絶妙的數學家(七)

矢野健太郎著

顏　一　清譯

十三　中野秀五郎(Nakano Hidegorô,1909-1974)

簡歷: 中野秀五郎在一九三三年從東京大學理學院數學系畢業, 一九三五年當第一高等學校教授, 一九三六年獲理學博士, 一九四二年當東京大學助教授, 一九五二年轉任北海道大學教授, 一九六O年赴任皇后大學 (Queens Univ.) 客座教授, 一九六一年換任威恩大學 (Wyne Univ.) 教授, 一九七四年客死於底特律。

1.　博士論文

我在一九三一年 (昭和六年) 進入東京大學理學院數學系, 那時候的大學是三年制, 第一年, 第二年和第三年分列稱爲前期、中期和後期。我還是前期的學生時就聽說中期裡有一位叫做中野秀五郎的才子專攻微分方程式論, 而且已經在這方面寫出有創意性的論文了。我是後期學生時他已經進入研究所, 而在他當研究生當天就去他的指導教授研究室提出他已經寫好的論文做爲他申請博士學位的依據。

在這兒, 我說明一下那個時候的情況: 當時雖然博士學位都是提出論文, 審查通過後才授與的。但是一般的共識是, 大學畢業後繼續做了二、三十年研究, 已經到了相當年紀的人才提出。而中野才剛從大學畢業, 一進研究所當天就提出申請博士的論文來, 著實也讓他的指導教授吉江琢兒吃了一驚。

我過後聽中野說, 既然提出博士論文並沒有年齡限制, 而且在規則上如果是研究所學生提出博士論文申請, 便不需要審查費, 所以他才這麼做的。

話雖然這麼說, 不過這的確是個特例, 所以吉江教授非常愼重地審查這篇論文, 結果得到的結論是, 著者十分有資格被授與博士學位, 就這樣, 中野秀五郎在一九三六年, 足歲二十七, 虛歲二十八那一年, 順利獲得理學博士學位。

當時的報界因出現虛歲二十八歲的理學博士而大事宣揚了一番, 因爲在當時有博士稱號的人士起碼都超過五十歲了, 所以這在當時是一大新聞, 而且還有後話。

中野秀五郎的前輩有一些人畢業後繼續做研究, 也發表了許多論文, 但以爲他們還不到提出博士論文申請的年齡, 看了他的例子後想: 比我們年輕的中野都行了, 我們怎麼不

可以 ?就陸續提出博士論文申請, 因此便一連串出現了一些稍過三十歲的年輕博士。而且這也惠澤及我, 使我在三十年前已經獲得理學博士學位。

2. 數學的轉換期

就我看來, 在中野與我進了東大數學研究所的一九三三、三四年間數學面臨了巨大的轉換期。我本身便想脫離大學時學到的古典微分幾何學, 而想往黎曼幾何學及它的擴展方面進展, 因此想唸通有名的教科書 J. A. Schouten, Der Ricci-Kalkül (里奇計算法, 一九二四), 便在書房裡放紙、筆, 猛作里奇計算法的練習。而當時的中野卻已經在書桌上放著時下很出名的新抽象代數學入門本“B. L. Vander Waerden, Moderne Algebra (近世代數學)”擺著很好的姿勢, 在唸著它。

就這樣, 中野有了良好的近世代數學根底, 便在有關 Hilbert 空間的算子與測度論方面陸續發表出色的論文出來。他一生當中在較古典化的數學、微分方程式論, 以及在當時算是非常新穎的數學、希伯特空間的算子雙方面都留下了優秀的業績, 這在世界上恐怕也算是不可多得的吧。

3. 獨特的符號

像我, 說的好聽, 在研究數學, 事實上是儘量多讀別的數學家的論文, 從中得到提示, 自已寫出論文來。因此我論文中的符號差不多都是別人用慣的。

不過像中野這般的才子, 他看別人的論文以前都自已先想想, 遇到有新的觀念, 他就用他自己想出來的獨特的符號表示。如果別的許多數學家們也恰好遇到同樣概念而存在他們慣用的符號, 那麼中野使用的符號變成他自有的, 因爲這樣, 有風評說他的論文不好唸。不過我所遇到的跟中野同行的數學家倒說:

He has something (他有一套),

這算是承認他的成就的話。

說起中野特有的符號, 我順便也介紹一下, 日本數學家們寫數學式時全用西方的文字與符號, 但是中野想, 簡單的漢字做數學符號也可以呀, 就定義函數 φ 的上下函數分別爲 $\varphi^{上}$ 與 $\varphi^{下}$, 如此這般。

