

絕妙的數學家(四)

矢野健太郎 著
顏 一 清 譯

七、清水辰次郎(Simizu Tatsujiro 1897-)

簡歷：清水辰次郎起先擔任東京大學助教，後擔任大阪大學教授，再轉任東京理科學大學教授。他在有理形函數(meromorphic function)方面的成就是有名的。

1. 專賺負一分的傻傢伙

我在昭和六年進東京大學數學系時教授有坂井英太郎、高木貞治、吉江琢兒、中川銓吉、竹內端三五位，助教授有末綱恕一，辻正次兩位而助教只有清水辰次郎一位而已。

清水先生經常穿和服與袴褲在圖書室裡面作研究。

當時的數學系設有必修科目，選修科目和參考科目。必修科目是一些數學上的重要科目，要全部及格才能獲得數學系畢業的資格。選修科目不一定要全部及格，最少程度要及格幾科就可以。參考科目主要是數學以外的科目，如天文學、物理學的課程而有參考價值的，時間表上也排成我們能去聽講的方式。

我想，既然時間表上都安排成我們可以上課，我就儘可能去上這些參考科目，還參加考試，

並也都及格了。

不過現在想起來，對於天文學系或物理學系是必修的課程，數學系的我怎麼努力也沒有理由可以得到高分的。那些課的教授們大概認為數學系的學生來聽講，也着實唸了就給及格的吧，我得到的成績差不多是優、良、可三等級中最差的「可」。

有一次清水先生叫我過去，說：「矢野君，你是不是有點問題？你好像很努力唸書在賺取『可』的成績。要知道，在數學系打成績時『優』算加一分，『良』算零分，『可』算負一分，加起來總分高的便是好成績。像你這樣猛唸書賺負成績，做為數學系的學生是很笨的方法。從今以後好好唸只對數學系畢業十分必要的科目就行，知道嗎？」

我非常了解他的勸告，也很感激他。不過他告訴我這些話是在我二年級終了時。當時的大學學制只有三年，所以已經太遲了。

我一直沒有看過我從東京大學理學院數學系畢業的成績，它一定是慘不忍睹的吧。

2. 一口氣就得到所有的

在我從東大數學系畢業稍前大阪大學創辦了起來。清水辰次郎一口氣由助教躍升為大阪大學教授而去赴任。當時他也娶了太太，並從東大獲得理學博士學位。大家都說他一口氣就得到

太太、學位和教授，好羨慕他。這些大概全由於他在有理形函數上的成就。我當時做夢也沒有想到有朝一日我要猛啃這門學問。

3. Monsieur Simizu的論文集

我在昭和九年從東京大學數學系畢業，立即進入研究所，並在昭和十一年考取法國政府招考的留學生考試，從昭和十一年秋天到十三年兩年在巴黎的安理·波昂卡雷研究所由埃力·卡當 (Elie Cartan, 1869-1951) 先生親自指導之下研究微分幾何學。終於我寫出了題名為：「射影連接空間與『道』的射影幾何學」的論文，因它而從巴黎大學獲得理學博士學位。

但是要正式得到學位須要對於所寫論文作差不多一個小時的演講，還接受約一個小時的口試，而口試的題目得選跟自己專題完全相反的課題。當時函數論和概率論是兩門在法國被熱心研究的專題。因此卡當教授教我由這兩科選其一做為我的專長的相反科目。我熟慮的結果挑了函數論。

於是卡當先生說口試的考試人員是巴利倫 (G. Valiron, 1884-1954)，去他那兒請教該唸些甚麼。因此，我去找巴利倫教授，告訴他理由，請教他該唸什麼書，唸那些論文？

結果巴利倫教授說：「你是從日本來的，就以目前日本的Monsieur Simizu熱心研究的有理形函數為題目吧。」便舉出兩三本有關一般函數論與有理形函數的教科書，又教我「唸這一本吧」，順手指給我一本厚重的書。

那一本厚重的書原來是清水辰次郎有關有理形函數論的論文釘成冊的，背面還用金字寫著“Monsieur Simizu”。

G. Valiron 在當時被認為函數論方面的第一大家，而他本身把清水先生的論文集製成精裝本收藏着，表示他對清水先生的評價很高。我想起在學生時代為了圖書等雜事很自在地

央託清水先生做這做那的，覺得非常抱歉。

我很小心地唸了幾本函數論的教科書和清水先生的論文集去面臨口試。不過就像「多慮不如實行」這句話，口試從：

「Monsieur Yano, 有理形函數是什麼？」開始，沒有多刁難的問話，我算是全都能夠回答巴利倫教授的問題，而榮幸得到巴黎大學的學位。由於這個學位，埃力·卡當先生的全集發行時我被列名為名譽編輯委員之一，至今還讓我覺得很光榮。

