八十三年度大學暨獨立學院入學考試

數學試題

(社會組)

*本學科共分爲兩部分。第一部分爲**單一選擇題**, 請將答案劃記在「**答案卡**」上。第二部分爲非選擇題, 請將答案寫在「**非選擇題試卷**」上。

第一部分: 單一選擇題 (共20分)

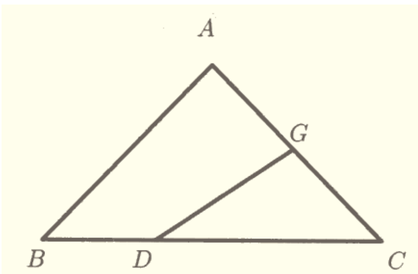
說明: 下列第1題至第4題, 每題5分, 每題各有5個備選答案, 請選出一個正確答案劃記在「**答案卡**」上。答錯了倒扣題分之1/4; 整題完全不作答者, 視同放棄, 不給分亦不扣分。

1. 若 $\sin\theta$ 爲 $4x^2+4x-3=0$ 之一根, 則 $\cos 2\theta$ 之值爲

   (A) 1　(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(D) $\frac{1}{2}$　(E) 0

2. 如下圖所示, D在$\triangle ABC$ 之BC邊上, 且$\overline{CD}=2\overline{BD}$, G 爲AC之中點。若將$\overrightarrow{GD}$ 向量寫爲 $\overrightarrow{GD}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$, 其中 r 及 s 爲實數, 則 $r+s$ 之值等於

(A) $\frac{1}{2}$　(B) $\frac{2}{3}$　(C) $\frac{1}{3}$　(D) $-\frac{1}{3}$　(E) $-\frac{4}{3}$



3. $\dfrac{1+i\tan\frac{\pi}{8}}{1-i\tan\frac{\pi}{8}}$ 之值等於

   (A) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$　(B) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$　(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}i$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$

4. 設k爲一實數, 若方程式 $y^2-2ky-kx^2-4x+6=0$ 之圖形爲貫軸與 x 軸平行之雙曲線, 則 k 之範圍爲

   (A) $k>1+\sqrt{3}$ (B) $0<k<1+\sqrt{3}$ (C) $1-\sqrt{3}<k<1+\sqrt{3}$ (但 $k\neq 0$)

   (D) $1-\sqrt{3}<k<1+\sqrt{3}$ (但 $k\neq 0$) 或 $k<-2$ (E) $k>1+\sqrt{3}$ 或 $-2<k<1-\sqrt{3}$

第二部分: 非選擇題 (共80分)

說明: 在本部分中, 第一題爲填充題(共60分), 第二及第三題爲計算題 (每題10分)。請都在「**非選擇題試卷**」上作答。注意: 請勿將無理數或無限小數寫成有限小數, 否則不予計分。例如, 不要把 $\sqrt{2}$寫成 1.414, 也不要把$\frac{1}{3}$ 寫成 0.333。

一、填充題: 本題共有十個空格, 每個空格 6 分, 請答在「非選擇題試卷」上的**第一欄**, 務必寫上格號 (A, B, $\cdots$, J) 後, 再寫答案。(爲節省空間, 本題作答請不要寫出演算過程。)

1. 有一軍團, 人數在三千與四千之間。今將此軍團排成若干個同樣的方陣, 發現以8×8方陣排之, 或以12×12 方陣排之, 都恰好排盡, 則此軍團人數爲__(A)__。

2. 設C_1 爲單位圓, T_1 爲C_1 之內接正三角形, C_2 爲T_1之內切圓, T_2 爲C_2 之內接正三角形, 依此類推。令a_i表T_i之面積, 則$\sum\limits_{i=1}^{5} a_i=$__(B)__。(請化至最簡)

3. 某拳擊比賽, 規定每位選手必須和所有其他選手各比賽一場, 賽程總計爲78場, 則選手人數爲__(C)__人。

4. 甲、乙、丙三袋中, 甲袋有2黑球3白球, 乙袋有2黑球2白球, 丙袋有1黑球2白球。今自甲乙丙三袋中各任取一球, 則至少取出2黑球之機率爲__(D)__。

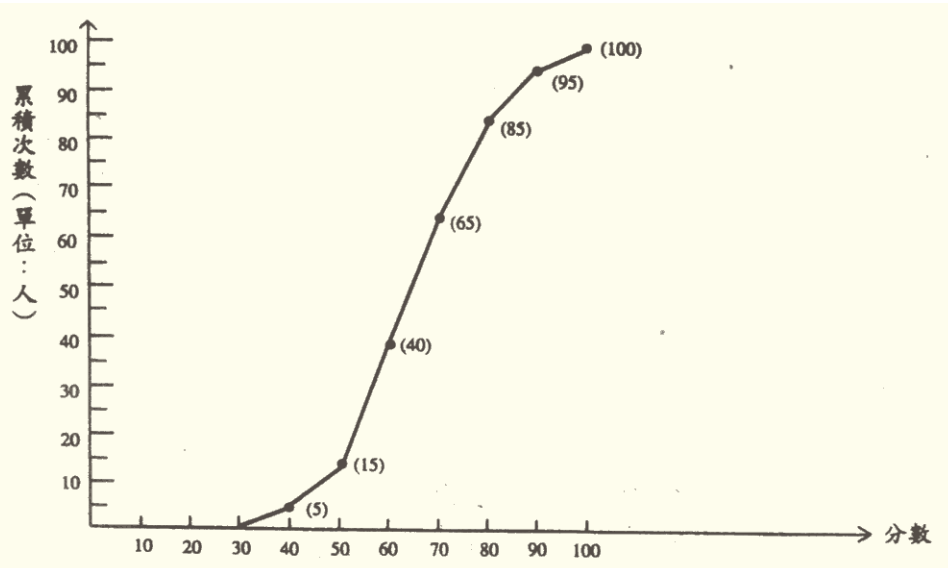
5. 設球面S之方程式爲 $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4$; T 爲 S 上點 $(1,\sqrt{3},0)$ 之切平面, 則點 (5,1,1) 與平面 T 之距離爲__(E)__。

6. 若$\log_a x=\log_b y=-\frac{1}{2}\log_c 2$, 式中$a,b,c$均爲不等於1 的正數, 且$x>0$, $y>0$, $c=\sqrt{ab}$, 則$xy=$__(F)__。

7. 若P爲單位圓 $x^2+y^2=1$ 上的任一點, 令 O 爲原點 $(0,0)$, Q爲點$(3,-2)$, 則 $\triangle POQ$ 面積的最大值爲__(G)__。

8. 在 $3|x|+2|y|\leq 6$的條件下, $2x-3y$ 的最大值爲 ___(H)___。

9. 中山國小六年級學生100人, 某次數學考試成績之累積次數分配表曲線圖如下: (括孤內數字表示累積次數)。假設各組內之次數都平均分佈在組距內, 則算術平均數 $=$ ___(I)___, 中位數= ___(J)___。(答案 (J) 要四捨五入成整數)



計算題

說明: 以下第二、三兩題(各10分) 爲計算題。請將演算過程寫在「**非選擇題試卷**」上, 先標明題號(**二或三**) 再作答。

二、已知多項式$f(x)=x^4-5x^3+3x^2+19x-30$ 有一複根 $2+i$, 若實數 a 滿足$f(a)<0$, 試求 a 的範圍。

三、如下圖, 圓C通過不同的三點$P(k,0)$, $Q(2,0)$及$R(0,1)$。已知圓C 在點P的切線斜率爲1 , 試求k 之值及圓心坐標。