

高科技對學校數學 教學的衝擊(下)

黃毅英

數學功能軟體

對於一些輔助學生之數學軟體，當然能做到將題目細分循序漸進之效。但亦有人指出這些軟體恰似將課本與題目輸入電腦，逐步在屏幕上顯出罷了。不過，電腦特有能以顏色顯出某部份、重看上一步等功能亦總算比光看課本的好。於是，有人便轉向一些本具數學功能之軟體。

12.數學電腦輔助設計(Math CAD)

一般數學功能軟體，如「數學電腦輔助設計」、「數學實驗室」(Math Lab)、「蓮花」(Lotus)等均具備以下功能：

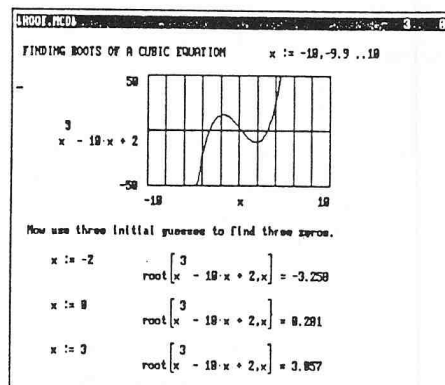
- 一、方程數值解；
- 二、從 $y=f(x)$ 繪出曲線並可旋轉、拉入拉出等；
- 三、極坐標、對數比例等之曲線繪圖；
- 四、矩陣運算、逆矩陣；
- 五、矩陣之正交化、特徵值；
- 六、行列式；
- 七、統計量之計算及繪各種統計圖形；

- 八、線性迴歸分析與內插法；
 - 九、找出最佳擬合曲線；
- 等(亦包括複數在內)(圖十六)。

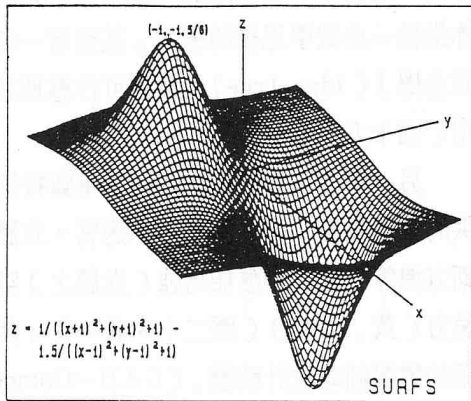
13.數學效能(Math Utility)軟體系列

「數學效能」軟體系列包括了

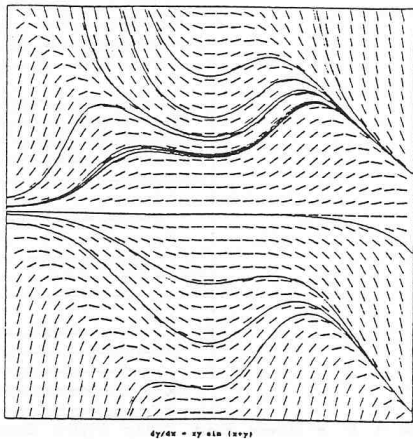
- 一、「曲線」(Curves):繪出 $y=f(x)$ 之曲線；
- 二、「曲面」(Surfs):繪出 $z=f(x,y)$ 之曲面；
- 三、「微分」(Diffs):繪出一階常微分方程 $y=f'(x,y)$ 的場(field)；
- 四、「數據曲面」(Datasurf):從數據表繪出立體統計曲面；(圖十七)。



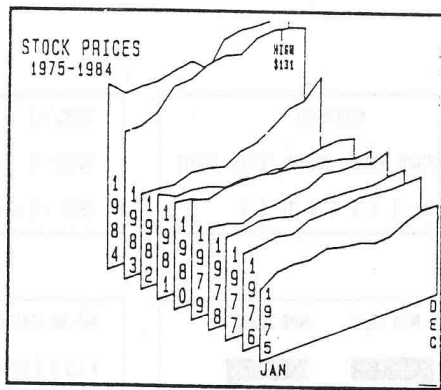
圖十六 「數學電腦輔助設計」



(a) 「曲面」



(b) 「微分」



(c) 「數據曲面」

圖十七 「數學效能」

14. 推演 (Derive)

