

模擬測驗—應用數學

(測驗對象：高三、大一學生)

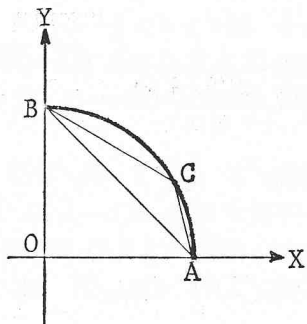
羅添壽 設計

羅添壽老師現為臺南省立新化高中數學教師。

1. (多選) 若某人對 x 斤之橘子及 y 斤之柳丁消費後其滿足感設為 $Z = f(x, y) = 3xy + 3x + 2y$ (此稱效用函數), 今已知橘子每斤 6 元, 柳丁每斤 4 元, 此預算將 40 元全部用來購買柳丁及橘子, 則
- (A) 此人可購得 3 斤橘子, 6 斤柳丁
(B) 此人如購買相同斤數的橘子及柳丁則可得效用 68
(C) 此人如要得最大效用, 則買柳丁的斤數應比橘子斤數多
(D) 此人所得的最大效用是 70
(E) 此人所得的最小效用是 72
- (提示: (C) 令購買 x 斤橘子, y 斤柳丁, 則 $6x + 4y = 40$, 令 $3xy + 3x + 2y = k$, 求極值。)
2. (單選) 假定地球表面為一平面, 在此平面上取定一個正交坐標系, 並設 (x, y) 點上的溫度以 $f(x, y) = 3x - y + 3$ 表示, 若有一人自 $(3, 4)$ 點朝東 (X 軸正向) 走了一單位, 他應朝北 (Y 軸正向) 再走若干單位的路, 所感受的溫度才會正好他原來在 $(3, 4)$ 點的溫度一樣, 設此所求為 a 單位, 則
- (A) $0 \leq a \leq 1$ (B) $1/2 \leq a \leq 3/2$ (C) $a = 2$ (D) $a = 3$
(E) 以上皆非。
3. (多選) 設 $x-y$ 平面上, 在 $(1, 2)$ 之點有一燈塔, $x > 1$ 時 $y = 2x - 1$, 當 $-1 \leq x \leq 1$ 時 $y = x^2$, 當 $x < -1$ 時 $y = -1/2 \cdot x^2 - 3x - 3/2$, 表船進行所沿之路線, 則在船路 $y = x^2$ 的部分上有那些點, 船可由其進行方向的垂直方向上看到燈塔?
- (A) $(-1, 1)$ (B) $(1, -1)$
(C) $((1 - \sqrt{3})/2, (2 - \sqrt{3})/2)$
(D) $((1 + \sqrt{3})/2, (2 + \sqrt{3})/2)$
(E) $((-1 + \sqrt{3})/2, (-2 + \sqrt{3})/2)$
- (提示: 船走的路與切線、法線有關係。)
4. (多選) 正整數 11^{13} 之
- (A) 個位數字為 1 (B) 十位數字為 3 (C) 百位數字為 9
(D) 千位數字為 3 (E) 千位數字為 6
5. (單選) 下圖為半徑為 2 的四分之一圓, C 為 \widehat{AB}

三等分點，則 $\triangle ABC$ 之面積為

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3} + 1$ (C) $\frac{1}{3} - 1$ (D) $\frac{1}{2} + 1$
(E) $\frac{1}{2}$



6. (單選) 承上題，設 $P(x, y)$ 在 $\triangle ABC$ 上移動，則 $x \cdot y$ 之最大值為

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 2 (E) 以上皆非

(提示: 考慮三邊之直線方程式)

7. (多選) 設中正路之每家商店皆有賣禮品，今羅老師欲從 A 點向中正路商店買禮品送至 A 點同側之 B 點，問

(A) 他所走之最短距離是 $\sqrt{137}$

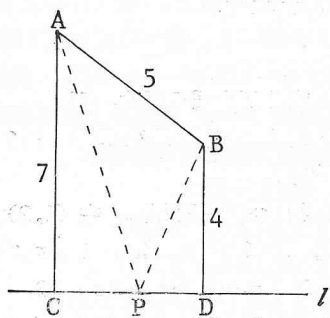
(B) 他所走之最短距離為 137

(C) $\triangle APB$ 之面積為 $112/11$

(D) $\triangle APB$ 之面積為 $224/11$

(E) $\vec{AB} = [4, -3]$ (\vec{AB} 表向量)

