

數學教育的紅燈

(原名：高中數學教育的前路亮起了紅燈)

鄭 本

對於這次聯招的數學試題，一般輿論大體是毀多於譽。

學生走出考場時，親歷的感言是：

「題目很多都沒看過，不會做。」

「題目太長，沒讀懂意思。」

「花那麼多的工夫準備，真是白費力氣！」

教師們擔心：「學生考不好，只有打擊學生信心，以後數學更不好教了。」

學校的行政主管則以一副無奈的神情說：「聯考領導教學，這是不能否認的事，聯考向東，我們難道能向西嗎？」

而報紙總結各方反應，也抨擊數學題目太難，考不出學生程度。

這些批評，句句都有它們的道理。但值得注意的是，它們所透露的，不僅僅止於聯考試題的好壞；在它們背後更高高亮起一盞紅燈。這盞明晃晃的紅燈，照射在我們的眼睛，警告着我們：整個高中數學教育已走岔了方向。

指說這次聯考數學一科，學生會考不好是對的，預言這樣一來，會打擊學生信心，相信也將是事實。命題單位沒有正確估計學生作答的成績，無疑是此次命題最大的差處。

屈於當前的現實，命題畢竟是少數人桌上研究的課題。一位好的教師，一位認真辦教育的人，除開對檢討命題的興趣之外，不會放過任何一個機會去了解他自己的學生如何在學習。他經常敏感於接受各種信號。

而這次聯考正好透露了一個迄今少人注意的信號：學生的學習與效果是事倍功半；以他們在數學一科所花的心力，得到的學習效果太過低微。

這次試題，題目果真太難？在考後幾天，我問過很多考生，他們自己都不承認卷上真有什麼難題。至少比起他們在學校在市面所學過背過的題目，確實比較簡單。事實上，他們在考後也發覺，八成的題目所要用到的數學知識都非常淺近。以甲丙組為例，最後一個題組含有六個小題，所需不過是個國中早已熟知的商高定理（即畢氏定理）及一些特定的數學語言。

那麼，為什麼一般學生答不好卷子？

當然，時間太短（或說題目太多）是一個因素。可是以學生在學校各種考試做題的正常速度，估計應該可以做完六成，甚至七成。可是一般都做不到三、四成。問題到底出在哪裏？

學生走出考場時所說的那幾句話，才是真實的反映。怪來怪去，怪在「這種題目沒看過」，怪在「題意讀不懂」。換句話說，癥結在於：學生怎樣期待一個考試，平日他們怎樣在讀書。

在今天過份競爭的制度裏，學生為準備考試而讀書，是個無奈但不能太加苛責的事實，正由於這樣，

他們對於考試所預期的，便成為他們讀書態度的寫照。在考場上，做題目游移不定，不能潛下心來思考一個問題，是緣於長期的讀書習慣，不是「怯場」一個理由，便能一手掩飾的。

二、

一連兩年沒參加監考。今年因五月以來，個人健康有了起色，便又不甘寂寞，欣然應命，領帖去分享考場盛會的一點人氣。同所有關心高中數學教育的人一樣（當然命題人除外），我也耐不住好奇，急於想知道今年出的是什麼題目。當考卷發過，為求確實體會，我便偷空動筆，一題題做。時間一分一秒地過去，全場漸次感染一種焦躁無助的情緒。學生不能靜下心思考是共通的毛病。解題目所需的方法，若不是一些定型的解法，他便束手無措。姑不論做題的方法，就是題目的敘述方式，若沒事先看過，也會使他裹足不前。（舉個例子，如果計算細胞機能故障率的題目改成計算房屋失火率，因為教科書上有過失火率的例子，說不定有些考生就肯去接近而做對答案。）我實在很想提醒他們，幫他們解除這種障礙。但我能說的，頂多只這麼淡淡的一句話：「不要慌，做一題算一題，題目沒人做得完的。」

事實上，我們的學生不了解做一題算一題的涵義，不明白穩紮穩打其實是長年累積的功夫。經過多年升學爐火的精心薰陶，他太相信考試靠抓題，升學碰運氣的論調。他很難明白孫悟空七十二變，變變逃不出如來佛掌的道理，他不肯從基礎方法着手，逐步開發自己獨立思考的能力，來應付各種變局。他花錢費神去蒐集成堆的講義，搜羅成千的題目，只求一個安心。他身無一法，卻目眩於層出不窮的精彩解題，誤以為在數學考試中，也是多背一題就增加答對一題的機會。他捨本逐末，輕信賣題目的郎中，讀書只講求抓題猜題，只記誦條文公式。他走進考場，像走進「分秒世界」的電視節目一樣，期待在試卷上出現的恰好是他記憶內的雜碎。一個他滿頭大汗，一個她蹙眉支頤，春天一樣的年紀，端坐在那裏，苦苦在追憶，一旦，挖空心思，確知題目不曾碰巧看過，便空有一大袋錦囊，計無所施。