對於以上的運算，大部份軟體均只能作數值之處理。例如只能算出

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$$

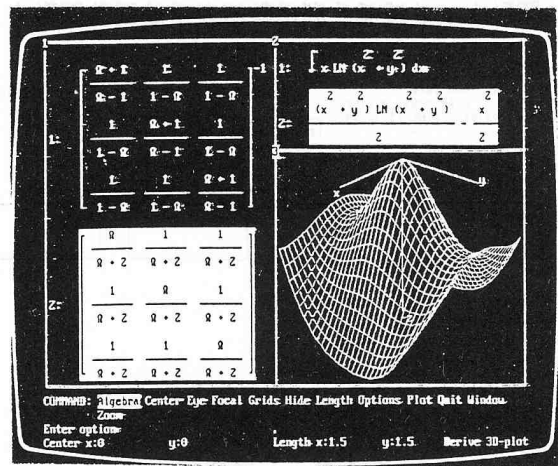
之逆或計算數值積分

$$\int_0^1 x^2 dx .$$

可是最近面世的「推演 (Derive)」軟體，突破了這個數值的大關。這個軟件可在極短時間作以下運算：

- 一、因式分解及展開 (包括解一至二次方程)；
- 二、部份分數分解；
- 三、代入特定數值；
- 四、解聯立方程；
- 五、解不等式；
- 六、繪曲線和曲面、包括極坐標；
- 七、求極限；
- 八、微分；
- 九、積分；
- 十、求數列之和與積；
- 十一、矩陣運算、逆矩陣；
- 十二、特徵值；
- 十三、向量的微分與積分；

等，還包括二十個效能檔 (Utility File) 及可用作程式設計。而以上的功能均為符號運算而非數值運算。它更無須硬碟，所佔的容量少於 360 K！價錢則在美金二百五十元左右，並不算太貴。(圖十八)



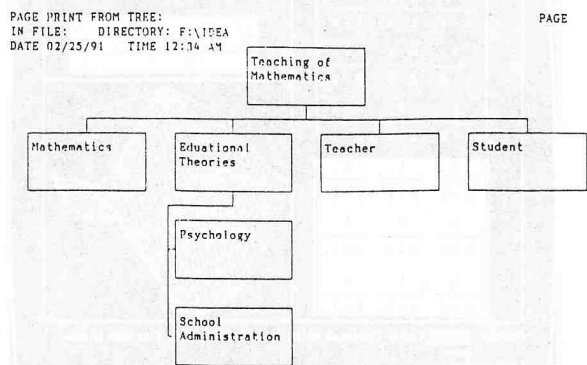
圖十八 「推演」

在中學階段教授數學的其中一個主要原因乃由於我們身處於科技的世界，故須為學生將來會用到的數學作準備 (Cockroft, 1983)。但有了這類軟體，大部份學生將來所需的數學都包括了，我們可以問，他們還需學些甚麼數學呢？

其他軟體

私人電腦軟件發展之迅速，不只能取代過往許多人的工作，更能為人所不能為。以文書處理為例，通行的軟體能作一般的編輯、搜尋、代換、剪貼、編字彙、目錄等，並與其他軟件（如繪圖軟體）配合作「桌面編輯」。一些文書處理軟體亦包含大部份數學符號，並按照數學運算次序（如先乘或除、後加或減等）在螢幕上顯示程式，而螢幕的顯示與將來印出的根本並無分別（包括上下標等）。

