、你的休息、你生命中的一切幸福。這個暗黑的無底深淵可能會吞噬千萬個 Newton 般的人物。它不可能在這個地面上見到光。」

可是 Janus 沒有聽進父親的忠告，反而更加努力去研究。1823年11月3日他開始感覺到勝利的滋味，他告訴父親：「從『無』中我創造出新世界來。」他所得結果便是 Gauss 在長期的疑惑與猶疑後在1816年達成的。Gauss在1816年的書評中發表說，證明平行公設是不可能的事。他為這遭受到嚴苛的批評。因此他決定在他有生之年不再發表有關平行公設的任何意見。

不久 Gauss 發現一名法律學家 F. C. Schweicart (1780-1859) 在1812-1816年

間不借助於第五公設開發「天界幾何學」，他給 Gauss 他的「天界大小的理論」的簡稿徵 Gauss 的意見。Gauss回答：他寫的全部彷彿是借 Gauss 的筆寫成的一樣。Gauss又說，空間存在於我們的外部。它的原則不能預先記述。它的性質該用實驗為基礎才能完全確定。

Schweicart有外甥 F. A. Taurinus (1794-1874)，他也是一名法律學家，因舅父的書給他刺激，他從年輕時就投入平行公設的研究。1824年10月 Taurinus 寄給 Gauss 他的實驗式的證明。同年11月8日 Gauss 給他長信，請他保密信的內容。信中說：「三角形內角和小於 180° 的假設會引導我們到特別的幾何學，它裡面不會有矛盾產生。我開發這種幾何學到很滿意的程度，除了一例外我全部可以解決有關它的問題。這個例外便是定數的決定，而它是不能預見的。這個定數取得越大越接近於歐氏幾何學，取無限大值則兩者一致。……」。 (註：這個定數便定 $\frac{1}{\sqrt{|K|}}$ K：高斯曲率) Taurinus 受到鼓舞，1825年寫出「平行線的理論」，1826年寫「幾何學的主要要件」寄給 Gauss。兩書序文中都提到 Gauss。Gauss不再理睬他，這些書也就沒沒無聞了。

1825年 Janus 開始寫他的論文。他的父親告訴他：「如果你真的成功地解決了有關平行公設的問題，有兩個理由你得趕緊發表它。一則，觀念很容易傳開，別人可能也會發表它。二則，如預言會同時在數處出現，春天裡紫羅蘭會到處開花一般，許多事會同時發生，所以你要搶先公開它。」

Janus的「絕對幾何學」以附錄的形式出現在他父親寫的教科書“Tentamen”中 (“Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens” 1831, 6月出版)。

1831年 Wolfgang Bolyai 把書與信分別寄給 Gauss。Gauss收到了信，書因霍亂的蔓延無法寄達而被折回。Gauss在1832年2月從朋友處拿到了這本書。

1832年3月6日 Gauss 給 Wolfgang 信說：Janus 的結果與 Gauss 的結果非常一致，令他很驚訝。不過他不便稱讚 Janus，因為這麼做等於稱讚他自己。他向年輕的幾何學家 Janus 表示十分的敬佩之意，並給他一個問題：如何求出非歐幾何學裡面一個四面體的體積？(後來兩人都做出這個問題)。

Wolfgang對於 Gauss 的回信內容相當地滿意。但是 Janus 卻非常失望並憤恨不平：Gauss 不給他公開的認定，還說在發明上他有優先權！

其實俄國數學家 Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1793-1856) 早在1829-1830年間在 Kasan 大學學報 Kasan Messenger 發表他的「虛數幾何學」(非歐幾何學)了。Lobachevsky在1815-1816年間開始在 Kasan 大學教幾何學時還試圖證明平行公設。後來他逐漸習慣於不可能證出平行公設的事實，從而發展出無平行公設存在的幾何學，並把研究結果在 Kasan 科學學會 (1826年2月12日) 上提出。一直到1830年它才被刊載出來。

