

輔導學生參加APMO競試

的歷程與感想

徐正梅

今年3月15日我國首次參加APMO競試，團體成績在參賽12國中榮居第2名，平均分數與摘冠的南韓隊僅差0.5分，勝過已加入IMO競試的加拿大、澳洲、新加坡、香港……這是一件令人振奮的事！

早在1月中旬，學校接到一則通函——中華民國參加1991年亞太地區數學國際奧林匹克競賽計劃，承辦單位是國立台灣師範大學數學系。計劃中規定參加競試學生的資格，並且要求參賽學生一律參加2月7日～9日在師大分部的講習會，主要目的是協助學生了解APMO競試的規則及命題趨向，並加強數學的

解題能力，增進數學教師輔導資優生的技能。

講習會

2月7日我以數學輔導老師的身份，拾著行李陪11名建中學生到師大報到，一起住進宿舍。校園寬廣，綠樹成蔭，離開家居，頗覺新鮮、有趣。

報到時每人都拿到一本講習會的手冊，日程表如下：

(2月) 7日	10:00～12:00 報 到	13:00～13:30 開 訓 典 禮	13:30～15:20 專題探討(一) (分組實施)	15:30～17:20 專題探討(二) (分組實施)	19:00～20:50 獨立研究(一) (分組實施)
8日	08:00～09:50 專題探討(三) (分組實施)	10:00～11:50 獨立研究(二) (分組實施)	13:00～14:50 獨立研究(三) (分組實施)	15:00～16:50 獨立研究(四) (分組實施)	19:20～20:50 專題探討(四) (分組實施)
9日	08:00～09:20 成 果 發 表 (一)	09:30～10:50 成 果 發 表 (二)	10:50～11:20 結 訓 典 禮		

開訓典禮由師大數學系系主任兼所長陳昭地主持，陳主任介紹APMO的相關知識，然後把50多位各校的數學菁英分成六組（每組8人

～10人）進行專題探討，做五道題，由12名指導教授輪班輔導，晚上的獨立研究是讓學生做第一屆APMO的競試題，學生或沉思或長考

或埋首作答……，靜觀衆生相，心如清涼月。

第二天的專題探討，再發給學生10道問題，兩天來專題探討的問題都是選自第29屆IMO的預選題，難度高於APMO的試題。下午的獨立研究是用第二屆APMO的試題來測試我國學生的水準，考完後由教授群連夜批改，算出成績，雖然學生在很疲困的情況下作答，但與該屆成績比較，達金牌水準的有4位。晚上9:00以後學生滿臉倦容回到宿舍，沐浴後三五成群玩起撲克牌，邊玩邊談測試上的題目，以至深夜，我真佩服年青人的活力。

第三天是成果發表，全體學生、指導教授、輔導老師齊聚一堂，就第二屆APMO的測試題逐項指定學生上台發表個人的思考歷程、解法（當然，被指定發表成果的學生都是對該題的解法寫得較完整或特殊者），再由台下學生發問、討論，最後由批改該題的教授提出評論，並指出閱卷中發現一般學生易犯的通病。台上學生詼諧的言辭、幽默的回答，充分表現赤子的坦率與純真，不時引起哄堂爆笑，氣氛輕鬆和諧，笑聲中傳遞了數學的概念、方法，無形中大夥兒一起在成長……。

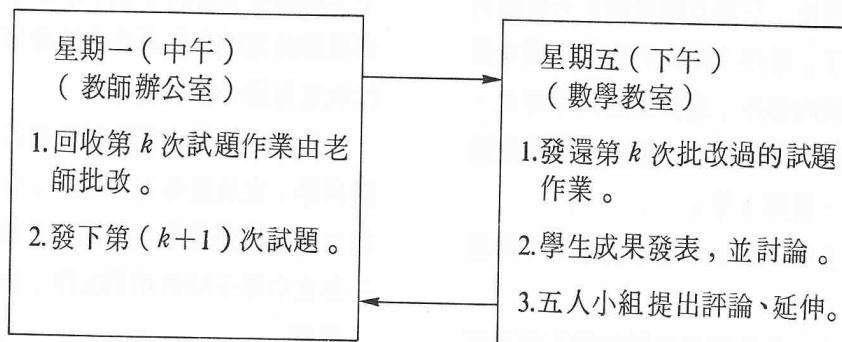
中學輔導老師來了14位，這三天中在數學系會議室舉行了兩次「輔導資優學生技術座談

會」，由陳主任昭地主持，教育部及省市教育廳、局都派有專人列席，彼此交換了輔導心得、經驗。在升學第一的前提下，各校對資優班的做法不盡相同，但共同的困難是No money！教學資源不足，教師孤軍撐舵引不起共鳴……等，問題一籮筐且由來已久，儘管輔導老師力陳病端，談得慷慨激昂，最後還不是被無情的歲月沖得無影無踪。