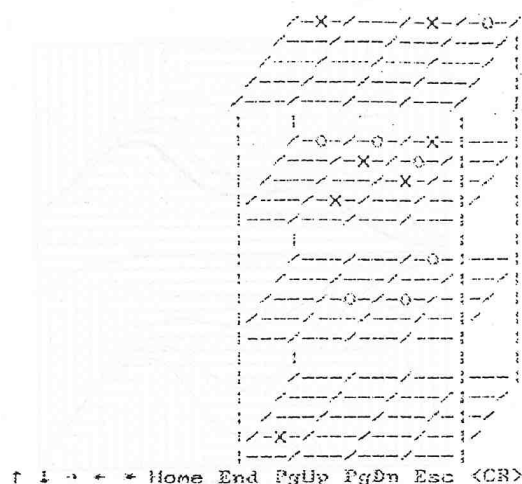
當然，以上只討論了一些現成之電腦軟體，我們亦可利用簡單的電腦程式探討數學規律。例如計算序列的前數千項以對其極限作出估計，又或用繪圖軟體搜尋方程之根的大約位置等。NCTM(1989)便提出於第9-12級（高中）加強「利用電腦為基礎的方法如連續近似及繪圖效能等作解方程和不等式」；在幾何方面，加強「以電腦為基礎方法探索二維及三維圖形」；並減低「利用數值表手繪函數圖形」



圖十九 「意念樹」

。電腦之排序、區間設立、段落對換與刪除等亦提供一些數學思維的模式。甚至有一名為「意念樹」(Idea tree)的軟體可作整理意念之用(圖十九)。

另一類的電腦遊戲是利用了電腦特別能提供的立體效果，如立體井棋、迷宮、立體俄羅斯方塊等，玩耍時應能增強（立體之）空間想像力（黃，1991）（圖二十、廿一）。此外專業的電腦輔助設計軟體，(CAD-Computer Assisted Design)如「三維電腦輔助設計」



圖二十 立體井棋

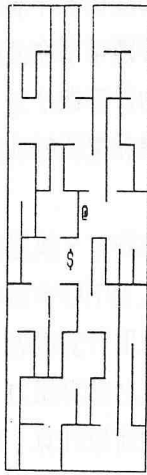
MATH MAZE!	
(G)O (M)ATH (T)AKE (D)ROP (B)OMB (Q)UIT	
INVENTORY: 3 4 6 6 8 31 8 8	

LEVEL - 1
MOVES - 0
CASH - 0 of 8

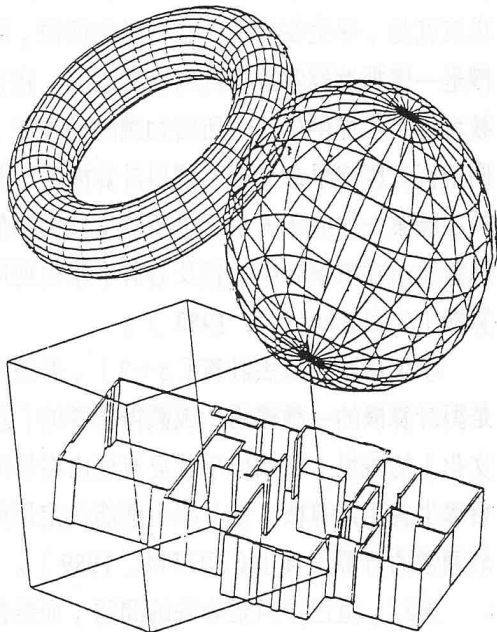
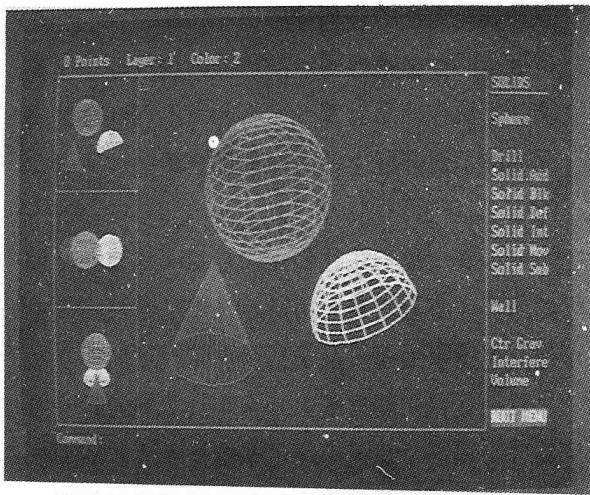
ROOM (2,9)	HOME SQUARE
OPEN	OPEN
OPEN	X OPEN
OPEN	OPEN

MAP AND CONTENTS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9	..X

Hit any key after viewing the MAZE..