三、

學生不會沉穩下來思想，當然不是天生如此。他們是在今日社會與教育的環境，受到污染。平日在學校若得不到思考訓練，考場上自然談不上思考。

固然現時各中學教學十分認真，只可惜繁多的考試，提供的盡是反應的訓練、記憶的訓練。在學習階段，考試的目的旨在督促學生學習，但小考、週考、月考、期考、抽考、模擬考，一連串煩瑣的考試，不只逼不出來學生練習思考，相反的，這般將學生的時間，撕成碎段，只有置學生於被動，逼學生記些片斷零碎的知識。思考訓練是主動的，是長期的，是漸進的。有些時候，甚至是迂迴轉進的。我們聽到太多啟發性的教育理論，卻見它始終停留於空談。

要訓練學生能在考場思考，就要減少現行考試次數，留給學生一點時間，留給學生一些作業。這些都不是什麼新奇的主意，這些只不過是舊式的古老的教育方式。我們須回復十年前廿年前的訓練，再次嚴格要求學生一個式子接一個式子整齊的演算，另一方面則給學生幾個申論的題目，指示學生自己去索求各段知識與方法間的關聯，刺激學生去探尋數學內涵的興趣。這樣看似迂迴的訓練，比起今天在學校為應付聯考而模倣聯考的督促方式，更容易讓學生考好聯考。

近十年來，我們的教育為求「公平」求「方便」，而犧牲了太多教育的原意。今天，在中學，很少看到數學教師在批改作業。學生的成績悉由各種名目的考試分數來決定。而所有考試，為要貫徹「聯考望東，我們也朝東」，為要求得評分統一，貪圖批改方便，千篇一律盡出些選擇與填充。學生學到的，只是一些散亂的點，對於題目記憶特鮮，對於答案也頗為敏感，但對於題目與答案之間的線路，則模糊不清，更遑論能有全面性的了解。這樣的訓練，自然要事倍功半。教學兩方投入的心力再大，學生也學不到獨立思考。而在今年這樣側重思考的聯考中，是註定要遭到失敗的。

四、

尤其是這次聯考數學試題，有一個特色：命題單位毅然採用的一些題組測驗，對於擅長思考的學生有利。

所謂「題組」，是將一些相關的題目穿成一組，由淺至深，請學生作答，計分有些採連坐，有些不連坐，依題組整合的程度而定。

有些測驗專家，批評題組測驗會使一個題組所佔分數太重，有失題目相互獨立及內容均勻分佈的原則。事實上數學的知識與方法，各章各節，關連甚深，而且相互觸類旁通。民國以來北大、清華、南開、西南聯大，以迄早些年的臺大師大，由於沒有電腦閱卷的限制，從來題目都不過五題八題，自然每一題所佔分數的比重也就相當於一個題組，卻沒有聽說當時的選才，較之今天廿多個獨立题目的測驗方式，就有偏頗？一葉知秋，數學考試的题目雖然不能完全忠實地反映出學生的學習程度，但至少用心設計過的題組，一組可以比獨立的三個四個題目，更能看出學生的讀書態度，測出學生的思考習慣，則是無庸置疑的。（這次考試，沒有向量解析幾何的题目，忽視學生整整一年的知識性成就，顯然是命題單位的疏忽與其成員的個人偏好，不是因為採用題組的關係。）

在電腦閱卷繼續存在的一天，部份採用題組測驗，不失為權宜之策。有一年在附中一個教材檢討會上，曾聽到一位老師提起一句話，頗發人深省。他指出：「英文科有閱讀測驗，考學生的閱讀能力，數學科為什麼不能也考閱讀測驗，來檢估學生的讀書習慣？」

現今中學有一個怪現象是學生多不看教科書，數學一科讀過教材的，保守估計，不超過三成。好點的學生還聽聽教師的課文解說。偶而參看一下教科書上的幾行式子，至於下焉者，則滿腦袋所裝的數學，不過是一大堆題目集錦。

聯考數學科，考閱讀測驗，多少有糾正讀書態度的功用。事實上，這次考試的最後一個題組，就相當於一個閱讀測驗。學生在考場不懂題意，正好顯示平常不看書，得不到分數，理所當然。

平常既沒有看書的習慣，在考場又沉不下心來思考，加上一意求快不知驗算，對於做過的題目沒有把握，心中已有牽掛，面對待做的題目，題文一長更無心細讀，方寸既亂，便索性放棄。