4. 在日本最高處請客

我於是在昭和十三年安抵日本。那時候大阪大學數學系有清水辰次郎、正田建次郎、寺阪英孝、南雲道夫、吉田耕作、淺野啓三、角谷靜夫、中山正等人，並以新成立的大學做快速發展。不過那裡沒有我專長的微分幾何學的人材，因此清水辰次郎邀請我去大阪大學做短期密集授課。

到達後清水先生說：「矢野君，你終於來了！今晚我在日本最高處請你。」就帶我去位於朝日大廈九樓的「阿拉斯加」餐廳。這所餐廳至今還是一流餐廳中的翹楚者，像我當時那樣的年輕小子是無法光顧的，價錢一定很高。不過清水先生講的「高」（譯註：日語的「高」，也可以解釋成「貴」），不是指價錢而是指地點。就我記憶所及，日本是地震國，當時禁建八樓以上的高樓。不過不知怎的，朝日大廈有九樓，「阿拉斯加」餐廳就開在第九樓，可說是在日本最高處的餐廳。

5. 清水先生牽我的手

這是第二次世界大戰中的事。東京街道上到處都挖着防空洞，街道又因燈火管制而陰暗，我有些弱視，因而有幾次掉進防空洞裡遭了殃。

清水先生在戰爭中也三番兩次來東京參加各種研究會，會後我跟清水先生回去時，他大

概看出我的脚步不穩吧，常常牽我的手。至今我還滿懷感激地想起，比我年紀大十五歲的清水先生那時候常牽著我的手，才好不容易讓我通過那些黑暗的道路去趕搭電車。

八、末綱恕一(Suezuna Joichi 1898—1970)

簡歷：末綱恕一的專長是解析數論，在東京大學是高木貞治的後繼者。哲學，尤其是關於西田哲學的論述頗多。他曾任統計數理研究所第二任所長。

1. 沒有時間的限制

我在東京大學數學系被末綱恕一教授教過他專精的解析數論（選修課）。我的腦筋較為幾何化吧，對這由解析學與代數學組合而成的解析數論難以消受。不過一面臨考試，我就以猛唸自己整理的筆記，老師的著書，還有參考書籍來應付。

這是在東京大學數學系時代那兒有的傳統，就是入學考試以外，至少在數學系裡的考試從來不限制時間。

我覺得這很有道理。有必要解決數學問題時，不急不忙地努力做到解出來為止，花多少時間都沒有關係。有時間限制是無稽的，因為沒有理由來判斷一小時內解決問題的人比五小時內解決問題的人優秀。

末綱教授的考試好像從下午一點開始。因為下過功夫，他出的題目我全會做，不過其中有一題的解法不太有自信，所以我就反覆再三看答案，想著有沒有錯誤或是改成更好的可能？一看錶已經近六點了。當然大家都知道數學系的傳統，還沒有人交卷。

不過到了六點半末綱教授到教室裡來說：「我肚子已經餓了，要回家去。你們寫好卷子就放進我的信箱裡。」就走了。

老師說肚子餓要回家，一聽這話我肚子也餓起來，不過還是做到八點多才把我的卷子投進老師的信箱回家去。跟我前前後後交卷的人有七、八位吧，我要回去時班上還有十來位黏在那兒。

後來我聽說，末綱教授隔日十點左右到辦公室時還看到三位同學仍在考場裡熬著。

2. 沒有許可證

我在舊制東京高等學校二年級時已經決定進東京大學理學院數學系，並專攻微分幾何學。當時我多少也知道了所謂的數學家，也就是研究數學的人，不是因為研究數學而得到薪水，他們是因為當中學、高等學校或是大學的老師而有一份薪水，生活安定以後才用自己的時間來做研究的。所以即使我將來打算成為數學研究者，也得先得到學校的教師資格，也就是教師許可證。

而我進去唸的是舊制東京高等學校理科甲類，即以英語為第一外國語言的班級。在這情形之下當時的規定是，如果高等學校學生唸甲類的，數學、物理和英文取得規定以上的成績者可以獲得數學、物理和英文的中學教員許可證。

因此我對這三科特別用心去唸，而得到規定以上的成績，並拿到這三科的中學教員許可證。

當時比中學高的學校有高等學校和專門學校（相當於我們的專科，譯者）。這些學校的數學教員許可證只要大學數學系一畢業便可得到。事實上我一從東京大學數學系畢業就辦一些手續取得了高等、專門學校數學教員許可證。這對我唸研究所就開始做微分幾何學的研究又工讀很管用。我去中學夜校、專門學校夜校教書，在這情形之下，教員許可證是必需的。

