

# 從聯考數學科命題談

## 如何準備大學聯考

王秋夫

每年聯考落幕前，筆者總愛提筆寫些老生常談之事，喚起教育當局和讀者之共識，今年本想封筆，然在一種對教育改革充滿信心和衝動之下，提起勇氣執筆草此。

一、首先就今年數學試題談起，值得歌頌的是社會組之試題，在許多教授和全體中學老師的共識之下，近二年來社會組之命題可圈可點，不僅提升了學生之成績，也提升了在校生學習數學之興趣。其特點如下：

1. 選擇題部分，全改為單一選擇題，降低了數學之難度。
2. 試題之配置各冊非常平均，且符合心理學之原則由淺入深排列，使學生免除恐懼與失措感。
3. 強調基本觀念之了解與否，沒有很艱深之考題。
4. 計算不繁，且整合型題不多，考生很容易得分。
5. 鑑別力高，各層次之考生，可明瞭地劃分出來。

而今年之自然組命題，大概是在毛部長要求降低試題難度和國家考試中心要求命題正常化聲中之一大諷刺。憑良心說，以整合觀點言之，今年自然組之試題是歷年來整合型命題中最漂亮和叫好之一份試題，命題教授很苦心地將數學觀念組合起來，出現了這樣一份軟中帶

硬之考題。可很清楚地甄別中上程度之學生，但對中下之學生甄別度相信是很低的。試題難度筆者以為是太深了一點。其特點如下：

1. 選擇題改為單一選擇題，再度以題組型式出現，難度大增，且計算繁複，不易得分。
2. 題型新穎，計算繁複，整合漂亮且難度加深。
3. 各冊分佈不均，偏重第三冊及理科數學，跳級考之資優生恐不易拿高分。
4. 填充題計算太繁，難度亦高，甄別度不高。
5. 計算題三，73年度曾考過一次，而求中點弦方程式之快速求法，中學教材又沒有，相對之下，用普通方法計算列式比較麻煩。
6. 計算四，型態上課本無此整合觀念，考生不懂者很難下手。
7. 考題之配置，沒有按照心理學之原則編排，程度不好者幾乎題題碰壁，可能被三振出局者會很多。

綜觀今年之數學試題，命題教授之用心，可圈可點，強調基本觀念及其整合，計算能力之提升，和考古題之減少，在在顯示出命題改革之決心和信心，筆者很欣慰地說這是改革聲中很值得稱讚之一份成功之考題，只是希望自然組試題難度不要再加深了。

二、如何準備大專聯考：準備聯考是件苦差事，筆者根據近三年來之聯考試題作統計分

析，赫然發現教授們命題之新趨勢。即教授們常考某一單元，且將該單元中書中介紹之重要概念，分年逐次考完，然後再重複出現考重要之部分或跳到他章再考。您可參考下面例證：相信您會發現一猜中明年聯考命題趨勢之一新的途徑。

1. 從新教材考的第一年(76)試題歸類：76年直線這一章共考了三題如下：

(1) 若直線  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ x = 1 + 3t \end{cases} (t \in R)$  與  $y$  軸夾角為  $\theta$ ，則  $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_ (76 社)。

(2) 設  $a, b, c$  為互質之三整數，且  $a > 0$ ，若直線  $ax + by + c = 0$  與直線  $y + 3x = 0$  平行，且經過兩直線  $2x - 3y = 1$  與  $3x + 2y = 2$  之交點，求  $a, b, c$  之值。(76 夜自)

(3) 設  $A(-3, 3), B(0, 0)$  及  $C(c_1, c_2)$  為正三角形  $ABC$  之三頂點，其中  $c_2 > 0$ ，則  
 ①  $\angle ACB$  之平分線的斜率為何？  
 ②  $\Delta ABC$  之面積。  
 ③  $C(c_1, c_2)$  之縱坐標  $c_2$ 。  
 ④ 若  $G$  為  $\Delta ABC$  之重心，求  $G$  之坐標。(76 夜社)