(註: 題中 P 點為中正路上一點，使得 APB 為羅老師走至中正路再返回 B 之最短路徑，且構想商店設於路上。於下圖中，以 l 代表中正路。)



8. (單選) 設有某廠商出售汽車，每輛價格為 x 萬元，其一星期銷售量為 y 輛，一般常識知 y 隨著 x 而變，即價格越低銷售量就越大，表成函數符號 $y = f(x)$ ，今作市場調查，得數據如下:

| | | | |
|-----|----|----|----|
| x | 5 | 10 | 20 |
| y | 20 | 10 | 5 |

問下列何式滿足上述之數據

- (A) $y = -2x + 30$ (B) $y = 100/x$ (C) $y = -x^2 + 10x + 2$
(D) $y = 4 \cdot 5^{2-x}$ (E) $y = 20 - \log_5 x$

(提示: 注意「價格越低，銷售量就越大」這幾個字，當然您亦可用某一種解法，請動用您的腦筋吧!)

9. (多選) 有二部機器甲、乙，若其操作時，每一部機器發生故障與否，與另一部機器無關，每天可能發生幾次故障，若其每部機器在一天內發生故障之機率分佈如表所示:

| | | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| 故障次數 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 甲 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.09 | 0.07 | 0.04 |
| 乙 | 0.3 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.15 | 0.15 |

則在一天內

(A) 甲、乙二機器故障次數相同之機率為 0.23

(B) 甲發生故障次數比乙故障次數多 2 次之機率為 0.13

(C) 假定已知甲已經發生 2 次故障，則乙發生 4 次故障之機率為 0.10

(D) 甲最多發生 2 次，乙最少發生 3 次故障之機率為 0.30

(E) 甲最多發生 3 次，乙最多發生 3 次之機率為 0.48

10. (單選) 一賽車駕駛人，在比賽季節，將車保險 10000 元，保險公司估計全部損失可能發生之機率為 0.002，50% 的損失之機率為 0.01，25% 之損失之機率為 0.1，如其他損失皆不計算，保險公司欲盈利 100 元，則每比賽季節應收保險費若干?

- (A) 320 (B) 440 (C) 120 (D) 240 (E) 以上皆非

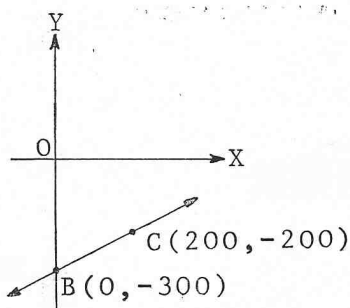
11. (多選) 設在清晨零時，颱風眼 (即颱風中心) B 位於本地位置 O 的正南方 300 公里處，以等速直線進行，在清晨 4 時，颱風眼 C 位於本地位置的東南方 $200\sqrt{2}$ 公里處，若今以 O 為原點，東方為 X 軸之正方向，北方為 Y 軸之正方向，單位長是一公里，建立一坐標系，則下列何者為真?

(A) B 之坐標是 $(0, -300)$ (B) C 之坐標是 $(200, -20)$

(C) O 至直線 \overline{BC} 之距離是 $60\sqrt{5}$ (D) 風向是東北方

(E) 風速是每小時 $25\sqrt{5}$ 公里

(提示: 如下圖)



