

# 重訪《九章算術》及其劉徽注

洪萬生

1985年秋天寄寓郭正昭先生New Jersey居所時，在他的書房中邂逅《錢寶琮科學史論文選集》，可以說是我負笈美國三年最難忘的經驗之一。

赴美之前，我對中算史家錢寶琮的《中國算學史上卷》（1932）及《中國數學史》（1964），已有了極深刻的印象。因此，該《選集》所收論文的廣度和深度固然更令我欽仰，但叫我驚訝的，毋寧是其中所納入的一篇未刊稿——〈《九章算術》及其劉徽注與哲學思想的關係〉，因為該文在「試圖說明《九章算術》的編寫體例與漢朝哲學思想的關係」時所採取的研究取向，與拙文〈重視證明的時代——魏晉南北朝的科技〉（1982）不謀而合。

事實上，我必須承認：在七十年代末期我開始接觸中算史時，錢寶琮對魏晉算學家劉徽注的評價，給了我非常、非常深刻的啟發，丹麥漢學家華道安（Donald B. Wagner）的論文「An Early Chinese Derivation of the Volume of a Pyramid: Liu Hui, Third Century A.D.」（1979）當然也惠我良多，但那是稍後的故事。在那個時候，我可以「合法地」擁有的中算史書籍只有李儼的《中國算學史》、《中算史論叢》以及《中國算學史論叢》等書，但是，這些著作都不適合初學者，對僅僅受過現代數學專業訓練的人來說，更是常有難窺堂奧之嘆！幸好，我適時地在中央研究院數學所的圖書館書架上，發現早已絕版的

錢寶琮著作《中國算學史上卷》（1932）。或許我當時對中算史已經有點概念，不過，錢寶琮在該書中對劉徽注《九章算術》的推崇，絕對是我在七十年代末孤獨地走向數學史研究的一盞明燈！

在七十年代後期，李約瑟的鉅著《中國之科學與文明》開始在台灣學界流行，大有沛然莫之能禦之勢，但他對劉徽成就的評價，却始終令我耿耿於懷。李約瑟認定劉徽是「經驗」立體幾何學的偉大解說者之一，顯然並未洞察劉徽的真正貢獻，相形之下，錢寶琮的結論實在深刻多了：

徽所撰注，崇尚理證，務求明晰，未嘗拘泥古法，視趙爽《周髀注》為尤勝一籌。中國算學得由經驗的公式，為合理的研究，劉徽之功為多云。（《中國算學史上卷》頁40）

這樣的史識，對於無法苟同俗見所謂中國傳統算學完全以「實用」為依歸的人來說，是很有吸引力的。平心而論，比較古希臘數學經典《幾何原本》和《九章算術》，我們可以發現《原本》乃是由少數公設、公理出發，進行演譯式的論述；《九章》却總是舉例三、五個之後，再提出一般性的解法或公式，採用歸納的方式，如此說來，中國古代數學儼然是一種「實用」的風貌了。事實上，根據現有史料，《九章算術》之名在東漢光和二年（179年）製造的大司農斛、權的銘文中首度出現：

依黃鍾律曆、《九章算術》，以均長短、輕重、大小，用齊七政，令海內都同。

可見在當時《九章算術》已被奉為官方用典。因此，我們雖然無法確定《九章算術》的作者，但它的內容歷經周秦發展而在西漢中葉成書，無非是帝國統一的（外在環境）需要使然吧！

如果我們同意這一個假設，那麼，劉徽在魏晉之間（帝國業已分裂）注《九章算術》的動機，就很值得我們探索了。我們不要忘了，要是沒有劉徽的注文，則《九章算術》便不可能有那麼鮮活的生命力，也不可能矗立成中算史那樣重要的一座里程碑。因此，我們自然想問：他的注究竟是迫於外在環境的需要？或是由於數學理論的內在規律所驅使？還是兼而有之？解決了這些問題，或許我們可以更加了解中國傳統算學的發展動力了。

上述問題是我在八十年代初期中算史研究的主要關懷，具體成績則以拙文〈重視證明的時代——魏晉南北朝的科技〉為代表。在該文中，我的基本觀點是：

魏晉數學家劉徽對幾何證明的強烈企圖，固然有其東漢經學的批判精神，與魏晉玄學的談論求理的淵源，但不可否認地，主要還是出自漢魏之際「個體自覺」風潮的深刻影響。

換句話說，我採取了文化史的取向來為劉徽定位：誠然，數學理論的發生和發展，無論是為了安頓數學個人的自覺心或好奇心，或是為了因應外在實用的需求，從文化史的角度來考察，總是具有一定的歷史意義。

