

漫談數學競試

林初堂

壹. 前言

我國從 1991 年參加 APMO 開始進入國際數學競賽圈，次年更進而參與了全球性的比賽 IMO，自 1991 年始到 1997 年止，在建國高中的參賽選手中，曾經輔導過：劉宇陽 (APMO)、魏澤人、黃柏嶧、吳宏五、黃景沂、單中杰、陳和麟、邱奕智、王之群 (APMO) 及卓士堯共 10 位國手。建國高中一直採用資優生集中一班之編班方式，這 10 位國手中，共有魏澤人、黃柏嶧及邱奕智 3 位是非資優班學生，由此可見非資優班的資優生大有人在；相對地，資優班中卻多的是非資優生。以下概略報告這些人，如何被挑出，進而成爲國手。

貳. 選才

通常五月底高三停課後的第一個星期五的下午，我們分高一、二試題錄取共約 300 位學生作爲儲備校隊，在暑假放假前發下約 20 條問題提供儲備隊員習作，九月開學後的第一個星期五把前述問題的解答發下。九月中旬分高一組，高二三組（錄取的 300 位學生）考試，共錄取約 80 位學生參加培訓，集訓 2

次後，參加十月中旬文復會舉辦之全國性初試，從中挑出約 55 位考試成績優異之校隊，再集訓 2 次及經過 1 次考試後，挑出 5 位近況最佳之代表隊參加十一月下旬的台北市能力競賽。在十一月下旬再經過 1 次考試，挑出 50 位校隊參加十二月中旬文復會舉辦的複試。建中校隊大致是如此產生，但過程中仍不免有遺珠，例如：1991 年我國首次參賽的 APMO 之金牌獎得主劉宇陽，曾於第 3 次選拔時被淘汰，後經由他個人表達，始加入培訓隊，並一路過關斬將獲得該年文復會之一等獎。幸好建中的選材方式頗具彈性——教師推薦或自我推薦，否則難免遺珠之憾。陳和麟於高一時參加校內台北市能力競賽甄試未被選上，但他在隨後的文復會及 APMO 兩種競賽中表現優異脫穎而出，勇往邁進 IMO 並贏得銀牌。順便一提，迄今爲止，建中學生高一便取得 IMO 國手（腦）的還有單中杰與陳明揚兩位。吳宏五是高二、高三兩年完全經由上述管道被挑選出來的，並且於高三那年（1993 年）勇奪在土耳其伊斯坦堡舉行的 IMO 之滿分金牌獎，當年全球只有 2 人滿分。黃景沂也是高三那年，通過一次又一次的甄試走入國腦之林。

參. 發掘人才

魏澤人是在高二三選才考試時，有一道試題全校只有他一位解出，並且解答品質高，受到注意，培訓時特別予以觀察、留意，他終於獲得我國首次參加的莫斯科 IMO 的最優秀成績。邱奕智是高二時，經由班導師（國文老師）反應邱生特別喜好數學，急欲獲取一些課外材料，找來個別談話後，介紹他自學九章出版社印的「高中數學競賽教程」，偶爾把資優班的一些專題研究課所發的講義提供他研習，並要求他交作業，以明瞭其程度。單中杰在國中時代便已出名，進入1992~1995年資優班後，經過一週的上課便發現他的基礎遠超過同班同學，個別面談後給他大陸簡體字本的「數學奧林匹克的理論方法與技巧」書共有2本。單生自學能力突出，教他不如他自學的成效，所以完全靠他自己，期間除學校的選才考試外，僅另外測試過2次並共同研究解答。黃柏嶧、王之群及卓士堯三位都是平日上課，在班上討論問題或上台精講時表現優異而被發現的人才，他們三位上課聽講時的認真態度讓我印象尤其深刻。黃景沂也是平日上課中被發現的人才。劉宇陽與吳宏五是在國科會專案，培養學習成就優異的台大數學系週六下午輔導班中，學習用心且肯花心血研究他們提供的問題而顯現才華。陳和麟是在徐正梅老師的栽培下逐漸成長。

肆. 輔導

1991~1997年間建中數學科有幾位熱心老師組成輔導工作群，不計名利，犧牲時

間、奉獻智慧，指導學生，特別是當時年紀已不輕的蔡國泉、朱再發兩位先生尤其令人敬佩。通常每年由6位老師組成工作群，每位老師主講一個單元，每單元上課約3~4小時，單元主題共同擬定，內容則由主講人自行取捨，而主題之選擇初始以加深課本內容為方向，參加全國能力競賽時則參酌歷屆IMO試題之取材，每年在選定單元主題時均有所更換。上課講義內容，通常含重點（包括證明）、例題（包括詳解）及作業，另提供負責試務老師2~3道試題（每題均含詳解）。