法國出生的數學家, 哥倫比亞大學的克洛特 · 謝巴勒 (Claude Chevalley,1909 —) 曾經來日演講過, 在演講時他刻意採用了中野的這些符號, 讓日本數學家好樂。

4. 還是輸給中野

當時有一所 T 專科學校, 從那所學校畢業便可以取得舊制中學數學教員的證書, 所以一般的評價很好。

又, 有一種文部省設定的檢定考試給有舊制中學數學教員資格的人考試, 及格了就可以獲得舊制專科學校的教員證書。

這所 T 專科學校也爲以高等教員檢定考試爲目標的人設了研究科。而中野秀五郎一面在東大研究所做研究工作, 一面受聘爲 T 專科學校研究科的講師。在當時他有才子之譽, 而且有消息說他不久可以得到博士學位, 所以他的報酬格外地高, 一個小時的鐘點費有日幣三元五毛之譜。

我在中野的一年後從東京大學數學系畢業, 進入研究所。因高木貞治老師的介紹, 我也當了 T 專科學校的講師, 不過我不像中野

教研究科學生, 我教的是一年級學生, 一週教八個小時課。教八個小時是格於當時的規定, 凡是研究所學生, 一星期兼課時數不得多於八小時。我跟中野不一樣, 他們認爲我是剛出道的, 所以我的鐘點費是二元。這對我來說已經是很難得的收入了。我在舊制高等學校二年級時失怙, 須要撫養母親和妹妹, 所以雖然在研究所唸書, 我急需差不多一個專職人員的收入。如果一小時鐘點費是二元 ,一星期講課八小時便有十六元, 一個月差不多有六、七十元, 這在當時幾乎是一個專職人員的收入了。

我在東京大學研究所唸了一年半後考取法國政府招考的留學考試, 從而赴巴黎, 在碩學埃力· 卡當指導之下, 待在安理 · 波昂卡雷研究所過了充實的研究生活。

我終於在昭和十三年秋天回日, 又在這所 T 專科學校教書。他們說矢野先生是留學回來的 ,所以一小時鐘點費幫我提高了五毛, 變成二元五毛。不久我從東京大學獲得博士學位, 他們就說, 我已經是博士了, 一小時鐘點費又幫我提高五毛, 變成三元。即使如此, 我的鐘點費還是輸給中野。

5. 教授的定義

中野秀五郎在東京大學擔任助教授到一九五二年, 然後轉任北海道大學教授。教授等於一國一城之主, 中野在那兒一定好舒暢地講他的課, 做他的研究吧。在那個時候我聽到的有關他的話有:「教授就是講授自已思考出來的理論的人, 販售別人想出來的理論的人不能稱做教授。」我當時還是助教授; 不過相信有不少教授聽這話耳朵會刺痛。

我不擅長英文, 所以不便說什麼, 不過 Professor (教授) 這個字的字源由 profess 而來, 它的意思是「明言」,「表白信仰」。這麼說來「教授」的定義或許就如同中野所講的那樣。

6. 論文或是書?

中野做了十年北海道大學的教授後赴任皇后大學客座教授, 一九六一年就任密西根州、在底特律的威恩大學教授, 等於去當那裡的明星教授。

像我的話, 一點都沒有勇氣向已確立, 又有評價的理論挑戰, 中野這樣有才氣的人可就敢。他在他那有名的「集合論」中做了這樣的事。他用英文寫了 “Set Theory”, 結果提到學會, 他們說這不是論文, 是書, 拿去出版社出版吧, 拿去出版社, 他們又說它不是書, 提出去學會才好。這就這樣, 他的力作長時間得不到出版的機會。

不過, 在他去世於底特律 (一九七四年) 後四年的一九七八年, 這本書終於在他弟子們的努力之下見了世面。在書中的序文後段中野這麼寫著:「· · ·我一直在思考既不是有限 ,也不是無限的空間的存在性。而在一九六五年的聖誕季節裡, 我腦中萌生了一個「數學的集合論」的新概念, 我不但在這個問題上獲得解答, 而且更進一步地對「一般連續體問題」也得到解答。它眞是上帝恩賜給我的聖誕禮物呵!」

十四 清宮俊雄 (Seimiâ Toshio,1910—)

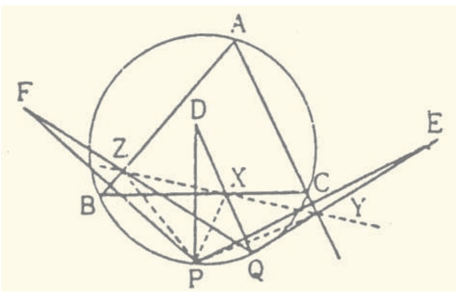
簡歷:淸宮俊雄經由舊制第一高等學校,在昭和六年進入東京大學理學院數學系。他是我的同班同學, 一起跟著中川銓吉教授專攻幾何學。他在舊制第一高等學校當學生時(當年十六歲) 發現了有名的「淸宮定理」, 歷任東京物理學校敎授、東京學藝大學敎授和專修大學敎授。