基於這樣的考慮，我對東漢古文學風與劉徽注的關係，尤其具有濃厚的興趣。東漢古文學的發展，原是否定今文學嚴守師法、析其微言的煩瑣章句之學所形成的「通儒之學」。東漢通儒如揚雄、桓譚和王充等都是博覽群籍、不專一經、不守章句的古文學者。由於他的企圖更進一步探求經書的真義，故對古文經傳所用先秦文字訓詁之研究，以及對古文經傳系

統之整理，乃成為東漢通儒傳注經書的基礎工作。這種「通理研明」的工作，對魏晉經籍傳注產生了直接影響，而魏晉時代又將這種探索知識的理性精神，表現得更為徹底。通儒之學的另一個本質，是對經傳「通理明究」，亦即用客觀的態度檢證古文資料並歸納之，然後究明經義的通其理路，最後的目標則是樹立經傳的客觀解釋體系。

然則劉徽注又如何關聯到東漢古文學風呢？清代著名經學家焦循（1763～1820）的並稱劉徽與許慎：

劉氏徽之注《九章算術》，猶許氏慎之撰《說文解字》。士千百年後，欲知古人仰視俯察之旨，舍許氏之書不可，欲知古人參天兩地之原，舍劉氏之書亦不可。

當然給了我們不少的啟發，不過，更重要的線索則應該從劉徽注本身去尋找。按中國傳統經典的注疏，是將經典的章句與字義加以注釋，至於注釋的形式，最初以訓詁為主，然後則析其微旨，闡其大義。劉徽注顯然是由傳統經注蛻變而來，本質上則近於東漢古文學風。關於前者，我們自然可以從他的注解形式追索傳統經注的痕迹，在此略而不論。至於後者，我們將舉例進一步說明。

劉徽對數學知識結構的看法：

事類相推，各有所歸，故枝條雖分而同本幹知，發其一端而已。

在他注《九章算術》幾何知識時，充分地掌握了實踐的機會。《九章算術》的幾何知識，嚴格說僅包括多種面積、體積公式，至於這些公式是如何得到的，以及它們彼此之間有什麼關係，完全付諸闕如。劉徽的注，不但推證了各個面積、體積公式的正確性，而且還在推證的過程中，凸出「以盈補虛」和「出入相補」原理，來貫通這些公式之間的緊密關係。事實上，通過他的注，《九章算術》的幾何知識的確形成了一個理論體系，而這個體系中的主要骨架就是出入相補原理。

所謂「出入相補」原理，就是將幾何圖形從一處移至他處，而保持面積或體積不變的一種幾何變換，其內涵近於《幾何原本》中的全等公理。基於此，我們可以試著將劉徽的幾何理論整理如下：《九章算術》中的面積、體積公式是出自同一棵「本幹」的「枝條」，而「本幹」則顯然是「出入相補」原理。至於「樹根」的部份，則是有關算術和幾何基礎的一些性質，包括乘法對加法分配律、長方形面積公式及長方體體積公式等等，不過，劉徽並沒有明白地指出這些被當成假設的性質。另一方面，極限原理（割圓術和祖氏原理本質上都是極限原理）被引用來協助鋪展整個理論——由下而上，依次為面積、體積理論，由內而外，依次則從直線形到曲線形。由此看來，劉徽有關面積、體積公式的注解，在風格上至少與東漢古文學派的「通理明究」一致，因而東漢古文學風對他的影響，當然也不能輕易排除了。

在〈《九章算術》及劉徽注與哲學思想的關係〉一文中，錢寶琮認為

《九章算術》和許慎《說文解字》相仿，是東漢初年儒學的一部份，與儒家的傳統思想有密切關係。

他尤其注意到《九章算術》的編集與東漢初年經古文學派的緊密關聯：

鄭衆、馬德、馬融等人以為人民在生產實踐中產生的數學概念和計算方法都是儒家六藝中「九數」的內容，因而把古代相傳的算法分別隸屬於「九章」之內。《九章算術》的編集工作表現了「實事求是」的作風，排除了經今文學派的陰陽五行說，接受了荀子學說的唯物主義思想，是可以理解的。

