

淺說對局理論

張 企

I. 前言

對局理論從1911年郎美羅 (Zermello) 的定理開始算起，到現在已有八十多年的歷史。而奠下目前對局論學者還一直依循的架構，則是在1944年凡諾曼及模根斯坦 (von Neumann and Morgenstern) 所出版的 Theory of Games and Economic Behavior 這一本書。凡諾曼是一位大家耳熟能詳的學者，數學只是他眾多專長中的一種；模根斯坦則是一個經濟學家。一個數學家與一個經濟學家合作出版的書，在頭幾年，引起了社會上很大的關注，但是這個熱情受到經濟學家的排斥，使得在1960年以前，對局理論似乎只成為部份數學家的最愛。而在1960年以後，對局理論有很大的進展，除了在理論上有許多重大的突破以外，最有趣的是對局理論與經濟理論及數理經濟開始建立了關係，這情形延續到現在，演變成這套學問已經是理論經濟學家或數理經濟學家不可或缺的工具，甚至於對局理論本身就已成為很多經濟學家研究的對象。除了經濟學以外，對局理論目前在生物學、政治學及控制理論...等，都有相當廣泛的應用。

很草率地介紹了這門學問的片段，讓我們回到寫這篇文章的目的。

對局理論所希望瞭解的現象是什麼？又提供了什麼答案？簡而言之，這門學問所要瞭解的是當一個決策者的行為，不單對其本身的效益有所影響，且連帶波及他個決策者的效益時，所可能發生的狀況。換句話說，當決策者的人數不止一個且決策者的決策彼此影響時，將會產生什麼互動的結果？具有這種現象的案例，幾乎天天在我們日常活動中發生，小如下棋、打牌、球賽，大如企業集團的利益競爭、國與國之間的爭執都包括在內。對於每一個這樣的案例，我們就稱為一個對局 (Game)。如何有效地觀察、思考這些由人類或動物群體互動所衍生的對局，進而將其歸納、組織、架構起一套理論，以增進人們對這樣現象的了解及提供一些“理性”的方式，作為解決問題的參考，是一件十分有意義的工作。對局理論就是希望利用數學工具做為手段來切入這個問題，建立起的一套理論。

在這篇文章中，我們不想探討對局理論本身的數學內容，我們儘可能地不要數學符號，不敘述定理；我們也儘可能不談對局理論與經濟理論、數理經濟，或其它相關的學問

所擁有精緻關係的內涵。除了說明分類時，所必要的例子外，我們也不會舉出例子讓讀者了解一些有趣的現象，我們不希望分散想要專注的焦點。或許，留待將來有機會，讀者有興趣再說。我們只談幾個關鍵性的概念，如對局的分類，什麼時候一個對局叫做合作對局？什麼時候一個對局叫做不合作對局？如解觀念 (Solution Concept) 的理念，合作對局的解觀念需具備什麼特質？不合作對局的解觀念又需具備什麼特質？這些解觀念在回答我們希望瞭解的現象的功能是什麼？而做為研究社會科學的數學工具，對局理論所扮演的角色與一般數學在研究物理科學是否有差異？以及，我們對這門學問應有的期待。

II. 分類

當一群人有益衝突且每一個人在尋求本身最大利益所做的決策行為，會影響他個決策者的利益時，事前的溝通、協商往往是尋求解決之道的第一步。相同的，對局理論也在這個基礎上建立，允許參與對局的參局者 (player) 可以有事前的溝通。溝通是否能夠達成具有約束力的協議，是對局分類的一個標準。若溝通、協商達成的解決之道具有約束力，則這對局即稱為合作對局。否則，就稱為不合作對局。

為了使得上述分類標準更為具體，讓我們從一個例子來著手。

假設有幾個廠商出產同質的貨品，而且製造 y 個單位的貨品的成本以 $C(y)$ 來表示。由於市場機能的作用，貨品的價格與貨品的出產量有密切的關係。當貨品的需求量大於

供給量時，貨品的價格必然提高；反之，當貨品的供給量大過需求量時，貨品的價格則會往下移動。我們以 $P(y)$ 表示市場的貨品量為 y 時的價格。在貨品的價格與貨品的量息息相關的情形之下，任何一個廠商所需要考慮的不但是其自身的出產多寡，他也需要考慮其它廠商可能出貨的量。這是一個典型的對局例子。廠商的出貨量，可視為它的策略，而其出貨量的多寡影響價格，當然，也影響他個廠商的收益。