但是 Lobachevsky 的論文並沒有起引西歐人士注目，他於是在1837年用法文把他

的「虛數幾何學」的摘要發表在 Crelle Journal XVII (pp.295-320) 上。1835-1838年間他又寫出有關的研究論文。

Janus Bolyai 得知 Lobachevsky 也做出非歐幾何學後以為這是 Gauss 搞出來的一種花樣，更加生氣，又氣餒，就不再研究他的「美麗新世界」了。從此他跟父親 Wolfgang 也疏遠起來，還從軍職退下，過他的荒唐生活至死，最後甚至於連他自己的肖像都用佩劍刺破，悉數毀掉 [9]。

Gauss一直到1840年才知道 Lobachevsky 做出非歐幾何學來，為了要好好唸原文，Gauss 還特地重學了俄文，並在1842年選聘 Lobachevsky 為 Göttingen 皇家科學會通訊員。

十三. Fermat 最後定理

法國科學院曾經在1816-1818年間懸賞徵求 Fermat 定理 $x^n + y^n = z^n$ $n \in N$ 的證明或反證明。Olbers 寫信給 Gauss，慫恿他做這個問題。Gauss 回答說，他感激 Olbers 告訴他件事，不過他對它不感興趣。事實上他也很容易做出一連串這一類孤立而沒有應用價值，且使人難解的問題來。但是他認為這對往後數論的發展並沒有多大益處。

實際上 Gauss 證過 $x^3 + y^3 + z^3 = 0$ 無整數解，即 Fermat 最後定理當 $n = 3$ 的情形。他在另一篇文章上也證過這個定理當 $n = 5$ 的情形，但是沒有再做下去。

十四. 橢圓函數

Gauss 在早年 (1791) 就玩算術幾何平均數的遊戲, 即: 給定 $a = a_0 > b = b_0 > 0$ 令 $a_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$, $b_n = \sqrt{a_{n-1}b_{n-1}}$ 則 $\{a_n\}$ $\{b_n\}$ 趨近於同一極限值 $M(a, b)$ 。而完全橢圓積分 (橢圓的周長算法) $\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\phi}{\sqrt{1-x^2 \cos^2 \phi}} = \frac{1}{M(1-x, 1+x)}$, 且 $\frac{1}{M(1, \sqrt{1-x^2})} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1-x^2 \sin^2 \phi}}$ 。

Gauss 又導出雙紐線 (lemniscate) $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ 的弧長算式 $y = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}}$, 為橢圓積分。它的逆函數 Gauss 以 $y = \text{sinlemn } x$ 表示, 稱為 x 的雙紐線正弦。而 $\text{sinlemn } x$ 有二週期 $2\omega, 2\omega i$,

$$\omega = 2 \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^4}} = \frac{\pi}{M(1, \sqrt{2})}$$

(1797年5月)。

他又引進 $\text{coslemn } x$ 等。

在1797年3月的日記中 Gauss 記載他可以用直尺與圓規五等分, 甚至於 n 等分雙紐線長。1800年 Gauss 導出 $\frac{1}{M(1+x, 1-x)} = 1 + (\frac{1}{2})^2 x^2 + (\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4})^2 x^4 + (\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6})^2 x^6 + \dots$, 它並滿足一個二階微分方程式。

從這些看得出 Gauss 對橢圓函數是做過深入研究的。Gauss 可能有意把橢圓函數的全部理論完整地做出後再發表, 否則不公開它。Gauss 所寫有關橢圓積分的內容只有在他 1818 年發表的論文“Secular Perturbations”中可以見到。

多年後 (1827) 挪威人 Niels Henrick Abel (1802-1829) 與德國人 C. G. J. Jacobi (1804-1851) 因 Gauss 的「Disquisitiones Arithmetica」第七章 335 節中的提

