

從歷史學家的觀點看數學： MHE \neq EHM!

蘇意雯摘述

數學史家 Ivor Grattan-Guinness 說的好，數學史這門學問，對歷史學家而言，太過數學化，但對數學家又太過於歷史化。自從有人著手寫數學史以來，有關數學史的地位便眾說紛紜，該由誰來撰述數學史這個問題也莫衷一是。似乎數學史總像個燙手山芋一般在夾縫中掙扎。最近這幾十年，總算開始有學者們注意到數學史教學的重要，也開始真正有人關心數學史的進展。本文所摘要的這篇論文—“Mathematics: An Historian’s Perspective”（從歷史學家的觀點看數學），便是由道本周 (Joseph W. Dauben) 教授於 1990 年 8 月 31 日 ~ 9 月 1 日的東京數學史討論會上所宣讀，文中除了對大數學家 André Weil 之“History of Mathematics: Why and How”一文提出不同的觀點外，對數學史的需要，該由誰來撰寫數學史等等問題也都有精闢和獨到的見解，值得我們引介。在進入正文之前，讓我們先簡單地介紹 André Weil 的一些看法。

一．數學家的觀點

在 André Weil 的論點中，他認為數學史偶爾能夠為歷史學家提供一種“用來調查不同文化交流”的搜尋工具。但對於數學家而言，藉由數學史則可使他們更易於了解其所感興趣的問題。在這一方面，數學家的處理態度迥異於專業的歷史學家。因為對於後者，一枚在印度發現的羅馬硬幣必定具有某種意義，但一個數學定理則不然。事實上，即使是在相當不同的文化環境裡，一個定理也可能重複的被發現。而數學家就算在沒有任何確切的歷史證據下，仍可以推測兩者必有某種關連。再從本質上來探討，數學史的功用在於它能把一流數學作品的著名例證展現在我們眼前，也可使後繼者有一個前瞻的對象和引導，它甚且可讓我們更加了解過去偉大數學家的思路歷程。但這件工作對歷史學家來說並不是一件易事。

其次，讓數學家感興趣的，是介紹一種概念如何發生、以及前人用何種方法清楚地表達自己的思想，而歷史學家所關注的卻不是此二者的關連，而在於探討它們對於後繼的發展有無影響。由數學家撰史的好處是，數學家們能夠了解：前人原始的想法和為了使同

儕或讓自己滿意所呈現的推論過程，這兩者並不全然一致，同時，也較能體會創造之艱辛及所受環境之限制（例如無理數之於希臘人），而容忍一些冗長沉悶或曖昧之說明。

總括來說，歷史學家和數學家對於研究往昔的作品抱持著不同的態度。前者比較關注遙遠的過去和文化的多樣性；但對於這樣的研究，數學家充其量只能從中得到美感的滿足和以想像領略發現的喜悅。而數學家讀史料時，經常懷有預定的目標，或者至少希望能找到一些有用的聯想。但若因為數學家的研究大部份是想由原作獲得某些刺激，就斷言數學家比歷史學家功利是不公平的。畢竟，不管如何，最重要工作是妥善處理過去，現在，甚或未來（如果能夠）的數學理念。

以上是有關 André Weil 論文的片段介紹，下面藉由道本周教授的文章，我們可以更清楚知道 André Weil 的看法，也能明白對於“數學史”學科，二位學者不同之意見。

二．數學史家的觀點

針對“數學史這個科目，應施以如何的訓練，以及由誰來負責？”這個問題，在數學家和數學史家之間常有爭論。雖然傑出的數學家 André Weil 在 1978 年的國際數學家會議中提出他的看法，認為只有像他那樣的數學家才有資格寫數學史；因為越是優秀的數學家，越能寫出好的歷史。可是道本周教授卻另有不同的觀點。他以為雖然早在希臘時期，Eudemos 便寫了第一本數學史，可是真正施以專門的訓練卻肇基於 19 世紀。時至今日，儘管人們對數學史的興趣略有增加，但也

