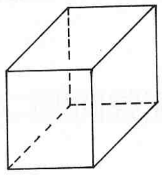
上期徵答問題解答

15301　六面體配號問題(一)



優勝名單：

優良：陳啓良（僑忠國小）

參考答案：（張國男提供）

在解題過程中，提及四邊形區域時，均指六面體外表原有之四邊形區域，先此敍明。

任一解經適當變換，均可產生48個解（包括該解在內），說明如下：

設ㄅ爲已予任一解，而ㄆ爲該六面體之一個複製品，其頂點猶待配號。注意ㄅ中經過1之三條稜，設此三條稜之四個端點所配之號數爲A，B，C與D，其中$A=1$。首先，可將A配予ㄆ中任一頂點，故A之配點法共有8種。若A配予ㄆ中之頂點甲，而ㄆ中經過甲之三條稜之四個端點爲甲，乙，丙與丁，則可將B，C與D配予乙，丙與丁，但順序不拘，故B，C，D之配點法共有6種，遂知A，B，C與D之配點法共有48種。A，B，C與D配定於ㄆ後，可將ㄅ中經過A，B，C之四邊形區域另一頂點之號數配予ㄆ中經過A，B，C之四邊形區域之另一頂點，再將ㄅ中經過A，B，D之四邊形區域另一頂點之號數配予ㄆ中經過A，B，D之四邊形區域之另一頂點，更將ㄅ中經過A，C，D之四邊形區域另一頂點之號數配予ㄆ中經過A，C，D之四邊形區域之另一頂點，最後將所剩之唯一號數配予ㄆ中所剩之唯一頂點。由是可知：任一解經如此變換，均可產生48個解（包括該解在內）；如此48個解，可併爲一類。爲方便計，對於同一類48個解，以下均僅列出一解以爲代表。（附記：顯然可知任一解之四邊形區域四頂點之號數和均爲18，故若某解中經過1之三條稜之四個端點所配之四個號數，與另一解中經過1之三條稜之四個端點所配之四個號數完全相同，則此二解同屬一類；否則分屬二類。）

此後，對於四數組，均限定其數全異，且由小而大排之。

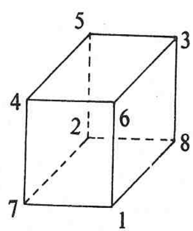
因任一解之四邊形區域四頂點之號數和均爲18，故任一解中經過1之三個四邊形區域三組頂點

可配之四數組必為(1,2,7,8),(1,3,6,8),(1,4,5,8)與(1,4,6,7)中之三個。但因前三個四數組均含有1及8,故不得配以此三個四數組,遂知僅有下列三種可能情形:

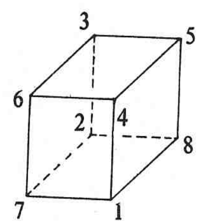
㈠若經過1之三個四邊形區域三組頂點所配之四數組為(1,2,7,8),(1,3,6,8)與(1,4,6,7),則可得圖一(為代表)。

㈡若經過1之三個四邊形區域三組頂點所配之四數組為(1,2,7,8),(1,4,5,8)與(1,4,6,7),則可得圖二(為代表)。

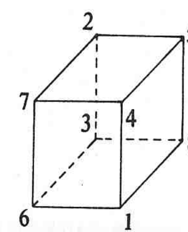
㈢若經過1之三個四邊形區域三組頂點所配之四數組為(1,3,6,8),(1,4,5,8)與(1,4,6,7),則可得圖三(為代表)。



圖一



圖二



圖三

綜上所論,遂知共有144種配號法。