示而做出關於橢圓函數的友善的競爭性研究。對這 Gauss 的態度是不聞不問的。

在 1824 年當年 22 歲的 Abel 解出一般五次方程式的不可解性, 而在奧斯陸自印成六頁的小論文。他把論文寄給各國數學先進們, 滿懷希望得到他們一些善意的回應。他也寄給 Gauss。但是他所得到的可靠消息是, Gauss 尖叫:「這裡又出現怪物了!」, 就把 Abel 的論文扔去一邊。

1825 年 8 月底 Abel 因他的一篇論文 (後來遺失) 得到挪威政府的獎金可往西歐遊學一年。Abel 的最大願望是拜訪他尊崇的 Gauss。但是 Gauss 這個人既然遙不可及, Abel 便在 9 月月取道丹麥, 抱著痛苦的心情繞過 Gauss 所在地 Göttingen, 到達柏林。在那裡他僥倖地遇到 A. L. Crelle (1780-1855)。Crelle 是第一位在德國境內鋪設鐵路而發財的土木工程師。他愛好數學, 並有識別天才的洞察力。Abel, J. Steiner (1796-1867)。Karl Weierstrass (1815-1897) 都因他識才替他們發表論文才得以出名。

Crelle 想辦一份數學雜誌, 就向 Abel 邀稿。Abel 就便在 1826 年 Crelle 出資的數學季刊雜誌“Journal für die reine und angewandte Mathematick” (又簡稱 Crelle Journal)(I) 上發表了五篇論文。該雜誌第二冊中有 Abel 的橢圓函數雙週期理論。

Abel 到了巴黎, 那裡的數學家們對他冷冷的, 只是有禮貌而已。他寄給巴黎科學院的有關超越函數的巨著也被審稿者 A. L. Cauchy (1789-1857) 放置在家裡失蹤了。這篇文章一直到 Abel 貧病交迫死亡後幾

年，經挪威政府的抗議才尋找出來，終於在 1841 年見到天日 (法國科學院論文集第 7 卷 pp.176-264)。

1827 年秋天 Abel 在 Crelle Journal 上發表橢圓函數的論文。數月後 (1828 年 3 月 30 日) Gauss 給 Bessel 信，說：「我無法完成自從 1798 年以來研究的橢圓函數，因為我有其他事得做。最近我發現 Abel 已經完成了我的工作，他讓我省去三分之一的勞力。他寫得既優雅又清楚。寫的方式又跟我神似到令我驚奇的地步。不過他並沒有抄襲我的研究，因為我從來沒有跟任何人談到它。」

1829 年 4 月 6 日 Abel 去世了，年方 27 歲。同年 5 月 29 日 Gauss 給 Schumacher 信，說：「Abel 的死對科學界是一大損失。我在報紙上都沒有看到有關他的報導。如果你手中有這位特殊人物的生前資料，請告訴我。假使可能，我也想擁有他的肖像。」

這樣看來，Gauss 對 Abel 的印象並沒 Abel 所想像的那麼差。

至於另一位橢圓函數發現者 Jacobi，在 1849 年慶賀 Gauss 得博士學位五十週年紀念宴會上他是 Göttingen 大學的貴賓，被安排坐在 Gauss 的傍邊。Jacobi 想跟 Gauss 談數學，但 Gauss 避開話題不談。

十五. 解聘七教授事件

英王兼 Hanover 王 William IV 在 1837 年 6 月逝世。他雖然不幹練，倒也是一位慈愛的國王。由於他無子嗣，英王由他的姪女 Victorica 繼承。她是女子，依照 Hanover 律法不能繼任 Hanover 王位，改由她的叔父，

William IV 昏庸的五弟 Ernst August 當 Hanover 王，稱為 George V。

1837 年 9 月 12 日至 20 日 Göttingen 大學慶祝大學成立百年慶。George V 與 Alexander Humbolt 都來參加。慶典的場面盛大，熱鬧非常。但是好景不長。