圖廿一 迷宮



圖廿二 「三維電腦輔助設計」

(CAD - 3D)(圖廿二)等能在螢幕上將平面形狀轉動變成立體，依某角度旋轉、拉入拉出，並看其透視圖與各方向之投影等，對增強立體結構的認識亦有一定之裨益。

袋裝電子計算機

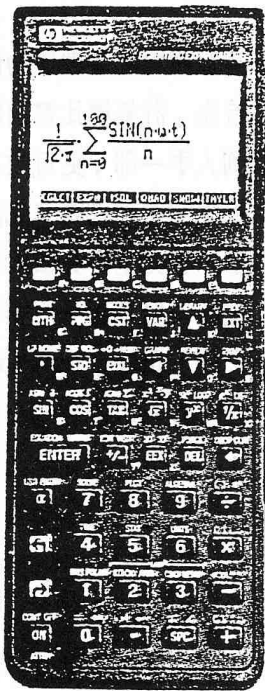
袋裝電子計算機對課堂教學的衝擊可能要比電腦還大。首先，計算機比電腦廉宜得多，而其體積能做到人手一部，更可放在書包裡、筆袋內。學生可以隨便帶進課室和試場。教師若想利用作教學，也完全不必改動班房的任何設計。再者，電腦一般均要利用家電，縱有手提電腦(所謂「腿上電腦」lap-top computers)之面世，可以利用乾電池，但現時一般只可連續工作1-2小時左右。現況而言，計算機對於課堂之可用性，是電腦所無法取代的(Cheung, 1986)。

在功能而言，計算機自然不及電腦之大。但若局限於中學數學的層面，計算機也能發揮不少的功能。按照香港考試局1990年的頒佈，容許帶進試場最大功能的計算機為Hewlett-Pactard的HP-22S。它不只有常見的三角、反三角、冪、對數等函數和統計量與線性迴歸計算，還可書寫及貯存多至一百行之程式，而本身亦有一些內置程式，如方程數值根、數值積分、 3×3 逆矩陣、二次方程解等。在通行的教科書裡亦會有一些篇幅講述計算機的運用，而起年亦有用計算機數學遊戲的出現(林, 1987; Chan, 1981)。

1991年，香港考試局再放寬規定，容許攜帶卡西歐(Casio)FX-5000F，其中內置有128數學統計及物理公式，每條公式均可在螢幕用字母顯示，還可以輸入多達六百行的程式，又可輸入A至Z所有英文字母，帶來了一些震撼和爭議。

然而市面流通之計算機的功能更遠超於此

繪圖計算機也日漸普遍，它們有著把函數的曲線繪出的功能。這不只對搜尋方程的根和解不等式等有很大的幫助，且能提供一圖像性的思考方式。而現時亦開始有計算機有透光螢幕，可直接放在高映機投到銀幕上，大大協助了教學的推行。電腦雖亦有類似的介面設備，但就價格而言，距離在可於課室運用的情況頗遠。



圖廿三 HP 48-SX型號計算機

至於數值運算之突破，Hewlett-Packard亦有袋裝電子繪圖計算機之面世（48-SX）。它能解方程、計算符號微分等，價格在港幣二千元以下，總不算太貴（圖廿三）。至於這些符號運算的計算機，以至可輸入程序和繪圖計算機會否進一步發展和普及，帶來課堂教學上的另一次反思，則要看日後的發展了。

電腦及計算機帶來的衝擊

關於電腦及計算機對學校數學教學帶來的衝擊，我們的討論可有三個層面。一、在現行情況（依現時公開試的規定）下，我們如何能

更善用計算機協助教學。特別地，我們以何決定於那些班級，在那些情況下容許學生使用計算機？二、我們是否應爭取在公開試中可用更多（或更少）類型的計算機？三、撤除考試的規定，如何以計算機和電腦輔助教學達致前所不能的效果？