在初等幾何學的研究上他算是坐上日本第一把交椅的人。

1. 淸宮定理

我們就從簡歷中提起的「淸宮定理」談起吧。

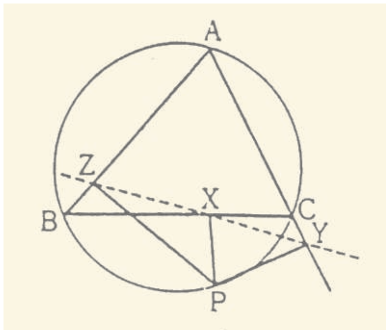
淸宮定理就是:「三角形 A、B、C 的外接圓圓周上取兩點 P,Q。令 P 關於邊 BC,CA, AB 的對稱點各爲 D,E,F, 則 QD,QE,QF 與邊 BC,CA,AB 或其延線的交點 X,Y,Z 共 線。」(請參看圖 (I))



(I)

X,Y,Z這三點若視爲, 三角形ABC 的邊或其延線爲鏡子時由 P 點射出去的光線投 射在三鏡後面上的諸點, 則這些點的光線全射回 Q 點。

因此, 如果 P,Q 兩點重合, 則 X,Y,Z 三點成爲由 P 點至 $\triangle ABC$ 三邊或其延線的垂足。如圖 (II),「從三角形 ABC 外接圓上一點 P 至三邊 BC、CA、AB 的垂足 X、Y、Z 共線」這是有名的 Simpson 定理, 所以淸宮定理等於 Simpson 定理了不起的推廣。就淸宮定理的證明請參看淸宮俊雄著「初等幾何學」,(裳華房),「幾何學」(科學新興社), 或是本人的著作「幾何學上有名的定理」(共立出版株式會社)。



(II)

在簡介上和淸宮定理上都出現了「初等幾何學」這個名詞。這是如今的中學生還在學的, 在紙頭上直接畫圖, 研究由直線與圓等所形成的圖形的性質。

現在的中學是三年制 (譯註: 等於我們的國中), 我唸中學時是五年制 (譯註: 等於國一到高二; 然後日本學生再唸兩年高等學校, 再上三年大學, 這是舊學制; 如今跟我們的學制同), 這種初等幾何學我們從二年級中段到畢業爲止下了許多工夫。當然, 從中學又要升學的話, 入學考試經常會出現這類初等幾何學相當難的題目。

有趣的是, 不只是喜歡數學的人, 連討厭數學的人也很熱中這初等幾何學, 因此會買各種問題集, 解其中的題目來享受解題的樂趣。

淸宮一定也是這樣, 他順利考取當時被稱爲天下第一難關的舊制第一高等學校, 當成一高 (簡稱) 的學生還繼續研究初等幾何學, 終於發現了了不得的「淸宮定理」。

淸宮似乎進東大數學系後也研究初等幾何學不綴, 有時候會叫住我說:「喂, 矢野, 這個題目做做看!」就拿出他想出來的題目給我做。那不是當場可解出的玩意兒, 因此我答:「我好好兒想一下看」, 雖然這麼說, 但常常第一天想不出來, 第二天也想不出來, 好不容易第三天才解出。

老實說, 我對初等幾何學滿有自信的, 但還是遠不及淸宮。

初等幾何學是在中學時代學的幾何學, 所以乍聽起來很簡單, 事實上它裡面有許許多多讓現代數學最前端的數學家束手無策的難題, 在下面我介紹其中的一、二。

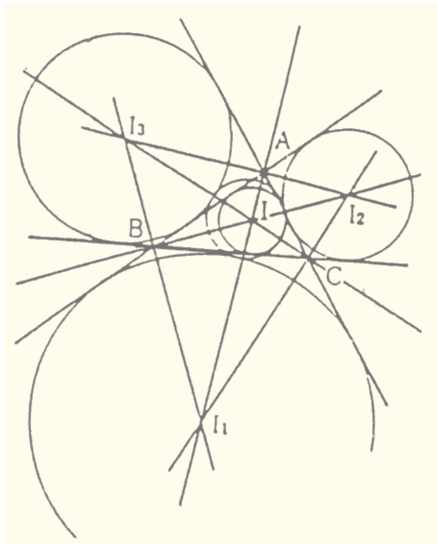
2. Feuerbach 定理

大家該知道三角形 ABC 的內切圓吧? 它就是三角形 ABC 的三內角 ABC 分角線的共交點 I, 從 I 至三邊 BC、CA、AB 的垂線等長, 故以 I 爲圓心, 垂足長爲半徑的圓切 $\triangle ABC$ 的三邊, 而叫做三角形 ABC 的內切圓, 圓心 I 稱爲內心。