1837 年 11 月 George V 廢止了前王 William IV 所訂的民主憲法。於是 Göttingen 大學的七位教授 Dahlmann, G. G. Gervinus, W. E. Albrecht, Ewald (Gauss 女婿)，Weber 與 Grimm 兄弟 (Grimm 童話著者) 連署抗議書。國王一怒，12 月 12 日解聘這七名教授。有一陣軍隊還開進，控制著整個 Göttingen。

有人批評 Gauss，說如果他加入抗議行列，則分量足，事情不致於如此。可是 Gauss 寧願明哲保身，安靜過他的研究生活。他也怕鬧事會影響到 Göttingen 大學的聲譽。的確，Göttingen 大學因這事受損，要恢復它的名聲花了五十多年。

Gauss 事後不便為女婿 Ewald 說項，倒是為 Weber 奔走過。他託 Humbolt 給 George V 進言。在一次宴會上 George V 跟 Humbolt 說：「用我的錢，我可以召來芭蕾舞孃、娼妓、教授、要多有多少！」Humbolt 一聽便知趣，沒提起替 Weber 緩頰的事。而被解聘的七名教授們倒是被其他大學爭相延聘。

1838 年 5 月 Ewald 受聘於 Tübingen 大學為東方語言教授，Gauss 寵愛的大女兒 Minna 於是跟丈夫 Ewald 赴 Tübingen。Ewald 在那裡認真工作了十年。而 Minna

因肺病在1840年8月12日在當地去世，讓 Gauss 非常悲傷。

十六. Gauss 的教學

晚年 Gauss 對教學比較賣力。有一些優秀的學生在他底下受教，在數學方面有 F. G. M. Eisenstein (1844), Riemann (1846), Richard Dedekind (1850) 與數學史家 Moriz Cantor (1850) 等。

1844年放暑假時 Eisenstein (1823-1852) 帶著 Humboldt 的介紹信來見 Gauss。Gauss 對待 Eisenstein 就如同 Eisenstein 是他鍾愛的兒子般，並期許 Eisenstein 將來的數學成就可與 Archimedes, Newton 並列。Eisenstein 在他短促的一生中留下了五十篇文章。倒是 Gauss 認為 Eisenstein 該有的地位被 Gauss 本身取代了。

Dedekind (1831-1916) 描繪過 Gauss 上課的情形：「師生們圍著一張方桌坐著。Gauss 不讓學生記筆記，要他們專心聽講。Gauss 很自在，清楚而平板地講課。當他要強調某件事時他會以他那清澈的藍眼睛盯著靠近他坐著的學生講。要寫數學公式時他會站起來在他背後的黑板上用他那美麗的字體不佔地方地寫下來。如果得仔細推算的例子，他會帶來寫著相同數據的小字條來。」

十七. 晚年

在 Gauss 最後十數年，他看來好像完全安頓在他那中產階級的生活中。他的母親在1839年4月18日去世，安享天年至97歲高齡。他在1840年出版 Atlas of Terrestrial

Magnetism。1843年4月6日出版“Memoir in Geodesy” (I) 1846年又出版“Memoir in Geodesy” (II)。1849年6月26日 Gauss 早年的天文學家，朋友 Bernhard August von Lindenau (1799-1854) 來拜訪他，讓他好高興。

1845年初 Göttingen 大學的學術參議會委託 Gauss 重新組合瀕臨破產的教授寡婦基金會。Gauss 以他一貫的認真態度研究寡婦基金，解決了問題，挽救了這個基金會，使一批孤兒寡婦們很感激他。

事實上 Gauss 本身很會理財，他年薪有一陣只有1000 Thaler。他的收入是薪水再加上選課學生的學費（他的學生一向很少）。但是他的生活簡樸，又因很會投資，他去世後遺產竟有十五萬三千 thaler，而從桌子、抽屜、衣櫥又找出一萬八千餘 thaler 的現款出來 [10]。