總是侷限於一小部份的專家。誠如數學史家 Judith Grabiner 所說的：“現有的數學史家太少了，因為數學史家這條路是艱辛的：他不但需要歷史家的訓練，也必須明瞭相當多的數學知識。科學史本身就是一科相當年輕而且規模很小的學門，而數學史家的人數，由於智識型態的要求，就益發稀少了。可是對這類人才的需求正殷……”這真是一針見血，也道出了數學家與數學史家之區別。由於專業化的訓練，數學家們會用特殊的眼光看待歷史問題。因為他們立足於現代，會把重心放在導至現在數學成果的往昔數學上。因此由數學家寫出來的數學史會比較機械化，比較專注於幾篇特別的論文內容。作者也舉了牛頓和萊布尼茲為誰先發現微積分的爭論為例子；在當時，雖然兩派數學家們各擁其主，互相攻訐，但似乎並沒有數學家對這個辯論作公正的判斷，甚或寫出客觀的歷史。這是緣於當數學家回溯歷史時，經常會有優先性的考量以至有失公允，而往往對這些情況的歷史興趣，也通常會被“誰先發現？”這個問題所取代。

另外，無可避免的，數學家們會對自己所擅長的數學領域之歷史較感興趣。而且數學家用的是數學的眼光而非由歷史著眼，因此由數學家撰寫的數學史將是充斥著歷史例證的數學 (Mathematics with historical examples: MHE)，而不是數學思想發展的歷史 (Examples of the history of mathematics: EHM)。顯然地，此二者並不相等。數學史並不是偉大數學想法的總匯，而是其發展的軌跡。數學家往往迷惑於數學史的定位，如果說數學史就是包含了在這主題上

的“偉大理念”，那麼我們就必須在“究竟是什麼構成一個數學理念？”上取得共識。在這一點上，Weil採用了數學上的“鼻子理論”，意即：“數學家可能無法明確定義數學理念是什麼，但只要一有蛛絲馬跡，他馬上就能察覺出來。”並舉例只在 Cantor 定義了等勢集以及證明了有關它們的一些定理後，人們才體會出“無限”含有數學理念的味道。這就排除了希臘人或中世紀哲學家視無限為數學之一部份的可能，甚或在 1880 年之前，任何人的努力。道本周教授認為，不可只因為無限的概念一直等到 Georg Cantor 才建立其數學上的嚴密性，就斷言早期的無限量不被視為一個嚴肅的課題。無限小的概念直到 20 世紀才成為數學可接受的一部份是一回事，但若說一個概念必須等到建立嚴密的確定性後才能成為數學史的一部份，那就大錯特錯了！

對於“究竟是誰創造‘歷史’？”數學史上常有“輝格式 (WHIGGISH)”的觀點。道本周教授也做了說明，他認為：歷史並不只是對成功感興趣。但有些數學家會犯這樣的錯誤，他們以今觀古，用現代的標準去衡量過去的事物，這樣當然不免有所偏失。大部份的數學家對“證明定理”的興趣遠大於數學的歷史。即使對數學史有興趣，也常覺得沒有時間去從事這項工作。而對於那些能找到時間的數學家，歷史和軼事有時並沒有太大的差別。就如同 Ivor Grattan-Guinness 所說的：數學家通常視歷史為“自我之捷徑”的一項記錄。意即，數學家眼中的歷史只是說明特殊的現代理論如何高聳於舊學說之上，而不是給舊學說一個合理的定位。換句話說，他們

把“我們如何到達這裡？”和“在古代發生了什麼？”兩個問題混淆了。另外，數學家們撰史也易於傾向自己所專擅的領域。

接下來道本周教授談到撰述數學史的問題：數學的創造力是上帝所給予少數人的天賦，但並不是每個人都需要成為 Weil 或是 Fields Medal 的得主才能了解和珍視數學。那是另一種不同的能力——全然偏重在數學的創造上，所以，會特別地重視新的技巧、理論和證明。可是 Weil 卻認為一個人除非動手去做，否則不能了解數學，也對那些不及他優秀的數學家去從事撰述數學史的工作，抱持著懷疑的態度。《Historia Mathematica》學報的創辦人 Ken May 曾說過這麼一段話：“我相信歷史可以、也應該對社會有用，無論是科學史家、決策者、學生和數學使用者、受教育的一般人、尤其是對歷史素材倚賴甚深的消費者（也是創造者）——數學家，更是幫助甚大。……數學史似乎已經到達了成為一研究學門的初步階段，但後繼的飛躍則有賴歷史學家和數學家的通力合作。”我們必須再次強調，數學並不是一座儲存正確定理或理論的房子，而歷史學家的工作也不僅僅是從中挑出偉大的例子，然後告訴人們它們是怎麼被辦到的，同時，卻把錯誤的、失敗的試驗和結論束之高閣。

