

初試啼聲

——我國參加1991年亞太數學奧林匹亞競試記要

陸思明

我要報導的是一樁「喜」事，讓大家分享喜悅是一樁「善」事。古有明訓：「莫因善小而不為」，所以我就壯起膽子，接下編輯的電話，寫這篇報導。

壹 緣起

在高中這個層面的數學競賽，有學校的、有省市的、有國家的、也有國際的。目前規模最大，聲譽最高，受到舉世矚目的就是「國際數學奧林匹亞競賽」(The International Mathematics Olympiad)，簡稱 IMO，下面是「它」的一些資料和訊息：

1. 發起國為羅馬尼亞。從第一屆(1959年)的東歐七個國家(羅、保、捷、南、匈、波、蘇)到今年(1991年)第三十二屆，參加者遍及全球 59 個國家，其中我國、南非等三國為觀察國，其餘 56 個國家都派遣學生代表參與競試。

2. 競賽每年舉辦一次，由參賽國輪流主辦，於七月份在主辦國舉行比賽。賽程兩天，每天各用四個半小時，考試三題；每題 7 分，個人滿分為(六題) 42 分。

3. 參賽選手每國以六名為限，所得總分為該國的團體成績(滿分為 252 分)，另有個人獎項，分「一等獎(金質)，二等獎(銀質)，三等獎(銅質)」三種，每種獎之得獎者不限一人。只須達一定之選優標準即可，但得獎總人數以不超過參賽總人數的 $\frac{1}{2}$ 為原則，且盡量使三種獎的「人數比」維持 1:2:3。

4. 競賽考題雖不涉及微積分，但通常有兩題難度極高，況參賽者均為各國精挑慎選，刻意培訓的「天才級」高手，因此，能在 IMO 中名列前茅的國家與個人，必備受國際尊崇，享極高之榮譽。

5. 中國大陸於 1985 年開始參加「國際數學競賽」，首次僅派選手兩名，分獲二等獎及三等獎，但二人總分(27 分)，無法與有 6 名參賽者之國家相比，團體名次落於 32 名之後。大陸數學學會為了「雪恥圖強」，於 1986 年 1 月，由南開大學舉辦首屆高中學生數學冬令營。召訓前一年全國聯賽成績最優的前八十名學生。結訓前，模擬 IMO 的競賽方式(兩天考 6 題)，選出 20 名選手，再進行為期三個月的集訓。在集訓班裡，由輔導教授作多次慎審的考核，選拔出 6 名選手參加 1986 年的 IMO 競賽，結果 3 人獲一等獎，1 人(女)

獲二等獎，一人獲三等獎，團體名次升至第四名。1987年得第八名。1988年回升為第二名，1989年終於勇奪冠軍，6名選手全部得獎，4人獲一等獎（其中1人破紀錄的獲得滿分），2人獲二等獎，成績之優異，舉世為之側目。1990年大陸主辦第三十一屆IMO，並再度蟬聯冠軍，總分較第二名蘇聯超出甚遠。且有兩位中國代表獲得滿分。故陳省身院士於去年（1990）返國演講中，曾有「怎樣把中國建為數學大國？」之殷切企盼與期許，並鼓勵國內數學界透過適當管道，爭取參與IMO的機會與權利。

國內數學界近年在中研院、國科會、教育部各方全力支持贊助之下，對國際學術會議及活動，無不積極參與。在爭取參加國際數學競賽方面，也早凝聚有極旺盛的「企圖心」。去年經陳省身院士登高一呼，更鼓勵了國內數學界的士氣，在尋求參加IMO的管道方面，態度更為積極。