現在，讓我們設身處地的想一想，假如我們是廠商之一，我們會採取什麼方式來處理這個問題？

首先，我們可以將其它廠商的負責人，也就是參局者找來，看看是否能找到一種不需要互相勾心鬥角，互相殘殺且還能使大家高興的處理方式。從整體利益而言，廠商可從消費者的手中賺到的最大利潤是

$$P(\bar{y}) \cdot \bar{y} - C(\bar{y}) = \max_{y \in R_+} P(y) \cdot y - C(y)$$

$P(\bar{y}) \cdot \bar{y} - C(\bar{y})$ 表示生產 \bar{y} 時的收益 $P(\bar{y}) \cdot \bar{y}$ (單價 \times 量) 扣去生產 \bar{y} 所需的成本 $C(\bar{y})$ 後的淨收益。所以，在任何其它生產方式之下，廠商不可能從消費者手中拿到大過 $P(\bar{y}) \cdot \bar{y} - C(\bar{y})$ 的金錢。若廠商同意共同出產 \bar{y} 單位的貨品以謀取最大利潤，則各廠商負責人所要考慮的問題，就是如何將 \bar{y} 這個量在無異議的情況下分配給各廠商。換句話說，這個對局的問題，已經從各廠商思量出多少貨品量轉化成如何適當合理地分配 \bar{y} 讓每一個廠商接受了！這就是所謂的合作對局。

如果有部份的廠商負責人，由於個人的意願，或法律的限制，如違反公平交易法...

等，不便溝通或無法溝通，或者，溝通之後，無法達成任何有約束力的協議。在這種情形之下，各廠商只好自求多福地謀求本身的利益。這種情況的對局，就是我們一般所稱的不合作對局。

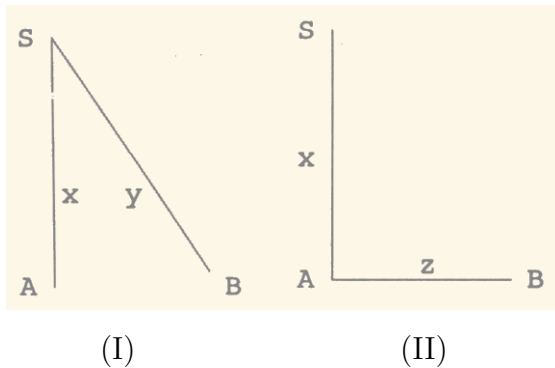
下面一個例子或許更能說明合作對局。最近國內關於有限電視的開放是一個熱門話題。有限電視公司架設線路的工種費用，如何分攤給客戶，是一個典型的例子。

我們用 S 代表電視台；而 A, B 分別代表兩個客戶。

x : 代表由 S 到 A 的線路架設工程費，

y : 代表由 S 到 B 的線路架設工程費，

z : 代表由 A 到 B 的線路架設工程費。



假設架設線路的方式只有如上圖的(I),(II)兩種。明顯地,(I)的方式付款清楚,各付各的。

情況1. $x + y \leq x + z$: 採用 (I) 的架設法的總工程費用較採用 (II) 的架設法便宜或相等。當然，一般的人均會採用 (I) 的架設方式，客戶 A 付 x ，客戶 B 付 y 。因為，這是一種價廉又不會有因付款多少而爭執的方式。

情況2. $x + y > x + z$: 若採用 (II) 的架設方式架設線路，則總工程費較為低廉。但隨之而來的問題是如何讓 A, B 兩個客戶心平氣和地分攤 $x + z$ 的價款。這個情況說明合作帶來利益，但合作也帶來如何找一個方法將利益分攤的麻煩。

解釋至此，我們知道情況1. 清楚且易於解決。若真實世界是情況2., 則如何找到一個方式讓客戶 A 付的較 x 為少，客戶 B 付的較 z 為多而較 y 為少，是能否合作，用 (II) 的方式來架設的關鍵。這是兩全其美的狀況，不要走到談判破裂，非要用 (I) 的方式來解決。所以，如何找到一個讓雙方接受的分攤方法，達成具有約束力的協議，是合作對局的目標。

III. 解觀念

在第二節中，我們將對局的兩大分類做了介紹。在本節中，我們要談的是對局論學者提供了什麼解決之道來做為人們的參考。

給定一個對局，在參局者的互動之下會產生什麼樣的結果？這很難有一個特定的答案。社會的常模，每一個團體的次文化，會產生不同衡量事物的準則，不同的解決問題的方式。更何況參與其事的是人，除了“理性”之外，人在做決策時，還有許多其它的因素，如能力、心理狀況...等，都會影響事情的結果。