輔導活動

講習會結束後，寒假已溜走2/5，此時正值臘月新春前夕，我擬定了「輔導計劃」與數學科同仁：朱再發、邱顯義、蔡聰池、林禎堂，共同研商修訂，我們五人輔導小組原是培訓本校學生參加全國數學競試的原班人馬，龍頭是朱再發，五人小組分工合作，駕輕就熟，繼續「打拼」，全力輔導這11名學生，期望「大紅（朱）」又「再發」。

我們選了15道問題，分三次發給學生，每次五題當作業，嚴格要求：「獨立解題，必須書寫過程、重要步驟」，能想到的各種解法盡量寫出來。流程如下：



經過四週的培訓，知無不言，言無不盡，相處融洽，感情與日俱增，學生的表達能力進步了，幾何的直覺性提升了，唯一感到困擾的是：開學後高三學生在升學的壓力下，不能全力以赴。至於劉宇陽忙著全國性化學科展，魏志君

貫注於全國物理實驗比賽，仍能挪出時間完成作業，令人感動。

第三屆APMO競試結束後某日清晨（3月下旬），劉宇陽被通知必須趕到師大數學系填寫個人的英文資料以便限時寄到澳洲總會。

宇陽祇要向學校辦請假手續即可，這是極簡單的事，但他卻猶豫不決。原來前兩堂是英文課，任課老師是位既認真又嚴厲、一絲不苟的「大帥」。前一陣子宇陽忙於科展與數學培訓，校方給了公假，但建中老師有很大的自主性，不理會「公假」這玩意兒，「大帥」發現宇陽缺課太多，在課堂上大發雷霆，放出風聲要當掉宇陽，此後宇陽戰戰兢兢不敢再「輕舉妄動」。最後還是我陪著宇陽向「大帥」告假，讓他到師大完成心事，日後教務徐主任私下也向「大帥」求情，畢業時宇陽終於逃過一劫，這使得他在 APMO 榮獲的「金牌」不但珍貴，紀念性尤高。

感想與建議

多次輔導建中學生參加全國數學競試，累積了一些經驗，也觸發了幾點感想：

(一) 學生的幾何直覺性薄弱

幾何圖形給各種抽象的代數問題提供了可想像的直觀形象，特別是幾何在培養學生邏輯推理方面功效顯著。現行的高中數學教本，古典的「歐幾里德幾何」講得太少了，課本除了提到三垂線定理外，空間立體幾何（不含解析幾何）就絕跡了。近年 IMO 的競試中都有幾何題，除開傳統內容外，還涉及幾何不等式、組合幾何，或強調運動觀點求軌跡、幾何變換（鏡射、平移、旋轉）等。

(二) 「基礎知識」不理想，「基本概念」不夠清晰

學生解題時，往往基礎數學知識不夠而導致分析能力不足，摸不着解題方向，即使走對了路子也常因基本概念的模糊而頻生「狀況」。究其原因，乃平常教學時，教師「求多、求深」之因素使然。「求多」就是要涵蓋各種題型，包羅萬象，其先決條件就必須「求快」，講完一題緊接着下一題，學生沒有絲毫回味的

空間，碰到「基本概念」則輕描淡寫一筆帶過。「求深」是要凸顯教師的高水準，紮根的基本知識不屑談，找些超越大半學生接受能力的問題，教師口沫橫飛，學生鴨子聽雷，無形中抹煞了學習的興趣，學生失去了興趣，還能談什麼呢？平心靜氣地想，教學時應掌握「少、精、活」三字訣，從實例去啟發學生，把「要點」抽象出來，形成概念，培養能力，不要強行「灌輸」，必須適當「引導」，這是每一位數學園丁應具備的修養。

(三) 學生書寫的表達方式不夠簡明

學生要闡釋某一個概念或證明問題時，廢話連篇，詞不達意，枝葉掩蔽了主幹。要根除這個毛病，必須嚴格要求學生獨立完成平時的數學作業，教師批改時挑出書寫不當的地方，課堂上提出來共同糾正。對於完美的作業，影印公佈，一則鼓勵，二則見賢思齊。

除外尚有三點建議：

(一) 多辦一些區域性的數學競試。

多比賽不但可以吸取經驗，也是進步的動力。一般人誤以為數學競試是為明星學校造勢，因為最後出現在塔尖的那些菁英都是明星學校的學生，殊不知，從學校的競試選拔代表隊以至全國的初試，這些基層的數學活動都有成千上萬的學生參與，對中學數學從內容、思想到教師的素養都起着良性的衝擊作用。

(二) 放寬保送升學的科系

目前得獎學生獲甄試保送的科系祇限於基礎科學，宜放寬保送的科系，有足夠的誘因讓第三類組的優秀學生樂意加入數學競試的陣容。

(三) 落實中學平時的培訓工作，為進軍 IMO 做準備。

——本文作者任教於建國中學，
為 APMO 輔導老師——