至於在何班級方許可、鼓勵或教導學生應用計算機，Cheung(1979)中曾有談及。堅持不於較早時容許學生用計算機者，不少認為濫用計算機會削弱學生之計算能力。並有指出直接如「5+7」一類的簡單計算，學生也會毫不考慮的按鍵。Cockroft(1983)中指出：「從所有研究的證據均顯示計算機運用並未做成基本計算能力上的任何壞影響。」NCTM(1989)也指出「並無證據顯示計算機的提供使學生倚賴計算機作簡單計算。」鄭和黃(1989)的研究亦顯示計算機之運用與數學成績並無顯著相關。

再者，以前往往強調的心算、速算法，就如珠算、查對數表、用計算尺等，教授這些技能及規定學生運用又是否還有時代意義呢？如果我們從另一個角度看，現時計算機通行和價格普及程度，遠遠超越了學校是否容許這個規範。儘管學校不容許學生在功課使用計算機，現實就是，學生在家中，在日常生活裡，計算機是一樣那麼經常接觸到的計算工具，在普及教育為學生提供生活上所需知識的前提下，我們是否更應儘早教導學生運用計算機呢？「由於在職業上與成年人生活之所需，我們相信有絕對理由在數學課中教授及容許中學生運用計算機」（Cockroft, 1983）。

學生用計算機去計算「5+7」，若被認為是對計算機的一種濫用，或懶得思考的「按鍵文化」的表現，我們似乎就更有理由在早期教會學生善用計算機，使「學生應能決定用何種最適當的計算工具」（NCTM, 1989）。

所以，這已不只是容許的問題，而是教導的問題。反正如果不在初中教學生運用，就只

會出現學生運用計算機的知識（就如現在有關兩性、環保等許多知識）主要來自校外的現象。

現時香港仍有些學校不容許初中學生運用計算機，恐怕是沿習自當年尚有初中評核試的年代。因為初中評核試是不准攜帶計算機進入試場。同樣地，現時香港的大部份中學只容許學生用普通科學用途計算機，而不准用繪圖計算機，也只不過是向公開試的規則馬首是瞻，所以我們才有「若容許有較大功能的計算機，還可設些甚麼題目？」、「現時所設的題目縱無計算機亦不難算出」等之爭論。這恐怕是以考試領導課程和教學本末倒置的普遍現象。我們又可否嘗試反過來，探討我們現時學校數學教育之目的，才依此目的去考慮用甚麼方式去評核呢？

NCTM(1989)便提出自幼兒院開始，即應提供學童適當的計算機，課程亦應因此改寫而修訂；Cockroft(1983)則提議最遲在1985年之前要提供每個學生一部計算機。Shumway(1989)並謂「所有數學教授，學習及測試應按當時最大功能計算機作準。」

不過，Cockroft(1983)中云：「我們欲強調，有了計算機絕不減低認識數學之需要。」NCTM(1989)亦有類似之說。National Research Council(1989)提出「由於袋裝計算機之容易獲得，小學數學之目的即轉為建立學生之數字感(Number Sense)」。(文內續談中學數學之主要目的為建立「符號感」Symbol Sense)。在該文中列舉了七個學校數學轉變的方向，其中第六項即為：「數學教學由著重筆算轉到盡量應用計算機和電腦。」

Shumway(1989)則指出：「隨著科技的發展，計算數學的份量必須減輕而加強數學概念。為了教授數學概念，教師必先學習概念。為了能有效的應用科技，教師亦必先學習利用科技做數學。」文中更提出「現存課程的大部份應被刪除」。Howson和Wilson(1986)亦提出在這種情況下，統計教學應完全改觀，而

幾何級數、指數、無窮級數與階乘(factorial)的學習更為容易；迭代(Iteration)變成了簡單直接的運算，而連一向被忽略的連分數更隨時可得到學習。

至於繪圖計算機，除了不少文獻指出應盡量加以運用而避免將函數曲線用逐點方法繪之外(NCTM, 1989), Phillips(1989)更指出繪圖計算機(及繪圖電腦軟體)「開啓了利用視覺與圖像的方法溝通數學的可能性。」文內續指出：「於數學裡，運用視覺與圖像思考一向被認為不比以符號思考的重要。這可能因為視覺的思考方式比符號方式較難與別人溝通。」Demana和Waits(1990)亦形容將數學變得「高度互動和賦有視感。」