在這樣複雜的情況下，要找一個理論能夠完全地描述、解釋對局互動的結果，似乎是一樁困難的事。對局論學者所提的解觀念能回答、又如何回答這些問題。

為了更清楚地了解解觀念所扮演的角色及功能，我們還是先來看看解觀念是如何訂

出來的,它的內容是什麼,以便更進一步的探討。

首先,我們談合作對局的解觀念。我們曾經提到合作對局的問題是如何將合作帶來的利益,做適當地分配。在找到參局者都能接受的方式且達成具有約束力的協議之後,就依照協議所定的方式處理。

既然協議所定的方式,能為參局者們所接受且願接受其約束,這種分配方式一定具有大家不得不接受的因素。這些因素不外乎是某些公正或是某種制衡的概念。

目前,就合作對局論而言,有六種解觀念研究的很多,也已在多處被真實世界應用過。我們將一一地介紹這六種解觀念的觀點。

- (a) 核心 (Core): 這一個解的理念是希望每一個團體都能滿意他們所分配到的。
- (b) 凡諾曼—模根斯坦解 (von Neumann-Morgerstern solution): 這個解觀念是希望具有某種穩定的性質之下的產物。
- (c) 沙普利值 (Shapley value): 假設我們認為 (1) 不勞者無所獲;(2) 報酬只與工作績效有關而與其它任何因素無關;(3) 工作報酬具有可加性,這三個條件是構成好的分配所必須具備的。沙普利告訴我們,對於任一個合作對局,滿足這三個條件的分配方法唯一存在,這就是沙普利值。也是俗稱由公設化的辦法所刻劃出的解。
- (d) 諮商集 (Bargaining Set): 由反對—制衡觀點下,所產生的結果。

(e) 核仁 (Nucleolus): 這個解的理念是採取約翰羅斯 (John Rawls) 的正義理論中讓最弱勢的團體,處境相對最好的原則。

(f) 核 (Kernel): 採取某種對稱—平衡的概念所衍生出的解觀念。

從上述六種目前普遍為學者接受的解觀念而言,基本上,都源起於某種特定的正義原則,或是制衡、穩定的概念。

其次,我們來談不合作對局的解觀念。不同於合作對局,不合作對局的特質是參局者事先的溝通無法達成具有約束力的協議。在這種彼此沒有任何約束力之下,除了讓各參局者自謀生路、自求發展之外,有什麼可以提供這些參局者做為參考的策略嗎?或是有沒有一種讓每一個參局者非如此不可的策略?納許 (Nash) 在1951年提供了一個想法。成員之間的行為既然沒有約束力,可否有一種自我節制的辦法,使得這個對局能產生一個大家不得不接受的結果?納許告訴我們,這種想法是可能的。他得到如下的一個結果:存在某種策略使得任何一個參局者,若單方面不遵從這個策略,本身就會成為受害者。這就是聞名的納許均衡的概念。而自我節制這個概念就是納許均衡的精神所在。

過去的四、五十年的時間,不合作對局的解觀念有許多不同的主張,也有許多將納許均衡做更為精緻的修飾的研究。然而,不論如何改變、修飾,萬變總不離其宗,自我節制永遠是不合作對局的解觀念的精神中心。

大致介紹了幾種合作對局的解觀念及不合作對局的解觀念的精神所在。接下來,我們

想談的是對局論所提供的這些答案，在現實生活中提供了我們什麼樣的幫助？對於現在的經濟理論，這些解觀念是否又增加了原來理論的內涵？

對局理論學者將利益衝突且又相互牽制的活動，在去其枝葉，留其精髓的原則下，寫下了抽象的數學模型，且提供了不同的答案，亦即所謂的解觀念，我們知道每一種解觀念代表著某種的正義、穩定或均衡的概念。我們將從描述性科學 (descriptive science) 及規範性科學 (normative science) 兩個層面來探討它的功能。