1848年2月 Göttingen 大學鬧學潮。激進派的學生領袖是 Johann Miquel，他是 Karl Marx 的好朋友，有社會主義傾向。多數的學生是溫和派，他們僅主張校內改革而已。軍隊一度也開進 Göttingen 來。而學生與警察間稍有衝突，不過事情沒有鬧大。Göttingen 大學因這次學潮反而贏得在 Hanover 王國次於 Hildesheim，最前衛的學校的名聲。

在這次學潮中學校當局請出體能好的教授們佔崗，維持學校境內的秩序。

Max Schneidewin 在1927年時回憶說，在1848年他6歲，是 Göttingen 大學古代語言教授的兒子。2月事件時他看到他的

父親穿上黑外套，配上寬厚皮帶，荷長槍去 Geismar 門邊站崗。站崗的教授們聽到住在附近的 Gauss 要經過，便排成列。當 Gauss 經過時他們便向他行舉槍禮表示敬意。

可見在同事們心目中 Gauss 崇高的地位。Gauss 本人也意識到他君臨學術界的架勢。

實際上 Gauss 也獲得各種榮譽，各國學術機構爭聘他為榮譽會員，他又有許多封號，如早在1810年8月19日 Westphalia 國王 Jérôme 就封他為爵士 (Knight) 1818年 George III 賜封他參議 (Hofrat)。1845年 George V 封他為首席參議 (Geheimes Hofrat)。不過1848年4月20日 Gauss 給 Wolfgarg Bolyai 的信中卻說這些榮譽對他來講好比是過眼雲煙而已。

1848年的2月事件後 Hanover 政府為了要彌補1837年事件以來的遺憾，想聘回被放逐的七位教授，但也只有 Weber 與 Ewald 回來 Göttingen 大學。這可是晚年的 Gauss 非常樂見的事哩。

1848年 Göttingen 大學內設立了「文藝博物館」，後來改稱為「聯誼會」，Gauss 也是會員之一。設立它的用意在於拉近師生之間的距離，以免發生學生改革運動。「聯誼會」的地點設在一位希臘已故教授的宿舍。室內放置著各種非反動性的報章、雜誌。在晚年的 Gauss，散步到那兒從早上十一點到下午一點看報章雜誌是他唯一的消遣。Gauss 會把他要看的有關政治、經濟、文學和科學的報章雜誌以想看的順序疊成一堆放在椅子上，再坐上去以免被別人拿走，再一份一份抽出

來看，必要時做做札記。如果有學生拿走他要看的報紙，他會盯著學生看，看得那個學生慌慌張張站起來，趕忙遞給他那份報紙。這麼一來學生們便奉送他一個綽號：「報紙老虎」(Zeitung-tiger) 了。

Gauss 從年輕時代一直對語文保持高度興趣。他對德國文學與哲學很在行，而最喜愛筆名 Jean Paul 的 Friedrich Richter (1763-1825) 的作品。因為 Richter 的人品像他的老友 Bolyai。他讀遍與他同時代的 Goethe(1749-1832) 作品，可是不喜歡，也不欣賞另一作家 Schiller(1759-1805)。法國文學他唸 Montaigne 與 Rousseau 等人的作品。俄文學則他偏愛 A. Pushkin (1799-1837)。對英國文學他不喜歡 William Shakespeare，覺得 Shakespeare 寫的作品悲情太多。依 Gauss 的話，「人世間悲劇已經夠多了。」他很喜愛 Sir Walter Scott (1771-1832) 的作品。不過 Gauss 會在雞蛋裡挑骨頭。他看到 Scott 寫「滿月從西北方升起」大笑不已，立即改正過來，還跑遍各書店查看這一句是不是印錯了？

Schumacher 與 Lindenau 在1850年、1854年相繼過世，Gauss 常通信的老朋友只剩下 Gerling、Humbolt 與 Bolyai。

1854年 Riemann 因 Gauss 推薦，要任職 Göttingen 大學的講師，Gauss 從 Riemann 提出的三個題目中挑選 Riemann 匆促中加上的第三個：“On the Hypothesis that Underlie the Foundation of Geometry(英譯)”。Riemann 的演講 Gauss 聽後讚嘆不已。不過 Gauss 最後的科學活動是