至於具體的例證，則可觀察《九章算術》的特殊風貌。錢寶琮發現荀子「正名」時提出的「約定俗成」、「學有所止」的主張，在《九章算術》上有極清楚的呼應，譬如說吧，《九章算術》對數學名詞不加定義，其涵義通過約定

俗成而形成，術文中不交代問題解法所依據的理論，以解答生活實踐中提出的應用問題為滿足，採取適可而止的態度。

此外，關於劉徽注的部份，錢寶琮則認為劉徽的方法論深受魏晉玄學的影響：

在漢儒訓詁章句的師法既經揚棄之後，魏晉之際社會名流崇尚清談。清談以《易經》、《老子》、《莊子》三種玄學為主題，詰辯求勝，不過是概念的遊戲。但他們善於運用邏輯思維，分析義理，却有戰國諸子「名辯」的遺風。劉徽在自序中指出他的注釋方法在於「析理以辭，解體用圖」。「析理以辭」正是清談的主要方法，劉徽生活在這個時代裏，用邏輯思維闡明數學理論是合於時代精神的。

由此可見，錢寶琮的目的，是將《九章算術》及其劉徽注擺進思想史的脈絡中加以考察，雖然他認為東漢古文學風主要影響了《九章算術》的編者而非劉徽。

儘管在這一方面，錢寶琮的觀點與拙文〈重視證明的時代——魏晉南北朝的科技〉並不一致，但他的思想史研究取向在六十年代發為先聲，却值得我們大書特書，因為〈《九章算術》及其劉徽注與哲學思想的關係〉一文在即將付梓時，臨時「因故」而被抽調下來，一直到1983年收入《錢寶琮科學史論文選集》時，才重現天日。只是斯時一代數學史家錢寶琮（1922～1974）逝世已近十年，因此，我在1985年乍見該文時，是懷抱著一種憑弔的心情去拜讀的，歷史的嘲諷與無奈莫過於此！

不過，即使傷感如此，我對劉徽的研究其實已經暫告一段落，不僅因為紐約市立大學（CUNY）歷史研究所的科學史課程如排山倒海而來，而且我在赴美前已選定李善蘭（1811～1882）作為學位論文的主角。然而，我對劉徽研究始終無法忘情，1984年我曾經大膽指出中算史研究的幾個大方向，劉徽注正是其中之一：

〈《九章算術劉徽注》的再深入研究是不能

放過的，因為它是把握中國古算理論體系的關鍵，也是中國古代唯一幾何理論所寄，任何人想要對中國古代數學發展表示意見，〈劉徽注〉是絕對必要的憑藉。而以目前的研究狀況來看，此一方向的研究在未來十年之內是很有突破可能的。（拙文〈因物成率·審辨各分——試論中算史研究的幾個大方向〉）

因此，我在紐約市立大學三年（1985～1988）修課期間，總是找時間問道本周（Joseph W. Dauben）教授介紹劉徽，這或許是他後來決定向美國NEH（National Endowment for the Humanities）申請英譯《算經十書》計劃的一部份原因吧！

儘管如此，要想嚴肅對待劉徽研究，實在分身乏術。直到1988年初，我的博士班課程即將修畢之際，我才又回到劉徽注上，認真地思考他的「無限」概念與先秦哲學思想的可能關係。正是在這種情形下，我精讀了郭書春關於劉徽注的論文如〈劉徽的面積理論〉（1983）、〈劉徽《九章算術注》中的定義及演譯邏輯試析〉（1983）、〈劉徽的極限理論〉（1984）、〈劉徽的體積理論〉（1984）等等，發現自己在劉徽研究上有很大的不足和缺憾！在1985年前，我對郭書春的研究可以說一無所知，數學家吳文俊主編的論文集《九章算術與劉徽》（1982），對我當時來說，已經是相當難得的參考文獻了。

吳文俊主編的這一部《九章算術與劉徽》，是截至八十年代初劉徽研究的總結，其中收入了頗為學界所稱道的〈出入相補原理〉（吳文俊撰）和〈《九章算術》的比率理論〉（李繼閔撰），至於其他各文品質，也都在水準之上。可惜，所有論文都表現了一貫的內在論研究（或內史）風格，對於劉徽的認識論和方法論的歷史淵源，則從未觸及。

或許正是如此，所以，我在1985年首度接觸郭書春的〈劉徽的極限理論〉和〈劉徽的

體積理論〉時，即深受感動；對我來說，郭書春在數學思想層面上關聯劉徽與墨家，實在是具體地呼應了錢寶琮在六十年代倡導未果的思想史研究取向。譬如說吧，在他的〈劉徽的體積理論〉中，郭書春即明白地指出：