從 76 年之考題深思在直線這一章中，課本共介紹了那幾個概念，將其逐一列出：計有  
 ① 直線的斜率，  
 ② 直線的類型，  
 ③ 平行與垂直的關係，  
 ④ 三角形之面積，  
 ⑤ 五心問題，  
 ⑥ 二元一次不等式與線性規劃，  
 ⑦ 點到直線之距離與點對直線成對稱問題，  
 ⑧ 平分角線，  
 ⑨ 二直線交角，  
 ⑩ 直線系等。

2. 從而研判考題趨勢，從 75 年剛考過線性規劃，故 77 年要準備時可從 ⑤ ⑥ ⑦ 著手即可，請看下面例證：

(1) 平面上三直線  $L_1: 5x - y + 5 = 0, L_2: y = x - 3, L_3: 3y + 5x - 15 = 0$ ，圍成一三角形，設此三角形之垂心坐標為  $(a, b)$  求  $a, b$ 。(77 社)

(2) 在  $y \leq 2, 2x - y \geq 0, x + y \geq 0$ ，及  $5x - y \leq 18$  之條件下函數  $x - 2y$  之極大值為何？(77 社)

(3) 已知  $A(1, -1)$  與  $B(3, 2)$ ，為直線

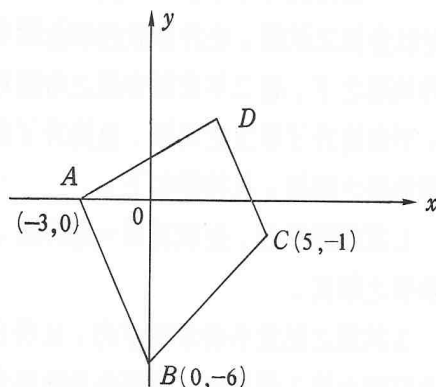
$L: 2x - y + 1 = 0$  外同側二點，若  $P(a, b)$  為  $L$  上一點，且與  $A, B$  二點距離之和為  $\overline{PA} - \overline{PB}$  為最短，求  $a, b$ 。(77 夜自)

(4) 考慮滿足下列兩個條件之二位數  
 ① 個位數字的 2 倍減去十位數字的差大於 2。  
 ② 十位數字的 3 倍與個位數字的和小於 23，則其中最大的一個二位數為何？(78 社)

3. 由此觀之，直線這一章幾乎是社會組年年考之主題，而自然組甚少考此，但線性規劃及五心問題自然組還沒考要特別注意。請看下列例證：

(1) 設直線  $L_1$  之方程式為  $5x - 12y - 2 = 0$ ， $L_2$  之方程式為  $4x + 3y + 11 = 0$ ，  
 ① 求  $L_1$  及  $L_2$  之交點坐標  
 ②  $L_1$  與  $L_2$  之交角平分線方程式。(79 社)

(2) 如圖  $ABCD$  為梯形， $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AD}$  交



$y$  軸於  $S$ ， $CD$  交  $x$  軸於  $T$ ，已知三頂點  $A(-3, 0), B(0, 6)$  及  $C(5, -1)$ ，求頂點  $D$  之坐標，求  $\Delta DST$  之面積。(80 社)

聰明的讀者只要您能善用此法，將各科聯考命題之重點做如上之分析和整理，必可發覺聯考將會考什麼？在準備上就可省去很多不必要之教材和時間，而收事半功倍之功效。

其次為精研考古題，常常很多同學問我什麼叫好題目？我的回答是大專聯考會考的就是好題目，很多人不相信每年聯考都出現了大量之考古題之整合。同學除了平時應腳踏實地學數學外，不妨把過去考題之相對觀念，確實弄