貳 APMO

就在去年6月，南非開普頓大學數學教授韋勃博士（J. H. Webb）帶來「亞太數學奧林匹亞」（附錄一）（The Asian Pacific Mathematics Olympiad）澳籍主席的口頭訊息，歡迎我國及早參加APMO的競試。這訊息來的正是時候，因為APMO可以說是IMO的地區化。它的競賽活動極受IMO的重視與支持，若能參加APMO，無疑是進軍IMO的第一步。所以我國科教及數學界迅速作了積極的回應，並推定國立師範大學數學系主任兼所長陳昭地教授負責聯絡籌劃，其後經多次函電往返，於去年12月14日接獲APMO主席O'Halloran博士的傳真信函，歡迎並確定我國可參加（1991）年3月的競賽。

參 成軍

當確知我國被邀參加今年的APMO競賽後，陳昭地教授作了極周密的策劃，在教育部全力主導推動下，於元月初迅即成立了「中華民國亞太數學奧林匹亞競試委員會」。由教育部趙金祁次長任委員兼召集人，其他22位委員，都是學驗豐富，熱心數學教育的學者專家，和負責教育行政的領導人士（附錄二）。陣容堂堂，充分顯示政府與數學界對參加APMO競試的高度重視。

國立師範大學數學系接下了委員會交付的任務，承辦並執行我國參加1991年APMO的競賽計劃及活動。而運籌帷幄，調兵遣將，決心打贏這一仗的「指揮官」，就是精力充沛，思慮周詳，講求效率的陳昭地教授。

因競賽日期是三月中旬，故趕在二月七～九日舉辦了競試講習會，召集了高中數學資優生57人，及各校數學資優生的輔導老師15位，由師大、台大、清大數學系十餘位熱心教授主持分組討論及個別指導。

首日會中，讓資優生瞭解了APMO的宗旨、概況、競試方式、規則和評分給獎標準。更為了使學生體驗前兩屆APMO競試題目的趨向與難度，教授們特別蒐集了第一屆的5道考題，並在第廿九屆IMO各會員國提供給總部的預備試題中，精選出10題，給學生們獨立試作，然後由他們提出疑點、難點、想法、心得，在分組討論中相互切磋，激盪。最後，請指導教授作啟發性的指點、統合與講評。

第二天下午，又以四個小時的時間，作了一次「亞太數學奧林匹亞模擬考試」，題目就是1990年第二屆競試的五題。結果，前十名學生總平均分為18.2，勝過該屆第一名（加拿大）的17.7分。其中前四名達金牌獎標準，第五、六名達銀牌獎，其餘七到十名達銅牌獎。

這成果使教授和老師們非常振奮與欣慰，也使資優生對即將來臨的正式競試有了充分的信心。

講習會收獲極豐，除了學生開拓了視野，大幅增進了解題能力之外，連輔導資優生的數學老師們，也舉行了座談，大家交換經驗與心得，並向主管當局提出他們遭遇的困難與改進的方案。對未來資優生輔導教育的提升，肯定有極大的參考價值。

結訓前的上午，講習會的全體師生齊聚一堂，由模擬競試的閱卷教授，推薦答題優異的學生，登台現身說法，報告他們的解題思路和特殊創見，讓其他學生也能分享他們的經驗與成果。這是講習會的重大收獲，也為數學教育史寫下了創新的一頁。

講習會在短短三天內一舉完成了「成軍」與「備戰」兩項重要任務，效率之高，成果之豐，堪稱空前！（教育部的功勞簿上應該大大記上一筆才是。）

肆 參賽與成績

三月十五日，正式舉行比賽；我國參賽學生 53 人。自上午 8 時到 12 時 20 分。（中間 10:00 ~ 10:20 休息）共考試四個小時。試題請參見附錄三。

考完後，我國亞太數學奧林匹亞競試委員會依章程組成五人閱卷小組，公正核閱 53 位參賽高中生的答案卷。3月19日，經競試委員會審定了答卷品質最優的前十名，正式代表我國參加第三屆亞太奧林匹亞數學競試。他們的成績資料及第 1、3、7 名的答案卷，都在 3 月 23 日傳真給 APMO 總部的澳藉主席。4 月 30 日正式接到澳州總部發佈的各參與國競試成績統計表，及我國十名學生的個人成績名次表如下。