在證明陽馬和鼈臑體積公式的無窮分割過程中，這種無窮分割的所有部份之和是不是等於整體呢？《墨經》中有類似的命題：「無窮不害兼，說在盈否。」（〈經下〉）。許多注釋家認定這一命題僅指兼愛說，其實不盡然。誠然，與之相應的「經說」是專講人之兼愛的。但是，我們知道，《經》與《經說》不是同時的作品，其論題範圍也不盡相同。一般地說，《經》講的是總命題，描述事物的一般規律，內容廣泛、概括，反映共性，而《經說》則有時僅以具體事例解釋經義，描述特殊事物的規律，反映個性。……「無窮不害兼，說在盈否」不僅指人之兼愛，也包含這樣的意思：把一個整體分解成無窮多個部份，是不是能用這些部份重新構成這個整體（害不害兼）取決於是不是用這些部份的全體來構成這個整體。如果用全體（盈），就不害兼，如果不用全體（否），就害兼。

因此，如果我們把這些聯繫到陽馬和鼈臑證明中的無窮分割，那麼，

隨之而來的問題便是這樣的無窮運算是不是合理的問題，劉徽說：「數而求窮之者，謂以情推，不用籌算。」這和《墨家》中「不知其數而知其盡也，說在明者。」（〈經下〉）的命題十分相近。這是說，只要有正確的邏輯推理方法，即使不知道有多少運算步驟，也可以得出最終的結論。當然，這並不表示我在一些微妙的論證細節中完全同意郭書春，但由於我必須立即全心全意投入李善蘭研究，只好暫時再度擱下劉徽注。

然而，郭書春對《九章算術》及其劉徽注的研究並沒有停在那兒。其實，早在1984年

秋他撰成〈評戴震對《九章算術》的校勘與整理〉一文後，就有了全面校勘《九章算術》（含劉徽、李淳風注）的想法。此一工作在1986年年底即已完成，但他的《九章算術》滙校本却遲至今年（1991年）才出版。

爲了向學界介紹他的《滙校本》，郭書春還附帶撰寫了一篇長達一百七十六頁的引言——〈關於《九章算術》及其劉徽注〉。在這一篇長文中，郭書春摘要地敘述了他的一些精闢而獨到的見解。譬如，他斷定《九章算術》是在《周禮》「九數」的基礎上發展，並經西漢張蒼、耿壽昌根據先秦的遺文刪補而成，因而《九章算術》在西漢中葉成書，殆無疑問。此外，他也注意到：

爲《九章算術》積累素材的春秋戰國時期，數學在統治階級及其思想家那裡的地位從來沒有達到古希臘那樣重視的程度，只是興修水利，宮殿設計，收繳賦稅以及交換等方面的工具，是下級官吏、平民甚至奴隸掌握的事情。數學知識和哲學理論主要被社會地位相差懸殊的階級、階層所掌握，這就使中國數學在起步的時候，一方面重視實際應用，一方面與哲學脫節，缺乏理論概括，沒有形成追求系統性和嚴密性的風氣。秦統一中國後，比較重視數學理論的墨學由於其政治主張不容於專制的封建制度被視爲異端，使中國能走上比較重視理論研究方向的一線希望也打破了。漢朝的統治思想以儒家為主，儒、法、道合流，具有法家思想傾向的儒家荀卿的思想在西漢影響很大。

基於這樣的觀察，郭書春認爲荀卿的「正名」主張，對《九章算術》的編寫有很深刻的影響，因此，他支持錢寶琮在這一方面的看法。

關於劉徽注的部份，郭書春列舉了一些很有意義的例子，來證明劉徽與東漢經古文學家、魏晉玄學家的可能淵源。譬如，針對《九章算術》卷五〈商功章〉說明「程粟」時提及「

釜十則鍾」（《左傳·昭公三年》），劉徽注稱「釜六斗四升，方一尺，深一尺，其積一千寸」，郭書春認爲此一注文採自鄭玄《周禮·冬官考工記》注：「鬲六斗四升也。鬲十則鍾，方尺，積千寸。」由此可見，劉徽十分熟悉東漢經注手法。

