

分析大師

威爾史特勞斯 (Weierstrass)

薛昭雄

本文作者現任政大應用數學系主任

威爾史特勞斯 (Karl Wilhelm Theoder Weierstrass) 是十九世紀德國的一流數學家之一，他是一位令人喜歡、有度量而且生就是把自己的天才隱藏在平易近人的外表的人。他最主要的貢獻是在分析方面，像微積分、實變函數論、複變函數論等等，並且替分析奠定了嚴密的邏輯基礎；此外，他在天文數學以及光學理論方面也頗有貢獻。

威爾史特勞斯是於1815年10月31日生於德國西發利亞 (Westphalia) 的奧斯汀弗德 (Ostenfelde)。他的父親是一位關稅員，而且全家都是虔誠的天主教徒。

威爾史特勞斯有一個弟弟彼得 (Peter)，兩個妹妹克拉勒 (Klara) 與愛麗絲 (Elise)，他的三個弟妹終身照料著他 (註：這四個孩子都沒有結婚)。他的母親是在1826年愛麗絲出生後就去世了！而且似乎這位母親對於自己的婚姻並不滿意，原因並不為人所知！一年後，他的父親再婚了，繼母是一位典型的德國太太，帶給了他們一個溫暖的家。威爾史特勞斯的父親曾經當過學校老師，是一位非常嚴厲的人，毫不容許孩子們的爭辯，所以挫喪了年輕的威爾史特勞斯的銳氣！

在威爾史特勞斯非常小的時候，他們全家搬到西發利亞西高頓 (Westernkotten) 的一個小村落，父親在地方上的鹽廠謀到一個關稅員的工作。由於那裏沒有學校，所以威爾史特勞斯被送到附近的敏斯特 (Münster) 就學，十四歲時他進入了帕德伯恩 (Paderborn) 的天主教高中唸書，在那裏，他和同學們一起過著十分愉快的學校生活，而且在拉丁文、希臘文、數學等科目得到了許多的獎。但是威爾史特勞斯卻非常厭惡音樂，每次的演奏會都會使他煩悶不已，歌劇更像催眠曲一樣地帶他進入夢鄉。

十五歲時，他曾為一個經營奶油及火腿的女商人作記帳員，他作得非常好。

十九歲高中畢業後，他進入了波昂大學就讀，由於父親的固執，只好唸法律，因此使得威爾史特勞斯故意不好好唸它，而跑去讀數學方面的書，例如他讀了拉普拉斯 (Laplace) 的名著天體力學，以及和那些比他更無知且令人討厭的朋友鬼混；就拿喝酒來說吧，他的酒量非常地大；另外，他也會在擊劍上弄出更勇敢的玩法，不過儘管如此，他的臉上從沒有留下通常被認為是勇敢大學生標誌的疤痕！不止於此，威爾史特勞斯在波昂就像無韁的野馬一樣，擺脫了他父親的管束，以致當他沒有拿到學位回家時，是多麼地令他家人驚訝！

像這樣地孩子將要做些什麼工作呢？顯然地，他不適合擔任法律方面的工作。還好，有位友人勸威爾史特勞斯去就讀敏斯特學院 (the Academy of Münster)，以便準備參加官方的中學教員考試，而這位迷途知返的羔羊也於 1839 年 5 月 22 日正式註冊入學了。雖然威爾史特勞斯的數學事業由此開始，但是在當時看來卻是一大損失；幸好，他的老師古德曼 (Christof Gudermann) 的出現才為我們帶來了新希望，威爾史特勞斯從他那兒學會了用冪級數的技巧來分析問題，而古德曼的概念正是任何冪級數展開式的基礎，最簡單的例子是對 $1/(1-x)$ 的冪級數展開式 (註： $1/(1-x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-x)^n$)。

在古德曼的公開講授中共有 13 個學生，但是到了第二學期只有威爾史特勞斯一個人能跟得上課程。二十六歲時，他得到了教師資格證書，那時他通過了教學問答法的考試，而且也寫了一篇出色的論文，是關於出現在尤拉 (Euler) 傳記上令人難懂的橢圓函數的冪級數展開式。