首先，我們從描述性科學的層面來看。當物理學家提出一套理論與物理現象有所不符時，這套理論的有效性將馬上遭到駁回。然而，對局理論學者所提出的理論與現實世界的發展不不符合時，我們應當如何因應呢？對局理論提供了多種的解觀念，每一種解觀念均揭示了某種理念，所以，它的解所描述的就是具有那種理念的“理想人”族群，這裏的“理想人”指的是具有能力達到自己所設定的理想，極富邏輯能力的一群人。然而，我們應當接受一般大眾都不屬於“理想人”的事實。不但如此，我們對於人類的行為科學的了解相當侷限，使得我們在建構這一套理論時，也可能不夠周延去完全反映真實。

那這一套理論從描述性科學的層面而言，它的存在價值似乎相當值得懷疑。然而，事情並不完全如此。人類從過去到現在之所以能夠設計出這許多的文化活動，使得文明得以大幅提昇，尤其在教育普及的最近一百多年，有一個很重要的理由——人可以學習，

人可以教育。我們相信經過長時間的學習，人們會熟悉、接受這樣的思考模式，會將人類推向較為接近“理想人”的狀態。從這個角度來看，事情就沒有那麼的悲觀。對局理論做為描述性科學所具有的功能，我想還是有相當積極的意義的。

讓我們再從規範性科學的層面來看對局理論。合作對局理論處理的是分配問題，而應該如何分配，不論是資源分配或是工程成本分配，基本上可視為一規範性的問題。也就是探討我們應該如何分配？為什麼我們要如此分配？而研究合作對局時，從解觀念的設計是希望符合某種正義原則或制衡觀念，到設計以後的存在性問題、解的刻劃與分析，均是對這些原則與觀念做最嚴格的數學檢驗。

本節最後，我們將大致上談些對局理論與經濟學的關係。過去十多年，合作對局論的解觀念對於一般均衡理論 (General Equilibrium) 有很大的影響，這些解觀念，尤其是核心及沙普利值與競爭均衡 (competitive equilibrium) 有十分密切的關連，這對於一般均衡理論的研究提供了新的途徑。當然，其中相當有趣的地方是合作與競爭這兩個完全不同的概念居然能殊途同歸。其他，如核心理論應用在市場經濟...等，我們就不在這裡多寫。

至於不合作對局與經濟理論的關係，我們只要想一想將一個經濟互動的行為寫成不合作對局是一件多麼自然的事，就知道關係的密切。在此，我們只談一個事實。在1967年以前，經濟學家不知如何適當地處理消息不對稱的狀況，亦即，甲可能不知乙的偏

好，乙可能不知甲的可能策略……等。而哈沙尼 (Harsanyi) 在1967年在消息不完全對局的三篇文章提出了解決這樣問題的方法，造成資訊經濟學 (information economics) 的快速成長，而這所謂具有不完全消息的對局更成為近代經濟學家以及對局論學者研究的主要課題之一。

IV. 結語

對局理論的終極目標是提供人類或動物社會關於衝突與合作這一個現象的完整分析。然而，目前的成就離理想的境界仍有一段很長的距離。畢竟，若對局理論的發展能達到理想的情形，許多社會科學極待解決的問題，也會一併完成，我們不要有不切實際的想法。但是，將人類的活動用不帶任何感情的語言及嚴格的邏輯分析來處理，這種嚐試，本身就是一種成就。

從早期只有數學家，到過去二、三十年經濟學家、哲學家的相繼進入，這門學問已變得十分複雜且成熟。這可從發表的園地看出一些端倪。早期的對局論學者投稿，通常是在數學的期刊，這種單純的現象已不復再見。這門學問在二十多年前開始有了本身的園地——國際對局論期刊 (International Journal of

Game Theory)。目前，從事對局論研究的學者所投稿的範圍擴及作業研究、管理科學、經濟學等各種領域的雜誌。尤其是幾個重要的經濟理論或數理經濟的期刊，幾乎每一期都有許多關於對局論或對局論應用於經濟學的文章，這件事實說明了一件事情，就是希望能夠對這個學問有深刻瞭解的人，要對數學也要對經濟有相當程度的素養。想將對局理論看成是數學的一枝的，或是想將對局理論看成是經濟學的一枝的，都對，不過，也都有些偏頗。

參考資料

1. Frontiers of Economics, eds by Arrow and Honkapohja, 1987, Blackwell Press.
2. The New Palgrave: Game Theory, eds by Eatwell Milgate and Newman, 1989, Norton Press.
3. Game Theory, Owen, 1982, Academic Press.
4. Essays on the Foundations of Game Theory, Binmore, 1990, Blackwell Press.

—本文作者任教於清華大學應用數學所—