更值得注意的是，劉徽並不僅僅是消極地作注，遇到《九章算術》「術文」謬誤或不盡完善之處，劉徽總是盡其所能地糾正或提出改善之道。針對這一點，郭書春發現「劉徽反駁《九章算術》開立圓術與王充《論衡·實知篇》反駁聖人『前知千歲，後知萬世』的格式完全一致。」這兒有必要把這兩個「反駁」形式排列對比一下。

王充先列出將要反駁的論題：

儒者論聖人，以爲前知千歲，后知前世，有獨見之明、獨聽之聰，事來則名，不學自知，不問自曉。

接著列出論敵的論據：

孔子將死，遺讖書曰：「不知何一男子，自謂秦始皇，上我之堂，踞我之床，顛倒我衣裳，至沙丘而亡。」其后秦王兼吞天下，號始皇，巡狩至魯，觀孔子宅，乃至沙丘，道病而崩。又曰：「董仲舒亂我書。」其后江都相董仲舒，論思《春秋》，造著傳記。又書曰：「亡秦者胡也。」其后二世胡亥竟亡天下。用三者論之，聖人后知萬世之效也。

然後，轉入反駁：

曰：此皆虛也。

至於其手法，則是針對論敵的論證：

案神怪之言，皆在讖記。所表皆效圖書。亡秦者胡，河圖之文也。孔子條暢增益以表神怪，或后人詐記以明效驗。……「孔子見始皇仲舒」，或但言將有觀我之宅，亂我之書者。后人見始皇入其宅，仲舒讀其書，則增益其辭著其主名。……案始皇本事，始皇不至魯，安得上孔子之堂，踞

孔子之床，顛倒孔子之衣裳乎？……既不至魯，讖記何見而云始皇至魯？至魯未可知，其言孔子曰「不知何一男子」之言，亦未可用。「不知何一男子」之言不可用，則言「董仲舒亂我書」亦復不可信也。

最後，由論敵論據之虛例歸結到原論題的虛假：行事，文記譎常人言耳，非天地之書，則皆緣前因古，有所據狀。如無聞見，則無所狀。凡聖人見禍福也，亦揆端推類，原始見終，從閭巷論朝堂，由昭昭察冥冥。讖書秘文，遠見未然，空虛闇昧，豫睹未有，達聞暫見，卓譎怪神，若非庸口所能言。

王充〈實知篇〉的目的，無非強調「放象事類以見禍，推原往驗以處來，賢者亦能，非獨聖也。……不學自知，不問自曉，古今行事，未之有也。未可知之事，惟精思之，雖大無難；不可知之事，厲心學問，雖小無易。故智能之士，不學不成，不問不知。」由於它無關我們的題旨，底下就不再討論了。

在劉徽這一方面，他所反駁的對象是《九章算術》卷四中的「開立圓術」：

置積尺數，以十六乘之，九而一，所得開立方除之，卽丸徑。

由於他是在作疏注，不須重列此一他要反駁的「術文」，因此，他隨即列出《九章》編者的論據：

為術者，蓋依周三徑一之率。令圓冪居方冪四分之三，圓困居立方亦四分之三。更令圓因為方率十二，為丸率九，丸居圓困又四分之三也。置四分自乘得十六分，三自乘得九，故丸居立方十六分之九也。故以十六乘積，九而一，得立方之積。丸徑與立方等，故開立方而除，得徑也。

然後轉入反駁：

然此意非也！

那麼，「何以驗之？」劉徽的方法如下：

取立方棋八枚，皆令立方一寸，積之為立方二寸。規之為圓困，徑二寸，高二寸。

又復橫視之，則其形有似牟合方蓋矣。八棋皆似陽馬，圓然也。按合蓋者，方率也。丸居其中，卽圓率也。謂夫圓因為方率，豈不闕哉？

於是，從對方論據的否定，而導出《九章算術》「開立圓術」為非的結論。

根據上述的排比，郭書春斷定：

這兩者格式的一致不是偶然的巧合，《論衡》在漢末、三國流傳開來，劉徽讀過《論衡》並受影響是情理中事。

不僅如此，郭書春還指出劉徽注《九章算術》的方法——「析理以辭，解體用圖」——深受魏晉思想界辯難之風的影響，具體例證是「析理」之說雖早見於先秦《莊子·天下篇》中的句子：「判天地之美，析萬物之理」，但到了魏晉時代興起辯難之風時，「析理」則出現了方法論的意義，例如他們都把「貴約」、「簡約」作為析理的原則，反對「多喻」、「遠引繁言」，而在知識的成長上主張「觸類而長」。此外，郭書春也發現劉徽的許多用語甚至句法，相當近似於魏晉嵇康、王弼與何晏等人，試看他的排比：