讀者知道三角形 ABC 的內切圓, 那麼也知道它的傍切圓囉? 三角形 ABC 的內角 A 的分角線與 B,C 的外角分角線共交於 I_1 點, 從 I_1 點至邊 BC, 邊 CA,AB 的延線的垂線等長, 因此, 以 I_1 爲圓心, 各垂足長爲半徑畫圓則切於 BC 邊與 CA,AB 的延線, 這個圓稱爲三角形 ABC 在角 A 內的傍切圓,I_1 爲角 A 內的傍心。

傍切圓與傍心在角 B 內, 角 C 內也都有。也就是傍切圓與傍心每一個三角形各有三個。

而所謂的 Feuerbach 定理就是「三角形的九點圓切於內切圓與傍切圓」, 美麗的定理, 不是麼?(參看圖 (III))



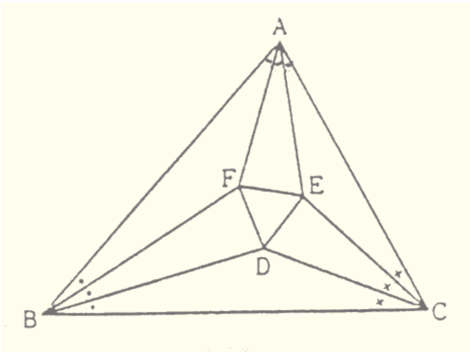
(III)

關於九點圓請參考「發現無限多個定理的數學家」的項, 而有關 Feuerbach 定理的證明請參看我在1. 欄中列舉的三本書之一。

3. Morley 定理

Morley 定理是這樣的:「三角形三內角的三等分線靠邊的各分角線三交點形成一等邊三角形」。也就是說三角形 ABC 的內角 B、C 的三等分線中靠近邊 BC 的分角線交點爲 D, 內角 C、A 的三等分線中靠近邊 CA 的交點爲 E, 內角 A,B 的三等分線中靠近邊 AB 的交點爲 F, 則三角形 DEF 爲等邊三角形。這個定理的圖形單單使用直尺與圓規不能畫, 所以要畫內角 A、B、C 的三等分

線時用分度器便是。至於它的證明也請參考上列三本書之一。



(IV)

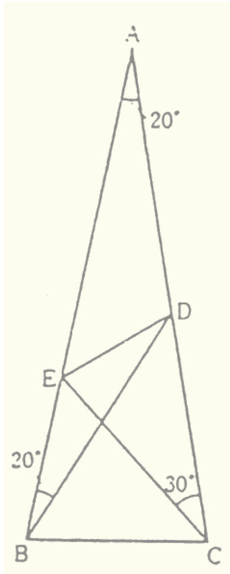
上面所講的兩個定理是初等幾何學的難題中有名的難題, 不過在原則上用在中學裡學過的初等幾何學的知識就足以解出。因此, 由上例可見, 好像用中學裡學過的知識可簡單解出來的題目, 眞正做起相當辣手的也很不少。

當然我也常遇到使我頭大的問題, 這時候我就向淸宮求助, 結果很快便從他那裡得到明快的解答, 我就介紹其中之一吧。

4. 數學研究者也解不出的問題

這是相當以前的事。T 大學的微分幾何學研究會開始前在雜談時出席中的一位年輕數學家說:「我在當家教敎一名中學生, 前些日子他問我一個題目, 我一直做不出來, 很是傷腦筋, 不知道那一位能夠敎敎我?」

題目是這樣的:「頂角 A 爲 20° 的等腰三角形 ABC 中, 過 B 引一直線, 與 AB 邊成 20° 角而與 AC 邊交於 D。又過 C 引一直線, 與 AC 邊成 30° 角, 而與 AB 邊交於 E。試問角 CDE 有幾度?」(參看圖 (V))。



(V)

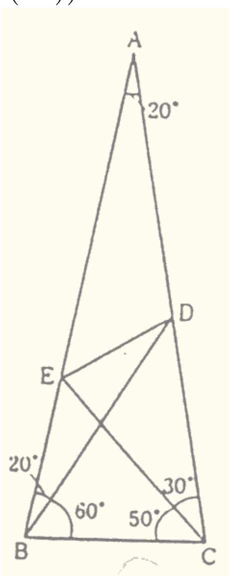
這個研究會的參與者大都是著名大學的敎授和助敎授, 但是在開會前沒有一個人解出這個問題來。