12. (多選) 設颱風中心 P 清晨零時位於 $(-9, -6)$ ，清晨 1 時位於 $(-33/5, -24/5)$ ，若它作等速直線進行，暴風半徑為 3，則
- (A) 清晨 2 時位於 $(-21/5, -18/5)$
 (B) 清晨 3 時，原點開始進入暴風圈
 (C) 清晨 4 時 30 分，原點離開暴風圈
 (D) 颱風中心經過原點
 (E) 速率每小時 $6\sqrt{5}/5$
13. (多選) 一線段 \overline{AB} 長為 16 公分，現把 \overline{AB} 分成兩部分，其一段圍成一正三角形，另一段圍成一正六邊形，當其面積和為最小時，則
- (A) 正三角形之邊長為 $16/5$ 公分
 (B) 正三角形之周長為 $48/5$ 公分
 (C) 正六邊形之邊長為 $16/15$ 公分
 (D) 正六邊形之周長為 $48/15$
 (E) 其最小面積為 $64\sqrt{3}/15$ 平方公分
- (提示：設正六邊形之周長為 x 公分，則正三角形之周長為 $16-x$ 公分)
14. (單選) 某廠生產燈泡，設 x 表其每日產量 (以十萬個為單位)，而 y 表相應之利潤 (以萬元為單位)，今作三天觀察，得 x 與 y 之關係如下表：

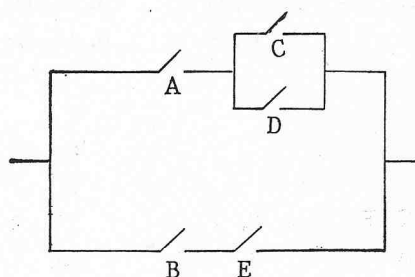
| x | y |
|-----|------|
| 1 | 7 |
| 1.5 | 7.25 |
| 2 | 6 |

於是假定 y 為 x 的二次函數，即 $y = ax^2 + bx + c$ ，滿足上列數據，決定 a, b, c 後，指出要使利潤 y 為最大時，每日產量 x 應控制為多少？

- (A) $4/3$ (B) $13/9$ (C) 1.2 (D) 1.25 (E) 2

15. (單選) 一布氏開關線路設計 (如下圖所示)，就是指一種電線與開關之裝置，這種裝置可重複使用串聯與並聯來構作，故它可用連詞 \wedge 與 \vee 來描述，請利用此關係決定下列何組答案能使電流通過

- (A) $[A \wedge (C \vee D)] \vee (B \wedge E)$
 (B) $[A \vee (C \wedge D)] \vee (B \wedge E)$
 (C) $[A \vee (C \wedge D)] \vee (B \vee E)$
 (D) $[A \wedge (C \vee D)] \vee (B \vee E)$
 (E) $[A \vee (C \vee D)] \vee (B \vee E)$



16. (多選) 一五金商有二工廠，第一廠有產品 40 單位，第二廠有產品 50 單位，該商人自甲、乙兩鎮接獲貨單，甲鎮申購產品 30 單位，乙鎮申購產品 40 單位，今假定第一廠產品運到甲鎮每單位運費為 10 元，運到乙鎮每單位運費 14 元，第二廠產品運到甲鎮每單位運費 12 元，運到乙鎮，每單位運費 15 元，則第一廠取產品 x 單位運往甲鎮，取 y 單位運往乙鎮較為經濟 (即運費最少)
- (A) $x = 30$ (B) $x = 20$ (C) $y = 10$ (D) $y = 20$
 (E) $x + y = 40$
17. (單選) 一農民有田地 5 甲，若種水稻則每甲每期產量為 8000 斤，若種花生，則每甲每期產量為 2000 斤，但水稻每期成本需 16000 元，花生只要 4000 元，且花生每斤可賣 6.5 元，稻米只賣 2.6 元，現在農民只有 48000 元，設水稻種 x 甲，花生種 y 甲時能得到最大的收入，則 x, y 之值為
- (A) $x = 7, y = 8$ (B) $x = 8, y = 7$
 (C) $x = 7/3, y = 8/3$ (D) $x = 8/3, y = 7/3$
 (E) 以上皆非，
18. (單選) 設三角形之三邊長均為整數，且三邊長成等差數列，今設公差為 r (正數)，求此種三角形中其為鈍角三角形有幾個？ (以 r 表之)
- (A) $r - 1$ (B) $2r + 1$ (C) $2r - 1$ (D) $3r$ (E) $3r + 1$