計算機協助教學自然比電腦有較強之處，Barrett和Goebel(1990)中云「微型電腦沒有帶來預期之衝擊，似乎有兩個主要因素。首先，不少學校都不能做到每個課室一部電腦；其次，對於課室有電腦的教師則於決定電腦在課堂的角色遭遇困難。」縱然如此，電腦協助教學的功能和給出之視感，比計算機有過之而無不及。

NCTM(1989)中亦稱「電腦的能力令其亦應運用於數學課程中。電腦語言本身具有幾何本質而能令年輕學生熟習於幾何理念。電腦模擬的一些數學理念，如模型設立、數字重新命名，乃協助學童認識數學主要特色的重要工具，很多軟體則能提供有趣的解難處境與應用。」故提出每個班房均須設有電腦、每個學生均有應用電腦的機會及學習電腦作為資訊處理、運算和解難的工具。

有了電腦的提供，不少以前難以教授的課題，如規則算法(Algorithm)、離散數學、符號運算均可輕易引入學校數學中(Howson和Wilson, 1986)。故該文建議學校裡應設立數學實驗室讓師生盡用電腦。

不過，用中文寫的教學軟體似乎仍不算多，切合港台學校環境的教學軟體之出現就只有

得於該方面的設計者了。

參考文獻

1. 林苑明(譯)(1987)《有趣的數學遊戲》
台灣：銀禾文化事業有限公司。
2. 黃毅英(1991) 立體數學遊戲與空間想像
力之訓練，《數學傳播》十四卷二期。
3. 遠山啓·銀林浩(1971)《水道方式入門》
日本東京：國土社。
4. 鄭肇楨·黃毅英(1991) 數學學習習慣和成績
、父母學歷、居住面積、及父母與本身
期望的關係，《教育研究學報》六卷。
5. Barret, G. & Goebel, J. (1990). The
impact of graphing calculators on
the teaching and learning of mathema-
tics, in : Coorey, T.J. & Hirsch, C.R.
(ed.) *Teaching and Learning Mathe-
matics in the 1990s*. U.S. : National
Council of Teachers of Mathematics.
6. Chan, L.H. (1981). Games and puzzles
of calculators, *Mathematics Bulletin*,
1. 13-17.
7. Cheung, Y.L. (1979). *Using the Mini-
calculator in the Mathematics Class-
room: Why, How, What and When?*
Hong Kong : Canotta Publishing Co.
8. Cheung, Y.L. (1986). Pocket cal-
culators vs microcomputers,
Mathematics Bulletin, 12. 38-39.
9. Cockroft, W.H. (ed.) (1983). *Mathema-
tics Counts*, England : H.M.S.O.
10. Demana, F. & Waits. B.K. (1990).
Enhancing mathematics teaching and
learning through technology, in :
Coorey, T.J. & Hirsch, C.R. (ed.)
*Teaching and Learning Mathematics
in the 1990s*, U.S. : National Council
of Teachers of Mathematics.
11. Howson, G. & Wilson, B. (ed.) (1986).
School Mathematics in the 1990s, Ca-
mbridge University Press, England.
12. National Council of Teachers of
Mathematics (1989). *Curriculum and
Evaluation Standards For School
Mathematics*. U.S.: National Council
of Teachers of Mathematics.
13. National Research Council (1989).
Everybody Counts. U.S.: National
Academy Press.
14. Phillips, R.J. (1989). Information tech-
nology opens up possibilities for more
graphical ways to think mathemati-
cally, in: Malone, J., Burkhardt, H.,
& Keitel, C. (ed.) *The Mathematics
Curriculum Towards the Year 2000*,
Australia : Curtin University of Tech-
nology.
15. Shumway, R.J. (1989). The new cal-
culators, some possible implications,
in : Malone, J., Burkhardt, H., &
Keitel, C. (ed.) *The Mathematics Curri-
culum Towards the Year 2000*, Aus-
tralia : Curtin University of Tech-
nology.

—本文作者任教於香港中文大學教育學院—