嵇康：「夫至物微妙，可以理知，難以目識。」（《養生論》）

劉徽：「數而求窮之者，謂以情推，不用籌算。」

王弼：「夫少者，多之所貴也；寡者，衆之所宗也。」（《周易略例·明象》）

王弼：「一，數之始而物之極也。」（《老子》注，三十九章）

劉徽：「少者多之始，一者數之母。」

何晏：「同類無遠而相應，異類無近而不相違。」（《列子·仲尼篇》）

劉徽：「數同類者無遠，數異類者無近。遠而通體知，雖異位而相從也；近而殊形知，雖同列而相違也。」

此處劉徽用句所指涉的，當然不會跟嵇康等人的意義完全相同；玄學家的辭句往往有的幾個

面向的涵蘊。但無論如何，「劉徽數學上的哲理與思想界的脈搏是合拍的，是思想界析理、追求理勝在數學研究中的反映。」郭書春的這一個論斷絕對是站得住腳的。

以上我們簡略地回顧了史家錢寶琮、郭書春在劉徽研究上的思想史取向，其中也湊合了我十幾年來獨自摸索的一點心得。不過，這樣的取向實在不是過去二十年內劉徽研究的主流。從六十年代迄今，劉徽注的數學理論探索以其獨特的魅力，而成爲中算史界的顯學，《九章算術與劉徽》（吳文俊編）和《九章算術及其劉徽注》（李繼閔著，1990）兩書所收編的相關論文目錄，誠然可以爲內在論取向劃下一個最漂亮的句點。如今，在數學史家、數學家開始擔心劉徽注的礦脈已被開挖殆盡時，《九章算術》及其劉徽注的出路和前景究竟在那裡？

其實，有沒有出路經常取決於能不能提出有意義的新問題來。然則，針對《九章算術》及其劉徽注，我們究竟可以問什麼樣的新問題？過去學界「人云亦云」的結果，總有人喜歡強調：中國傳統算學以實用爲依歸，主要原因是古代中國人欠缺「爲數學而數學」的精神。這種論調當然有一定的道理，因爲對比之下，《幾何原本》所代表的「假設—演繹」（*hypothetico-deductive*）風格，很有可能正是古希臘人「爲數學而數學」的熱情所促成的。然而，劉徽注研究成果清楚地顯示：劉徽是一位超越「實用」、「崇尚理證」的算學家。換句話說，內在論取向的研究在在可以證明他那一股「爲數學而數學」的精神。

不過，面對劉徽或數學史上像他一類的數學家，這不應該是歷史地解釋他們成就的終點。事實上，我們還可以進一步追問：劉徽證明的動機何在？這樣的問題絕對不是毫無意義，因爲希臘科學史就提供了一個比較史觀點。根據科學史家 G. E. R. Lloyd，希臘科學從來就沒有在道德上中立。對柏拉圖來說，天文學研究可以幫助人們規範心靈的脫序活動，而對亞

里斯多德來說，爲學的主要目的則是揭露事物的原因，而不應該只是爲研究而研究。顯然，「爲數學而數學」並不是希臘數學發展的唯一動力。

類比地，如果劉徽注不僅是「爲數學而數學」，那麼數學知識本身以外的因素，就很值得考慮了。就古希臘的哲學家如柏拉圖、亞里斯多德來說，數學是確定性知識的典範，爲了保障這種確定性（*certainty*），他們堅持數學概念必須是抽象的，而且推論形式必須是演繹法。從這樣一個比較史學觀點來看，劉徽演繹式證明的目的何在？他顯然是想藉此建立一些數學理論（如面積、體積等等）體系，但這些體系建立好了之後，對他又具備了什麼樣的意義呢？他可曾意識到數學知識的確定性及其意義？或者說，數學知識在他那個時代的學術地位爲何？他究竟如何對待自己的數學成就？正如前文所說的，劉徽注反映了魏晉思想界析理、追求理勝的辯難學風，而且玄學家爲求「理」而求「理」，也的確把學術思想帶向一個新的、形而上的境界，然而，無論他們追求根本原理或最勝義，好像一切都無關數學，因此，劉徽在《九章算術》注序中所說的「當今好之者寡，故世雖多通才達學，而未必能綜於此耳。」應該是忠實的寫照。在這種情形下，劉徽《九章算術》注序開宗明義所說：