清楚其來龍去脈，必可在聯考中得高分。請看下列考古題之例證：

1. 已知橢圓  $4x^2 - 4x + y^2 - 3 = 0$  之一弦，其中點坐標為  $(1, 1)$  求包含此弦之直線。(80 自證明(三))

(1) 兩端點在一橢圓上之線段稱為該橢圓的弦，在橢圓  $25x^2 + 4y^2 = 100$  之弦中，以點  $(1, -4)$  為中點之弦方程式為何？(73 自)

(2) 過點  $(3, -2)$ ，作拋物線  $y^2 = 4ax$  之弦，求諸弦中點之軌跡？(64 夜自)

2. 設  $f(x) = 5x^5 + 6x^4 - 13x^3 + 8x^2 + 3x - 10$ ， $g(x) = 5x^5 + 16x^4 - x^3 - 28x^2 - 3x + 10$ ，試找出  $f(x) = 0$  與  $g(x) = 0$  兩方程式所有共同實根的位置，它們分別是在那兩個相鄰整數之間。(80 自證明(二))

(1) 設  $k \in R$ ， $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ ， $g(x) = x^3 + k^2x^2 + 2kx - 16$  有二次最大公因式  $H(x)$  時求  $H(x)$  及  $k$  之值。(72 社)

(2) 已知三次方程式  $4x^3 - 20x^2 - 29x - 25 = 0$  在兩個連續正整數  $n$  與  $n + 1$  之間有一個根，求  $n$ 。(78 社)

(3) 設  $P(x)$  為  $x^3 + 5x^2 - 18x - 18$  與  $x^4 + 7x^3 + 10x + 12$  的最高公因式，且知其最高次項的係數為 1，求  $P(x)$ 。

3. 將 333333 因數分解得標準分解式為何？(80 社填充 1)

(1) 下列那些數是 9 之倍數？(A) 247023846 (B)  $645 \times 7329$  (C)  $3^{101}$  (D)  $986^3 + 814^3$  (E)  $10^{90} + 1$ 。(79 社)

(2) 3850 之正因數個數有幾個？(61 自)

4. 設  $f(x) = \cos^2 x + \frac{1}{2} \sin x - 1$ ，求  $f(x)$

之最大值。(80 社 3)

(1) 函數  $f(t) = \sin^2 2t - 3 \cos^2 t$ ，在  $0 \leq t \leq 2\pi$  之範圍內求其最大值為何？(78 自)

5. 已知雙曲線方程式為  $9x^2 - 4y^2 + 18x + 12y - 144 = 0$ ，其中心坐標為何？且其兩條漸近線方程式為何？(80 社 6)

(1) 二次曲線  $4x^2 - 16y^2 + 4x + 16y + 1 = 0$  之中心為  $(p, q)$ ，離心率為  $r$ ，兩準線之方程式之截距分別為  $\alpha, \beta$ ，求  $p, q, r, \alpha, \beta$ 。(67 自)

6. 設一袋中裝有 1 個 1 號球，2 個 2 號球，……  $n$  個  $n$  號球，…… 25 個 25 號球， $1 \leq n \leq 25$ ，現自袋中任取一球，設每一個球被取到的機會都相等，而取得  $n$  號球可得  $(100 - n)$  元，則取到 19 號球之機率為何？而任取一球之期望值為何？(80 年社 8)

(1) 袋中有 1 號籤 1 支，2 號籤 2 支，3 號籤 3 支，……  $n$  號籤  $n$  支，今任抽一支，若抽得  $r$  號籤可得  $r$  元，問由袋中任抽一支之期望值為多少元？(64 夜自)

由上觀之考古題還是佔了相當的比例，今年聯考命題教授已很努力地想走出考古題及參考書題型之行列，考古題之銳減，意味著新題型和整合型將會是今後聯考命題之趨勢，同學們要把課本之定義定理之來龍去脈弄清楚，舉一反三，定可在聯考中得高分。先預祝您們之勝利成功。

—— 本文作者任教於嘉義高中 ——