我回家後也想這個問題, 當天沒有解出來, 不但如此, 想了兩三天也沒有做出來, 只好掛電話給淸宮。他說:「那是有名的難題, 伊藤宏寫的「數學練習」中有跟它本質上類似的題目, 你就這樣做做看。」就敎我下面的作法。

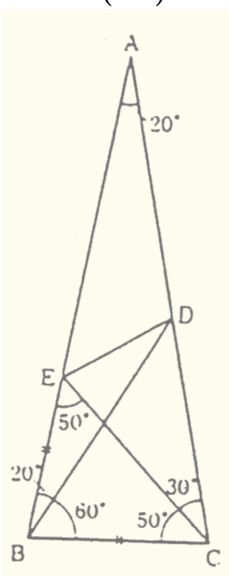
因爲三角形 ABC 是頂角爲 20° 的等腰三角形, 兩個底角分別爲 180° 減去 20° 除 2 而得 80° 角。就像圖 (VI) 所示, 角 BCE 爲 50°, 角 CBD 爲 60°。在三角形 BCE 內, 角 BEC 等於三角形內角和的 180° 減去角 $B\,(80^\circ)$, 再減去角 BCE (50°) 故爲 50°。結果可寫成圖 (VII), 而看得出三角形 BCE 是 BC 邊等於 BE 邊的等腰三角形, 記上它們是相等的符號。

現在過 B 點引一直線, 與 BC 邊成 20° 角, 而與 AC 邊交於 F。則角 BFC 等於三

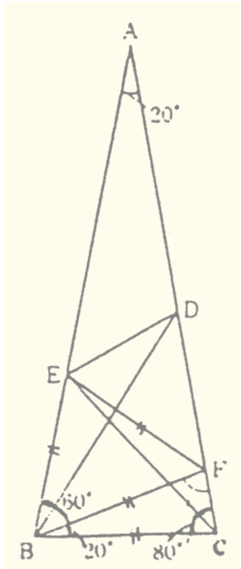
角形內角和的 180° 減去角 $CBF\,(20°)$, 再減去角 $C\,(80°)$ 而得 80°, 故三角形 BCF 爲角 C 與角 F 相等的等腰三角形 ,做上 BC 等於 BF 的記號 (參看圖 VIII), 另一方面角 EBF 是 80° 減去 20° 而成 60°。所以三角形 BEF 是頂角爲 60° 的等腰三角形, 也就是正三角形, 故三邊相等, 做上邊相等的記號 (參看圖 (IX))。



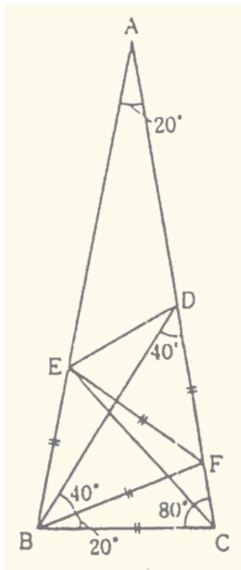
(VI)



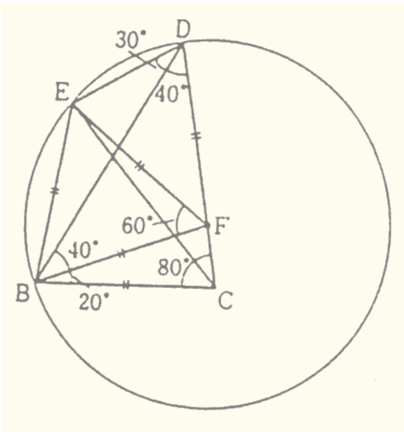
(VII)



(VIII)



(IX)



(X)

現在來考慮三角形 BCD。內角 BDC 等於三角形內角和 $180°$ 減去內角 $CBD\,(60°)$ 再減去內角 $BCD\,(80°)$ 而得 $40°$。因此, 三角形 FBD 二底角相等而成爲等腰三角形, 邊 FB 等於邊 FD, 做上相等的符號。這樣討論下來, 我們知道以 F 爲圓心,$\overline{FB}$ 爲半徑的圓過 D,E點。畫出這個圓如圖 (X), 則角 BDE 是弧 BE 上的圓周角, 而爲弧 BE 的中心角 $60°$ 的一半, 故角 BDE 是 $30°$。因此所求角 CDE 是 $40°$ 加 $30°$, 等於 $70°$。

—本文譯者任教於輔仁大學數學系—