

如何學好數學

余文卿

很高興有這機會代表中正大學來跟大家談論數學，從小學、國中到高中，數學是離開不了的基本科目，上了大學理工科，更離開不了數學，對一般學生，數學是一非常頭痛的學科，既然天天要與數學為伍，何不下一番工夫把數學學好？這也是我今天要講的主題：如何學好數學，現就學習數學的態度，高中數學內容與數學試題三方面來談論這主題。

一．學習數學的基本態度

A. 算計與計算

每逢數學的第一堂課，我總要提醒學生要把自己的聰明才智用於計算，而不要用於算計。這裡的計算當然是數學的計算，數學本身，就是一連串的推理和計算，而算計指的是算計別人，如考試舞弊，是一種算計老師的行為。用腦力去算計別人，結果只會帶來報復行動，而用腦力去計算數學，可使數學更好。

唸數學不像唸國文或英文，可用背誦的方式。唸數學一定要動筆去計算。看別人式子時，寫下每一式子，用頭腦去思考每一推理的過程，必要時記下其理由，使別人的東西變成自己的筆記，經多次演練，若能貫通，才算唸通。特別注意的是：唸數學時，一定要備有草

稿紙供計算演練。備筆記本記下自己的心得，不能光看，光看的效果一定是零。

B. 動口與動手

有人打架時，勸架的一句話常是君子動口不動手，唸數學就不能有這君子風度，既要動口且要動手。動口把式子唸出來，以增加腦海印象，更動手把式子寫下來，運用腦力去推演式子，最後把推演的心得寫下來。說到動腦方面，數學的推演其實就是一種不折不扣的頭腦體操。我個人時常爲了想數學，而時常澈夜未眠。大家沒這種必要，但每天花幾個小時做做數學題目，其實是最好的頭腦運動。

C. 為什麼與如何做

演練數學，最常問的問題是為什麼與如何下手，這也是英文中的 Why and How。看別人的式子推演，能體會其原因何在，而自己在推演式子時，也能知道如何下手。以有名的餘式定理爲例：

餘式定理：多項式 $f(x)$ 以 $x - a$ 除，餘式是 $f(a)$ 。

要證明這定理，首先聯想到多項式 $f(x)$ 只是單項式乘上常數的組合，而這定理對單項式顯然成立，因 $x^m - a^m$ 可被 $x - a$ 整

除，故一般多次式 $f(x)$ ， $f(x) - f(a)$ 也可被 $x - a$ 整除，進一步問為什麼只有多項式成立？為什麼其他函數不可以？

D . 數學與天才

很多同學對數學所持的態度是，我不喜歡數學或我不是數學天才。有些數學家具有天生的數學才能，可是也有很多數學家在年輕的時候不喜歡數學的。數學能力的培養後天的比先天的更重要，尤其是大學程度以上的數學，一定要有系統的長期訓練，方能出人頭地。

二 . 高中數學的內容

高中數學的主要內容是數、形與函數，這也形成數學的三大主題：代數、幾何與分析。

A. 數 → 代數

數從自然數系，發展到整數系，進而有理數系、實數系與複數系。強調的是：數的運算性質以及整數因式分解的性質，把這些性質抽象化後，即成為群環體論的基礎。

解方程式、多項式的四則都算代數的範圍；另外向量的運算另稱為線性代數，矩陣與行列式是代數課程的最後一章。

B. 形 → 幾何、拓樸

形指的是幾何，又區分為平面幾何、立體幾何、解析幾何與三角函數，另外向量也用於解決部份幾何問題。平面幾何教材大部份見於初中，高中只談到極少的立體幾何。解析幾何是高中教材強調的部份，尤其是空間中

的平面方程式、直線方程式、圓、球與圓錐曲線更是不可或缺的考試對象。

三角函數內容以公式多而聞名，時常會考相關的應用問題。實際應用上，下面的公式就足夠了：

1. 平方關係式 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ 。
2. 和角公式與棣莫夫定理

$$\begin{aligned} & (\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta) \\ &= \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta) \end{aligned}$$

3. 正弦定律、餘弦定律、面積公式。

C. 函數 → 分析

函數是一比較抽象的概念，討論對象以多項函數、有理函數、指數函數、對數函數與三角函數，這些函數也是微分與積分的處理主要對象（理科數學）。

函數的主要運算是合成。

函數圖形應注意的是對稱關係、週期性與漸近性。

三 . 數學試題

學好數學，短期的效用是應付月考或期考，較長遠的打算是應付大專聯考，而更長遠的打算或是想成為數學家，無論如何必需面對一些陌生的題目，現我們就談大專聯考的試題。

聯考的試題出自大學教授，先由兩位教授分別出題，再由一組出題人員組合成一份考題，題目中除少數難題外，絕大部份是一般

性題目，而免不了有一兩個應用題目，這類題目是一般高中生最深惡痛絕的，沒耐心去看完題目，即使看完題目也不知如何下手，然而這類題目卻是教授的最愛，整人為快樂之本，應用題目出自線性規劃、三角測量、幾何、排列組合與機率或是理科的微積分應用。

應用問題其實是由一般問題演變而來，能列出相關的式子或圖形，問題就解決大半，這其實相當於閱讀測驗，只是認清了題目後要有辦法解決。

大部份的聯考題目是想出來的，只有少數題目（出自不負責的教授）是抄出來的，很多題目是出自定理的應用，如餘式定理、勘根定理、正弦定理與餘弦定理。

另一方面，聯考的題目一定是無法代入公式而得出答案的。考試的重點是想法而非公式，又考試中多多少少有一些基本分數，絕

不輕言放棄而繳白卷，尤其是社會組數學，稍做準備，得個 60 分並不難。

四．結論

學數學是要學會一些主要的定理做為運用的工具，這也是你考試的籌碼，對這些定理一定要有充分的理解，透過例題與習題的演練，促使對定理做進一步的認識；不要一味光做習題，聯考的試題並非出自題庫，而是教授的頭腦想出來的。不要刻意去注意一些特殊的難題，這類題目不會出現在試題中。另外數學能力的培養是長時間性，不要考試到了才做準備。（南二中、家齊女中、嘉中演講稿）

—本文作者任教於國立中正大學應用數學研究所—