最後，在〈從歷史學家的觀點看數學〉一文的結論中，我們可以很清楚的看見道本周教授的主張，和他誠摯的呼籲：如同上面所提及的，數學並不只是“數學”——它不僅是一座擺放正確結果的倉庫。從理智上考量，數學就如同解決謎題一般，與實驗科學共同分擔

某些事物。當數學家真正做數學時，他必須考慮不同的假設、可能性、找出什麼有作用，何者沒有，並且有時還要藉著與其他數學家的交流，改進自己的結論。簡單地說，實際“做數學”比書上的數學更麻煩，也更具挑戰性。一代科學史家 George Sarton 曾說“數學史實為文明史之核心。”可是若只讓數學家以“獨鍾於過去有用的發現或方法”這種心態去撰史，上述的說法當永遠無法成立。另一方面，若數學史自限為僅止於數學家的興趣，那麼數學史也將同蒙其害。

Sarton 在1936年出版的《數學史的研究 (The Study of the History of Mathematics)》中曾談及：科學史是一個神祕的歷史，而數學史則是神祕中之神祕。因為通常大部份的學者都多少知曉科學史，但是卻僅有少數的數學家、科學家甚至科學史專家熟悉數學史。為了改變這種情況，我們應該支持而不是限制數學史的發展。所以，“鼓勵任何有理想，有興趣的人研讀、教授和撰寫數學史”正是當務之急。

三. 後記

George Sarton 曾在《數學史的研究》中提到：

數學史家的主要任務，同時又是他最鍾愛的特權，就是詮釋數學的人文成份，顯示數學的偉大、優美和尊嚴，

描述歷代的人如何以不斷的努力和積累的才華去建立這座令我們自豪的壯麗紀念碑，也使我们每個人對著它嘆為奇觀，感到謙遜而謝天。學習數學史倒不一定產生更出色的數學家，但它產生更溫雅的數學家。學習數學史能豐富他們的思想，撫慰他們的心靈，並且培植他們的高雅品質。

可是“撰述數學史”並不是一份簡單的工作，就誠如數學史家 Morris Kline 在“Carl B. Boyer—In Memoriam”中所說的，數學史家工作之難，就宛如被要求去攀爬一座陡峭崎嶇的山嶺，而且非登頂不可。比較起來，追求新成果的數學家就自在多了，因為他們能夠任意選擇自己的道路，悠哉游哉地漫步小丘。運氣好的踏上山頭，還可以從那個優勢的所在將風景轉告我們。換句話說，創造新結果的人可以選擇自己的目標，而數學史家的目標卻是別人設定的。Morris Kline 也一再強調“數學是文化的產物，數學史家如果打算說明何以每個文化有其雅好的主題與方法論，這些數學史家就應‘活’進每個文化裡。”其艱辛由此可見。很幸運的，目前臺灣和大陸也有一些學者正為研究數學史而努力，這份工作如果能有更多的人投入，相信不久的將來，我們必可更清楚地掌握數學知識的豐富面貌。

參考資料

1. Dauben, Joseph W. “Mathematics: a Historian’s Perspective,” in *Philosophy and the History of Science: A Taiwanese Journal* Vol.2 (1993), No. 1, pp.1-21。

2. Weil, André “History of Mathematics: Why and How”, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Helsinki, 1978.
3. Kline, Morris (懷念卡爾·波伊爾), 收入洪

萬生《從李約瑟出發》, 九章出版社, 1985。

4. 蕭文強“數學史和數學教育: 個人的經驗和看法,”《數學傳播》, 第十六卷第三期 (1992), 23-29。

—本文作者就讀於臺灣師大數學研究所—