另一個因素是中文的語言問題，這次題文是有咬嘴的地方，而學生中文閱讀的經驗，一般也真是少得可憐。

五、

（容我這外行人也來談幾句有關國文科的外行話。）

國文作文「一本書的啓示」題目非常活潑，可惜近半學生辨不清題意：錯把「一本書的啓示」當作「書的啓示」來大作文，泛論書本的功用。就是看對題意者，所舉的書本也盡離不開幾本學校所指定的讀物，看遍全場，只兩人舉「西潮」與「三國演義」兩書稍較特出，算得上是課外書籍。我們的學生只顧功課，在中學不讀雜書，一入大學突然開放，社團、功課、交友、讀雜書，樣樣須花時間，偶一分配不當，思想易流於膚泛。

從前人讀經書，後來八股廢了，不讀經書，改讀雜書。今天經書不讀，雜書也不讀，讀的只是那標準教材所選的幾課標準文章。唯因聯考國文一科尚保有作文，學校才留有作文訓練。但純靠學校的作文訓練，只能改些語法與錯字，造就不出學生掌握文字語言的能力，更培養不出有批評性的見解。

在考場，我逐一注意學生的作文，四十九名考生之中竟有六人都用上「知識爆炸」的四個字，多數的文章言語實在無味，好像他們的腦子就只有那幾個定型的意念，那幾個定型的語句。

每天背着書包上學，既少生活體驗，又不多讀雜書，學生何來思想？果真是有，不過是一堆無名涕

淚，不然就是腳不着地的空思夢想。不多讀書，腦中沒有用字的泉源，語言對他，宛如木石。

一代代，我們掌握中文的能力在急速減退。這一代已經遠不及上一代，下一代又不及於這一代，爲了延伸「聯考領導教學」的政策，多數中學不鼓勵學生讀雜書，連帶也不鼓勵學生借書，一棟棟堂皇富麗的圖書館蓋了起來。可是原有豐富的圖書喬遷誌喜的日子，便是它們被打入冷宮的開始。

留一點時間給學生，學生才能建立獨立思考的習慣。近年來就是寒暑假，也要上輔導課。服侍太過週到的孩子無法獨立生活，照顧太多的學生也無法獨立思考。我有個不太成熟的想法，寒暑假要上輔導課，不如指定在家作業。國文指定讀完二十本雜書，從章回演義、詩詞雜劇、到現行暢銷書，再加上一本古典著作如離騷淺釋、或莊子淺說。英文指定讀畢三五本階梯小說，數學則指定作一篇文章。

數學當然也可以要求作文，國文作文要訓練一般思想及本國語言能力，數學作文則要啓發學生融會數學的方法內涵，助其熟習數學特有的語言，要求學生將自己學來的數學知識，設法重加組織，以自己的語言表達出來。借這番功夫，促使學生自己去挖掘問題，自己去找例子，化被動爲主動，對於思考習慣的建立，有決定性的起步作用。

學數學原本是爲培養「操作」(manipulation)「分析」(ability of analysis)及「組織」(organization)的三樣能力。對於工科商科的學生，宜重其「操作」能力。若理科農科或經濟系者，需「操作」與「分析」兼顧。至於文史的學生，則應以「組織」爲主，「分析」爲次，來教他數學。

正因爲這樣，數學教育才列爲養成教育的一支。可是時下，一般數學的上課考試都太側重「操作」一項。對於「分析」較少重視，至少不予明提。至若「組織」，更經常被棄置不顧，無怪一般人，口中雖說不上來，但心裏總覺數學教育可有可無。

數學教學倡導作文，倡導閱讀測驗，對於正確認識與體現數學教育的功用，實有深遠雋永的意義。

六、

這次聯考數學試題，雖有它種種技術上的差失。但它畢竟提出了一個嘗試。作爲一個轉捩點，它提供了一個較注重思考習慣與讀書態度的一次測驗。

至於命題單位本身的好評壞評，不久事過境遷，誰也不再去費心。我們該關心的還是這樣的一次測驗已在整個高中數學教育的前路，亮起了紅燈；是不是我們還繼續無視於這盞紅燈的存在？

這盞紅燈高高掛在我們的路口，照射在我們的眼睛，執意在告訴我們：我們的學生這一刻正在遭受被污染。他們一個個走上「分秒世界」的電視節目，他們的思考訓練一再被漠視，他們患得患失，他們不知道一滴血汗一粒米這個平凡而古老的真理。在整個數學教育中，除了簡單的加減操作外，他們只學到背誦與投機。

教育，是要傳遞人類千萬年累積下來的知識，代復一代，祈它香火不斷。而我們的學生，每天背着書包，朝出晚歸，學的並不是點香的火，他們只在收集香上掉下來的灰。他們透支心力，費盡心血，用春一般的年華換取得來的，只是這麼一堆灰燼。

代復一代，祈它香火不斷。我們侈言教育，奢談百年大計，午夜案牘，疾書長論，卻不禁瑟縮自問：我們到底在做些什麼？

(本文原載八月一日「中央日報」副刊)