從「聯考試題」談「數學教育」

羅添壽

有檢討, 才有革新, 才會進步, 爲使大家對聯考試題有進一步的了解與溝通之機會, 「數播」每年必開闢「聯考專欄」談談聯考試題命題之得失, 使其盡善盡美, 進而促進數學教育之正常化, 實乃科學教育之大幸。

今年聯考試題由於命題教授, 精心設計用心良若, 故不論自然組社會組其命題皆非常靈活, 且難易適中, 故必能測出學生們眞正的程度, 相信今後同學們必更重視數學的學習。

今筆者將自然組與社會組試題命題, 提出下列值得探討的問題:

(A) 自然組方面

1. 理科數學今年分數比例提高, 杜絕乙丁組之跨組夢

數册	一	二	三	四	理科 (上)	理科 (下)	統合
分數	5分	20分	20分	15分	20分	10分	10分

今年理科數學共考 30 分且命題合理學生得分容易, 靠基礎數學提高分數很難, 希望以後命題繼續注意理科分數之比例, 如此可防止學生有投機的心態, 同時能提高學生微積分之程度一舉兩得。

(註) 第一册僅佔 5 分, 希望以後命題教授能注重其比例。

2. 塡充題第 (1) 題有補充之學校佔計算上之便宜。

〈題目〉: 設 L 爲通過橢圓 $\Gamma_1: \frac{(x-1)^2}{3}+\frac{(y-2)^2}{4}=\frac{1}{4}$ 與橢圓 $\Gamma_2: 4x^2+3y^2-18y+25=0$ 兩交點的直線, 則直線 L 的方程式爲 ______, 橢圓 Γ_2 中心點到直線 L 的距離爲 ______。

解)

(1) $\Gamma_1: \frac{(x-1)^2}{3}+\frac{(y-2)^2}{4}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow 4x^2-8x+4+3y^2-12y+12=3$ (i)

又 $\Gamma_2: 4x^2+3y^2-18y+25=0 (ii)$

由錐線系知, 過交點之直線根軸爲 $(i)-(ii)$ 得 $L: 4x-3y+6=0$

(註) 若不用此觀念, 則必先求交點坐標, 浪費不必要的時間。

(2) $d(0,L)=\frac{|0-9+6|}{5}=\frac{3}{5}$, (0 爲 Γ_2 之中心點)

3. 計算題三, 題意不清, 造成學生解題上之困擾。

〈題目〉 拋物線 $\Gamma: y=p(x)$ 的對稱軸平行 y 軸, 且 Γ 與 x 軸交於點 (2,0) 並在 $x=1$ 時與函數 $y=x^4+1$ 的圖形相切, 試求 $p(x)$。

(註) (i) 課本對兩函數圖形相切並沒有定義。

(ii) 試題該改爲兩圖形在 $x=1$ 時有公切線較妥當。

(B) 社會組方面

1. 有特殊解法之試題該注意其命題方式, 以免失去評量之價值。

〈題目1〉選擇題第(2) 小題 $2x+2\log_{10}(2+10^{-x})-\log_{10}(\frac{1}{4}+10^x+20^{2x})=$

(A) 2×10^x (B) $x\log_{10}\frac{1}{4}$ (C) 1 (D) $2\log_{10}2$ (E) $2x+10^{2x}$

〈特解〉因爲爲選擇題故令 $x=0$ 代入

所求式 $=0+2\log_{10}3-\log_{10}(\frac{1}{4}+2)=\log_{10}\dfrac{9}{\frac{9}{4}}=\log_{10}4=2\log 2$

又將 $x=0$ 代入選擇題一一檢查得 (D) 爲所求

〈題目2〉(填充題第(3) 題)

若 a 與 $a+2$ 爲異號的兩實數, 且均爲方程式 $x^2+|x|+3k=0$ 的解, 則 $k=$ ______。

〈特解〉因爲 $a\cdot(a+2)<0$ 所以 $-2<a<0$

故取中間值 $a=-1=x$ 代入即得 $1+1+3k=0$

所以 $k=-\dfrac{2}{3}$ 爲所求

2. 自然組剛考完之題型不宜立即在社會組出現, 有失公平性。

〈題目〉計算題 〈三〉

設 L 爲通過拋物線 $\Gamma_1: 2y-3x^2+12x-14=0$ 與拋物線 $\Gamma_2: y+x^2-2x-1=0$ 之兩交點的直線。求 Γ_1 的焦點 F 至 L 之距離。

(註) 此題與自然組填充題第(1) 題命題型式完全相同且用錐線系求直線(根軸) 較快。

解)

(1) $\Gamma_1: 2y=3x^2-12x+14 \quad (i)$

$\Gamma_2: y=-x^2+2x+1$ 所以 $3y=-3x^2+6x+3 \quad (ii)$

由錐線系知 $(i)+(ii)$ 得 $5y=-6x+17 \Rightarrow L: 6x+5y-17=0$ 爲過兩交點的直線。

(2) 因爲 $\Gamma_1: (x-2)^2=\frac{2}{3}(y-1)$ 所以 頂點 (2.1) 又 $4c=\frac{2}{3}$ 所以 $c=\frac{1}{6}$

所以 焦點 $F(2,1+\frac{1}{6})=F(2,\frac{7}{6})$

所以$d(F,L)=\dfrac{|6\times 2+5\times\frac{7}{6}-17|}{\sqrt{36+25}}=\dfrac{5\sqrt{61}}{366}$

期望與建議

1. 希望命題教授, 今後命題其深淺與合理性能與今年一樣, 相信能提高學生們學習數學的興趣, 且分數必會提高。
2. 建議聯招會, 增加高中數學資深教師入闈, 使數學試題更合理化。

—本文作者任教於台南縣新化高中—