昔在包羲氏始畫八卦，以通神明之德，以類萬物之情，作九九之術以合六爻之變。暨於黃帝神而化之，引而伸之，於是建曆紀，協律呂，用稽道原，然後兩儀四象精微之氣可得而效焉。

究竟是當時學界的一種著述習慣？或是別有所指？換句話說，數學對時人而言，除了可以建曆紀、協律呂之外，還可以「用稽道源，然後兩儀四象精微之氣可得而效焉」，這到底有沒有特別的用意呢？

此外，據郭書春的研究，劉徽是公元第三世紀二十年後期或其後出生於今山東地區，生前沒有爵位。在這樣的背景下，他的《九章

算術》注得以流傳下來，究竟又憑藉了什麼樣的歷史因素？是不是魏晉玄學比起兩漢經學乃至先秦哲學，提供了更有利的學術環境？與此息息相關的，我們還可以進一步追問：數學這種知識實體是不是在這三個時代裡擁有不同層次的學術地位？最後這個問題把時間因素限定一下，也同樣適用於《九章算術》。

針對《九章算術》的編寫，我們完全同意它充分地反映了周、秦所發展的數學水平。然而，假使許商、杜忠確曾在它形成定本之前扮演了緊要角色，那麼，他們究竟基於什麼目的而寫？他們又爲了那些讀者而寫？相較於北周甄鸞的《五曹算術》，《九章算術》的高水準簡直無法想像。在這種情況下，《九章算術》又是如何流傳到一介布衣劉徽手上？

所有這些問題，都可以同時納入數學社會史（social history of mathematics）的研究取向來加以考察。由於這種取向以知識社會學（sociology of knowledge）爲前提，因此，我們不僅可以研究《九章算術》的理論結構和實用性格，同時也應該探討它們之間的互動關係；對劉徽研究而言，我們不僅應該繼續關懷文化史、思想史上的劉徽，而且也必須重視劉徽數學和劉徽社會地位的關聯。當然，所有這些研究，仍然都必須以內在論取向的「理性重建」爲基礎。

總之，我們深信：一旦採取了社會史的研究取向，九十年代必定仍然是《九章算術》及其劉徽注的黃金時代。但願我在參與道本周主持的英譯《算經十書》（其他參與者爲杜石然、郭書春、劉鈍與藍麗容）過程中，能爲這樣的一個研究方向，略盡棉薄之力。

## 參考文獻

1. 李繼閔，〈《九章算術》及其劉徽注研究〉，陝西人民教育出版社，1990。
2. 吳文俊編，《九章算術與劉徽》，北京師範

大學出版社，1982。

3. 洪萬生，〈割圓術始末〉，刊《數學傳播》三卷二期，1981。
4. 洪萬生，〈中國古代的幾何學〉，刊《科學月刊》十二卷八期，1981。
5. 洪萬生，〈重視證明的時代——魏晉南北朝的科技〉，收入《格物與成器》，台北聯經，1982。
6. 洪萬生，〈因物成率·審辨名分——試論中算史研究的幾個大方向〉，收入洪萬生《從李約瑟出發》，台北九章，1985。
7. 錢寶琮，《中國算學史上卷》，中央研究院史語所，1932。
8. 錢寶琮，《中國數學史》，北京科學出版社，1964。
9. 錢寶琮，《錢寶琮科學史論文選集》，北京科學出版社，1983。
10. 郭書春，〈劉徽的面積理論〉，刊《遼寧師範學院學報》，1983。
11. 郭書春，〈劉徽《九章算術注》中的定義及演繹邏輯試析〉，刊《自然科學史研究》，1983。
12. 郭書春，〈劉徽的極限理論〉，刊《科學史集刊》11期，1984。
13. 郭書春，〈劉徽的體積理論〉，刊《科學史集刊》11期。
14. 郭書春，《九章算術匯校本》，遼寧教育出版社，1991。
15. G. E. R. Lloyd, *Early Greek Science: Thales to Aristotle*, New York: Norton, 1970.
16. G. E. R. Lloyd, *Greek Science After Aristotle*. New York: Norton, 1973.
17. Donald Wagner, "An Early Derivation of the Volume of a Pyramid: Liu Hui, Third Century A.D.," *Historia Mathematica* Vol. 6 (1979), 164~188.