跟 Gerling 討論 Foucault 鐘擺的修正問題。看來實際又具體的問題對他來說比 Riemann 的抽象複雜的概念問題要輕易多了。

1854年 Gauss 做過全身檢查, 他的心臟有肥大現象, 看來他的日子不多了。但是他的健康又一時恢復過來, 過後他還去聽6月10日 Riemann 的講師演講會, 也去參加 Göttingen 與 Hanover 市間的鐵路開幕典禮。8月後他腳腫, 勉強只能在屋內走動。12月7日本來以為 Gauss 已經不行了, 但是他又好轉過來。

同年12月19日 Gauss 的同事生理學及動物學教授 Rudolf Wager (1805-1864) 拜訪 Gauss。此君對宗教及靈魂等問題很有研究興趣。23日與數日後 Wagner 又來看 Gauss。Gauss 的家人及朋友們很反對 Wagner 這個舉動。Wagner 也就沒有公開他所作的筆記。一直到 Wagner 去世後才由他的遺物中找出一些記載。由其中可以看出 Gauss 相信生命的永恆。他說:「如果沒有永恆, 人世是無稽的, 而整個創造是荒謬的。」

Gauss一直拖到1855年2月23日清晨在睡眠中安祥去世, 享年77歲。他帶的懷錶在謝世幾秒後停下, 指針停在1點零5分。Gauss的朋友們坐在鄰室陪伴他, 讓他走完人生的這最後時刻。

1855年2月26日晨在 Göttingen 大學天文台觀測所前的廣場上舉行 Gauss 的葬禮。Gauss 的頭上戴看桂冠, 穿著紫色大學禮袍, 躺在黑色靈柩內, 周遭環繞著早春的花朵。眾人瞻仰後靈柩由十二名專攻數學與科學的學生 (其中包括 Dedekind) 抬到天文台

前的廣場。面對著眾多參與者 Gauss 的女婿 Ewald 與 Gauss 的好朋友, Göttingen 大學的教授 Sartorius von Waltershausen (第一位寫 Gauss 傳記) 致弔辭, 推崇 Gauss 為無比而獨特的天才, 成就卓絕。葬禮後 Gauss 被葬在 Göttingen 的 St. Albans 墓園。

Gauss的腦被取下, 它淨重有410克, 比拜倫 (63.8 ounces) 的輕, 而比但丁 (50.2 ounces) 的重。Gauss 的腦有許多璇紋, 紋路很深。

十八. 後代

Gauss的小女兒 Therese 自從姊姊 Minna 在1838年搬離 Göttingen 後職掌家事, 照顧老祖母 (1849年去世) 與 Gauss。她生性憂鬱, 又多病痛。在 Gauss 去世後一年的1856年9月23日, Therese 與已通信十四年的演員兼劇院導演 Wilhelm Staufenu (1809-1886) 結婚, 1864年2月11日去世。Therese 沒有孩子。

Gauss在德國的子孫由 Jeseoph 單傳。子孫中男丁在二次大戰中或失蹤或戰死, 只有一人生還。1936年後姓 Gauss 的人只有三人, 其中一人有心理障礙。Gauss三男 Eugene 對他父親一直有叛逆情結。他幾乎燒毀所有 Gauss 給他的信。甚至於他分得的父親遺物, 一面 George V 頒給 Gauss 的金章, 也熔化成金邊眼鏡框來使用。Eugene與四男 Wilhelm 壯年後在美國做生意成功, 變成富翁。他們的後代興旺。

十九. 結語

Gauss 遺留下來的文件及與他私人相關的信函，還有他出版過的書全由 Göttingen 大學收集，並經 Göttingen 皇家科學院聘請專家學者如 Felix Klein 等十人從 1863 年至 1935 年才整理妥當成十二卷書出版。