有一次我不經心地，不，毋寧說是有心地想誇耀，說我有那麼多教員許可證。結果末綱教授說：「我一張都沒有吔。」

末綱教授一從東京大學數學系畢業就去九

州大學當講師，不久回東京大學當助教授。像他有這麼好的履歷的人是不用教員許可證的。

說來我也很迂，要當小學、中學、高等學校的老師都要教員許可證，但是要當大學教師可用不着它。

3. 行爲性直觀

末綱一教授在數學基礎論、數理哲學方面也表現出很大的興趣。

從一九三五年到一九三六年我讀研究所時西田幾多郎的「哲學論文集」第一冊至第八冊陸續由岩波書店發行出來。我雖然不太懂，可也很喜歡讀它們。這些論文集的後面幾冊討論許多數學，使得我非常佩服作者的好學不倦。

如今一些細節我已經忘得精光，爲防錯誤，我查了一下平凡社的「哲學事典」中的「西田哲學」，其中有這麼一段：

「西田哲學的根本構造用它終極的形態來分析的話，可說成爲定位性、辯證法性的論理，歷史性、現實性的宇宙存在論，以及絕對否定性的形而上學的宇宙論三者統一而成。尤其當我們把重點放在絕對矛盾性的同一自我的定位性論理時，可以看出它以行爲性直觀爲發條，貫穿整個存在領域來形成自我。這是歷史性，現實性的宇宙在行爲性直觀之下形成絕對矛盾性的同一個自我。它同時也表示有絕對否定性的另一面。因此，行爲性直觀經常在絕對現在中漂浮、移動，形成由這三個宇宙所構成的西田哲學體系。由此觀之，行爲性直觀實際上是，實存直視實存本身的自我直觀而已。」

就諸位所看到的，這裡面出現許多像絕對矛盾性的同一自我，行爲性直觀等字眼兒。如果，沒有好好研究過西田哲學會完全捉不到邊際的。

老實說：我初次讀西田幾多郎的「哲學論文集」時的感想是這樣的：既然哲學和數學有親戚般的關係，何不把哲學語言用數學的例子

加以說明，那麼不只是我們唸數學的，一般人也很容易了解。

末綱先生也有這種想法，而在這方面給西田哲學助益不少。比如說，末綱先生所做有關行爲化直觀的例子是：讀者可認爲

$$0.999 \cdots = 1 \quad (1)$$

這個式子對嗎？如果對，該怎麼證它？

如果要證

$$0.333 \cdots = \frac{1}{3} \quad (2)$$

正確，爲了要算出 $\frac{1}{3}$ ，真的以1除3可先得0

，再得連續不斷的3，這也可算是(2)式的一個證法。但是要證(1)式不能用這個方式。既然(2)式是正確的，就把(2)式的兩側各乘以3倍，則可得(1)式。這也是證出(1)式的一個方法。

不過比較囉嗦的數學老師一定不滿意這種說明，而可能發出下面的論題：說來

$$0.999 \cdots$$

中「……」的符號意義模糊不清。平常我們解釋「『……』」是一直繼續下去的意思。」差不多是這樣。要講得更清楚，便是：如果考慮以下排有 n 個9的小數，即

$$\underbrace{0.999 \cdots 9}_{n \text{ 個}}$$

用分數來定義就成爲

$$\frac{9}{10} + \frac{9}{10^2} + \frac{9}{10^3} + \cdots + \frac{9}{10^n}$$

這表示首項爲 $\frac{9}{10}$ ，公比爲 $\frac{1}{10}$ 的等比級數加到

第 n 項的和，所以用等比級數的公式得

$$\frac{9}{10} \cdot \frac{1 - \frac{1}{10^n}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{9}{10} \cdot \frac{1 - \frac{1}{10^n}}{\frac{9}{10}} = 1 - \frac{1}{10^n}$$

因此，

$$\underbrace{0.999 \cdots 9}_{n \text{ 個}} = 1 - \frac{1}{10^n} \quad (3)$$

如果有人討厭等比級數和等比級數的公式
也可以用下列方式得到結果，即：

$$\underbrace{0.999\dots 9}_{n \text{ 個}} = 1 - \underbrace{0.000\dots 01}_{n-1 \text{ 個零}}$$
$$= 1 - \frac{1}{10^n}$$

由以上的結果可見

$$\underbrace{0.999\dots 9}_{n \text{ 個}}$$

不等於 1，而比 1 少 $\frac{1}{10^n}$ ，也就是

$$\underbrace{0.999\dots 9}_{n \text{ 個}} = 1 - \frac{1}{10^n}$$

不過在這兒把 n 無限增大，則 $\frac{1}{10^n}$ 無限接
近於 0，因此 $\underbrace{0.999\dots 9}_{n \text{ 個}}$ 無限接近於 1 而我們

把它寫成

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{0.999\dots 9}_n = 1$$

用以上的方法思考 $0.999\dots = 1$ 便是對行
爲性直觀的認識。末綱先生這麼主張，而據說
西田幾多郎也認同他的解釋法。