集訓方式並非從頭到尾由教師單向講授，有些教師於上課一週前便發下講義，而上課時僅將新概念、新方法予以分析透徹，便要求受訓學生上台發表習作講義中例題新的解法或作業的成果。學生這時「看到他人有漂亮的解法，自己會很自然地將那原理反芻一次成為自己的智慧」，而當自己上台發表成果時，「因為要讓別人聽懂自己所講的內容，於是非將解法想的清晰透徹不可，從而提昇自己能力」。學生間雖然沒有明顯的比較心態，但私底下卻會激勵他們好勝的企圖心，從而發展出最漂亮的解法。就這樣，學生有良好的吸收，集訓的成效也圓滿達成。

事實上，平日上課對學生的興趣培養及能力之提昇更不可忽視。資優班從高一開始，把教科書整體內容重新規劃，例如第一冊第1章教完，接下來教第一冊的第4章、第5章，再接三角函數，第一冊第3章與第二冊第4章及第三冊第1章合在一起教授，之後才教第一冊第2章，第二冊第1章，第三冊教完也結束了高一學年度。上課內容以課本為限，對於資

優生不必在課堂上一再演示性質類似的例子，但觀念分析要透徹，方法解析要清楚。並利用每週3小時的專題研究課補充概念以加深加廣數學知識，內容以不超過前一代教材為限，但另外需要加強平面幾何及立體幾何的知識，九章出版社有這兩類的書。

伍. 建議

依照個人輔導經驗，不分任何領域，對於有特殊潛能的資優生，以師徒制的方式引領他們邁向知識大海，讓他們在學習的過程中以發現之旅的方式累積知識，要比單向傳授對他們受益更多，而且比較不易壓抑他們的創造潛能，這些都可以從他們的解題方法上立即得到驗證。當然，在選擇內容及問題方面，身為教師者必須多費心思，更要累積對前幾位資優生的輔導經驗，前事不忘，後事之師，如此才不至於浪費資優生的寶貴時間，少走冤枉路。例如：去年七月中旬，我開始輔導一位高一升高二的數學資優生，蔡旭程，事實上那時他的基礎並不比當年的王之群、卓士堯堅實，但經過一個暑假每週兩次每次三題的討論，我明顯感覺他的能力提昇，果然五個月後，他在台北市能力競賽取得一等獎，進而在全國競賽也贏得二等獎。

目前台灣社會普遍瀰漫反資優教育的聲浪，原因很多，本文不談，但是我們肯定各種奧林匹亞競賽來肯定學生，讓他們有「表現的機會、建立信心的場所、培養日後更上一層樓的契機」，例如單中杰高中畢業後直接申請就讀美國的哈佛大學數學系。兩個世紀以前，有

一位人物典範莫札特與近代的畢卡索境遇類似，在人生的第一個十年中展現了個人獨特的非凡天賦，並在成年之後以大師的風範大放異彩。這兩位人物有許多共通之處，他們皆在人生早期的孩提時代便顯現出藝術方面的天賦異稟；並且受到父親極大的鼓勵，他們的父親本身就是一位藝術家，同時也是藝術領域中的教師；他們皆在青少年階段便青出於藍地勝過父親及其他當地的專家。兩人都遷移至歐洲的藝術中心，並在短短幾年內完成個人的藝術成就，然後在有生之年耗盡心力追求個人藝術上的喜好，而不論這些喜好是否正好符合當時流行的品味。

資優生並不等於成績優異的績優生。資優生觀察力敏銳、細緻，善於發現問題、提出問題、進而嘗試解決問題，自學能力強，學業成績卻未必頂尖。而績優生雖然學習能力強，但是態度保守，只要求學業成績特優，沒有提出問題（非指學習上的疑難）的習慣或能力，擅長學習已有的知識，缺乏創見、創造能力。資優教育的目的是要激發各類資優生（mentally gifted or talented）的創造潛能，資優生有五類：「學術類（如數學、物理、...等各門科學），藝術類（如美術、音樂、舞蹈、表演藝術、...等），文學類，領導統御類，體育類」。然而，我們必須了解除了文化背景上的關切與領域中的支持之外，一位資質聰穎的天才總是象徵著一種「巧合」的因素，也就是說不僅需要一位「準備妥當」的孩子與一種「樂意接納」的文化，還要有大量的社會支持，包括優秀的教師、懇切的父母親、充分實地執行與表現的機會、在競爭的壓力下得到紓解、獲得

聞名機會的途徑，以及一系列領域知識的門檻，讓孩童有機會一一越過並展現實力。某個領域之中「有潛力」的孩童與他人相形之下，辨識能否更迅速地克服這些階段的困難並以較輕鬆的心情來渡過，我們可以從年輕畢卡索的生平事蹟中一一洞悉這些因素運作的關聯性。正如美國 NBA 的麥克喬丹離開了公牛隊，便使得公牛隊連續兩年無法爭取到總

冠軍的頭銜，而他歸隊後公牛隊也再得冠軍，這一事實也就表示出，不論是一個球隊或者是一整個社會，都需要一些傑出領導人物來帶領整個團體激發群體的智慧，創造真善美的人生。殷切盼望國人繼續支持各種奧林匹亞競賽及資優教育。

—本文作者任教於台北市建國高級中學—