Gauss 的座右銘是「稀少，但成熟」(Pauca sed matura, Few but ripe)。他又主張作品不應該留下鑽磨過的痕跡，就如同一座蓋好的教堂毫不留下先前鷹架林立，辛勤勞作過的跡象般。所以 Gauss 不多寫，但寫成的作品則以敘述簡潔、內容豐實著稱。

[註 1]: 當時的德國尚未統一，德國境內由三十九個有主權的小王國、小公國等所組成。

[註 2]: 「Disquisitiones Arithmeticae」這一本書的七章內容從來沒有被超越過，沒有被補充過，也沒有被發現有任何的錯誤。Gauss 去世後「Disquisitiones Arithmeticae」的第八章 (處理高次同餘式) 被找出來。它是 Gauss 早年因考量出版經費太龐大而被割愛的。在收錄「Gauss 全集」時它被放在第一冊中，成為「Disquisitiones Arithmeticae」的第八章，等於成全了 Gauss 早年的意願。

[註 3]: 英國在 1688-1689 年的光榮革命時英王 James II 及他信奉天主教的兒子被逐出國外。1701 年英國國會決議王位繼承人須為新教徒。英倫三島 (英格蘭、蘇格蘭及愛爾蘭) 統一於 1707 年。當時的國王是 Anne 女王 (James II 次女，信奉新

教。在位 1702-1714)。她的獨子在 10 歲時夭折。她逝世後由 James I 外曾孫，新教徒 Hanover 選侯 George I (在位 1714-1727) 繼承英國王位。他是一位只會講德語的英王，為英國 Hanover 王朝之始。他的王位由長子 George II (在位 1727-1760) 繼任。再來是 George II 的長孫 George III (在位 1760-1820) 繼位。George III 有眾多兒女。他的王位由長子 George IV (在位 1820-1830) 繼承。他的獨女早逝，王位便由 George III 三子 William IV (在位 1830-1837) 繼位。這些英國 Hanover 王朝諸王兼而是 Hanover 選侯或王 (Hanover 在 1814 年才成為王國)。William IV 的獨女早逝，英國王位便落在 George III 的第四子 Edward 的女兒 Victoria (在位 1837-1901) 身上。但是 Hanover 王國不承認女繼承人，故由 George III 第五子繼位，為 George V。從此英王不再兼 Hanover 王了。又，Victoria 為英國 Hanover 王朝最後一人。

[註 4]: 英譯為“George V, The King of Hanover, to the Prince of Mathematicians”。按“Prince”有小邦國之「王」的意思，當時的德國聯邦由三十九個邦國所組成。

[註 5]: 德語國家人名中有“von”與法國人名中有“de”一般來說都是貴族姓氏。這些字皆有“from”，或是“of”的意思，接著的姓往往是這個人的屬地名稱。

參考資料

1. Guy Waldo Dunnington, “Carl Friedrich Gauss, Titan of Science”, Hafner Publishing Co. N. Y. 1955.

2. W. K. Bühler, "Gauss, a Biographical Study" Springer-Verlag, N. Y. 1981.
3. 高木貞治, "近世數學史談", 東京共立社, 昭和8年 (1933)。
4. Felix Klein, "Famous Problems in Elementary Geometry", Translated into English by Beman and Smith, Boston, 1897.
5. Howard Eves, "An introduction to the History of Mathematics", 6th edition, Holt, Rinehart and Winston, N. Y., 1990.
6. Guy Waldo Dunnington, "Carl Friedrich Gauss", Louisiana State University Press, Baton Rouge, 1937.
7. E. T. Bell, "Men of Mathematics", Simon and Schuster, N. Y. 1937.
8. Felix Klein, "Development of Mathematics in The 19th Century" Translated into English by M. Ackerman, Math. Sci. Press, 1979.
9. 數學 Seminar, "100人の數學者", 日本評論社, 東京, 1989。
10. Tord Hall "Carl Friedrich Gauss, a Biography", Translated into English by Albert Froderberg, The MIT Press, Boston, 1970.

—本文作者任教於輔仁大學數學系—