1991 APMO 各國獲獎人數、各題得分總分統計表

國家名稱	n	\bar{m}	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	#G			#H
澳洲	10	17.7	5.1	3.8	5.1	3.6	0.1	1	2	4	3
哥倫比亞	10	8.9	4.9	1.3	1.7	0.6	0.4	0	1	1	4
香港	10	14.1	4.3	1.6	6.2	1.6	0.4	0	2	5	3
馬來西亞	8	8.5	4.1	2.1	2.0	0.3	0.0	0	1	1	2
墨西哥	9	9.9	5.8	1.1	1.7	1.2	0.1	0	0	2	7
紐西蘭	10	8.9	2.4	1.3	1.8	2.4	1.0	0	0	1	2
菲律賓	10	9.8	5.3	1.6	1.7	0.6	0.6	0	2	1	3
中華民國	10	20.2	7.0	3.5	6.8	2.6	0.3	1	2	4	3
韓國	10	20.7	6.9	3.6	7.0	3.2	0.0	1	2	4	3
泰國	6	11.3	5.7	0.5	4.7	0.5	0.0	0	0	3	3
加拿大	10	18.9	6.2	4.0	5.2	2.8	0.7	1	2	4	2
新加坡	10	15.7	6.8	2.9	3.5	2.4	0.1	1	2	2	4

$\bar{M} =$ 13.9	$\sigma =$ 6.4	$N =$ 113	金牌 \geq 20.3	
平均値	標準差	總人數	銀牌 \geq 16.1	
			銅牌 \geq 11.8	

1991年亞太數學奧林匹亞競試中華民國學生代表得分及得獎情形統計表

	學生姓名	Q 1	Q 2	Q 3	Q 4	Q 5	總分	獲獎類別	就讀學校
1	劉宇陽	7	7	7	4	0	25	金牌	建中
2	徐立昇	7	7	6	4	0	24	銀牌	雄中
3	蔡孟光	7	6	7	4	0	24	銀牌	南一中
4	翁邦彥	7	3	7	4	0	21	銅牌	中一中
5	吳俊杰	7	2	7	3	0	19	銅牌	中一中
6	黃傳翔	7	4	7	0	0	18	銅牌	嘉中
7	鄭懿之	7	2	7	1	1	18	銅牌	中女中
8	趙鴻丞	7	2	7	1	1	18	榮譽	南一中
9	李貫銘	7	2	7	1	1	18	榮譽	宜中
10	魏澤人	7	0	6	4	0	17	榮譽	建中
	平均值	7.0	3.5	6.8	2.6	0.3	20.2		