不久，他就任了一所不太著名的高中的老師，一直做了十五年。且莫說他在 1890 年才出版的著作“Werke”內所收集的在 1840~1850 時所寫的一些劃時代的報告，他在那時期可說是過著一種平凡的生活。但是在晚年時，他常想起那段常和政府官員及軍官一起喝酒的日子是如何地荒唐！在他寫給同事的一封信中，他曾寫著「如果沒有那些艱難的工作使我像一個隱居者的話，那麼在那段日子裏那種無盡的空虛或苦悶將會使我不能忍受；即使是在我的朋友圈裏那些貴公子、律師以及年輕的軍官們都把我當作是他們的好伙伴也是一樣地！……現在是乏善可陳，而未來我是不習慣去談論的。」私底下，威爾史特勞斯研讀亞培爾 (Niels Abel) ——一位完全由自己創造數學，但是命運坎坷悲慘的挪威數學家——的著作，甚至當他成為世界上分析學的大師且又是歐洲的第一流數學老師時，他仍然對他的學生說：「研讀亞培爾！他已經作了不朽的工作！」同樣地，我們也可以用這句話來形容他了！

1842年，威爾史特勞斯受聘於西普魯士·德西柯恩 (Deutsch-Krone) 的一所高級中學，擔任物理和數學的助理老師，1845年升為正教師。他除了教數學和物理外，其它的像地理學、寫作、體操等也都由這位歐洲的第一流數學家 (當時尚未被發覺) 來教。1848年，他被調到布勞恩斯堡 (Braunsberg) 的高級中學，當時自由主義正抬頭，而威爾史特勞斯卻被保皇政府指派為文藝檢查官，以便抑制反皇的散文與詩篇，但是聰明能幹的他卻讓所有最具煽動性的文藝作品通過，使得政府不得不停止這齣鬧劇。威爾史特勞斯在學校的年報發表了一篇不朽的論文“亞培爾積分理論的貢獻”，像這類事情是很難在學校的年報發現的，因此當時的數學界並沒有注意到它。1853年，威爾史特勞斯 38 歲，他把一篇論亞培爾函數理論的論文投到有名的 Crelle 的雜誌 (Journal für die reine und angewandte Mathematik)，這篇論文被接受了而且刊登於 1854 年。刊登後，馬上造成一陣轟動，這是因為一篇不朽的名作卻出自一位默默無聞的高中教師，於是一連串的表揚行動很快地開始了！

首先是哥尼斯堡 (Königsberg) 大學頒給他榮譽博士學位，接著教育部也調升了他，並給他一年的假期以便專心從事研究工作。

威爾史特勞斯從來沒有想到過他會成名，所以他頗為感嘆地說：「這一切都來的太遲了！」。在 1856 年的夏天，他被升為柏林工科學院的數學教授，同年的秋天兼任柏林大學的副教授，同時被選入柏林學士院 (the Berlin Academy)。由於成功所帶來的興奮以及連續地工作過度，使得他神經衰弱，所以在 1859 年夏天不得不休息療養，直到秋天才回去授課，但是這時的健康已大不如前了，時常為頭暈所苦，因此他常坐著講課，而讓一位學生在黑板寫下他講的式子，以致有時會發生有趣的爭執，那就是偶而學生會擅自修改式子，不過威爾史特勞斯總有他的一套使得學生乖乖就範。

如同他的聲名日漸遠播一樣，他的學生也從四面八方而來。在貝爾 (E. T. Bell) 所著的數學家 (Men of Mathematics) 裏曾提到一個故事正足於證明這件事實：

1873年，瑞典數學家米塔哥一列弗勒 (Gösta Mittag-Leffler) 從斯德哥爾摩抵達巴黎想要加入由法國數學家厄米特 (Charles Hermite) 所領導的分析團體，但是厄米特對他講：「先生，你的抉擇錯誤了！你應該去柏林跟隨威爾史特勞斯，因為他才是分析方面的泰斗。」於是米塔哥一列弗勒聽從了他的勸告到

72 數學傳播〔資料類〕

柏林列入威氏門下。

威爾史特勞斯從 1864 年到他去世時（1897年）都待在柏林，在這段期間無論是從數學上或者是從他個人的觀點來看，都是令人愉快而且滿載碩果的。在與人相處上，他一點也沒有“大人物”的姿態，他快樂地和學生們一塊兒喝啤酒就好像是和克隆耐克（Leopold Kronecker）這樣地大人物一起散步回家一樣。

威爾史特勞斯一生都沒結婚，而且個性上對女人有點害羞，不過儘管如此，卻有一位非常聰明迷人的女人深深地打動他，使得他收她為學生，那就是有名的女數學家卡娃列夫斯基（Sonja Kowalewski）。威爾史特勞斯在她去世六年後，於 1897 年的 2 月 19 日安祥地撒手人寰，享年 82 歲！他的最後一個希望是“請神父不必在我的葬禮上說讚美的話，只要像平常的禱告就好了！”所以他的死去就如同他活著時那樣地樸實！