從這兩張統計表，可以看出我們的成績非常優異，尤其令人興奮的是：

1.我國雖首次參加，但成績總分 20.2，高居十二個參賽國的第二名，僅第一名（韓國）0.5分，却勝過上屆冠軍（加拿大）1.3分。

2.第一題，我國十名參賽者全部得滿分。其他國家都望塵莫及。（第三題亦有八名得滿分）

3. APMO 評定本屆個人金牌獎的標準分是 20.3 分，銀牌獎的標準分是 16.1 分，銅牌獎 11.8 分。因此，我國十名參賽者全部超過銀牌獎的標準，前四名更都在金牌獎標準之上，成績之優異足堪自豪。

4.嘉義中學黃傳翔同學僅是高一學生，却能在講習會的模擬賽中以 26 分（滿分 35）高居榜首，正式賽中又勇奪銅牌，他的表現令輔導老師與指導教授同感震驚。

5.十名參賽者，唯一的女生是鄭懿之，她僅是台中女中高二的學生，竟能在眾多高三「高手」的激烈較量中，壓倒「群雄」，脫穎而出，贏得一面銅牌，實在可佩可貴。

伍 榮譽與獎勵

對本屆 APMO 競試，我國初次「出馬」就能有這樣輝煌的成績，各媒體都競相報導讚揚，並以「一鳴驚人」作為標題，使國人均感與有榮焉。

六月一日，教育部與國科會為十名參賽學生舉行了隆重的頒獎典禮，由毛高文部長及夏漢民主任親臨主持頒獎。計：



參加一九九一年亞太數學奧林匹亞競賽得獎人員合影
中華民國八十年六月一日

劉宇陽一人獲金牌獎，及獎學金十萬元，徐立昇、蔡孟光二人獲銀牌獎，及獎學金各五萬元，翁邦彥、吳俊杰、黃傳翔、鄭懿之四人獲銅牌獎，及獎學金各四萬元。（翁邦彥分數達金牌獎標準，故仍獲頒五萬元。）趙鴻丞、李貫銘、魏澤人三人獲榮譽獎，及獎學金各四萬元。（除此，十人各獲頒獎狀三張，分別由教育部、國科會、數學會頒授。）

七月五日，李總統登輝先生在總統府特別召見十位得獎的同學。總統帶著欣慰的笑容，期勉有加。他很高興地說，他一直對數學抱有高度的興趣，但多年來認為最重要的是觀念要清楚，因為這是最基本的。同時，數學也是自然學科學中最基礎的，可以鍛鍊一個人的思考及邏輯。總統也指出，國內可以多舉辦數學競賽，以鼓勵學生，進而參加國際性的活動。總統並笑着說，舉辦這類比賽的獎品可以由他來提供。

總統親切的接見與期勉，對十位得獎同學來說是一項殊榮，是極大的鼓舞。在他們未來出類拔萃的成就中，定會發生無比的激勵作用。

陸 展望未來

今年 APMO 的競試已圓滿落幕，我國數學界得到了掌聲，也得到了經驗與信心。陳昭地教授原本預計我國在三年後正式參加「國際數學奧林匹亞競賽」（IMO），現在已決定提前籌劃，建議教育部明年向 IMO 主辦國蘇聯爭取選派代表參加。希望我國數學界及高中數學老師繼續努力，妥善籌劃準備，不僅要在明年三月的亞太數學奧林匹亞競試中，爭取更好的成績。也要能在明年七月，於蘇聯舉行的 IMO 競試中，同一些「數學大國」角逐高低。

我相信，明年仍有執筆報導喜訊的機會。

(附錄一) APMO 簡介

1. 1989 年，亞太地區四個國家澳洲、加拿大、香港及新加坡共同發起成立「亞太地區數學奧林匹亞競賽」（The Asian Pacific Mathematics Olympiad，簡稱為 APMO）。

2. 它的宗旨主要在發掘、鼓勵並激發所有太平洋邊緣國家內的數學資優生。增進教師、學生建立國際友誼與合作。提供各國交換數學資訊及經驗的機會。並支持各國舉辦國際性數學競賽活動。

3. APMO 的主席是澳籍的 O'Halloran 博士，他有多次參予及主辦 IMO 的豐富經驗，在他的熱心領導下，APMO 生氣蓬勃，由 1989 年的四國初創，到第二年已增至九國，今年更有十二個國家參與比賽，預計 1992 年可能會增加到十五個國家。

4. APMO 與 IMO 有些不同的地方：

(1) APMO 於每年 3 月第二週由參賽國選定一天，在其本國舉行。

(2) 競試時間為 4 小時，共考五題，每題 7 分，滿分為 35 分。難度比照 IMO。

(3) 試卷由各參賽國依據 APMO 總部提供的解答及評分方案自行評分。

(4) 各會員國參賽的學生人數原則不限，但依成績最多推荐 10 位，送請 APMO 總部複核，經總部確認並評比統計後，始正式列入 APMO 競試結果的「排行榜」。

(5) 得獎標準：金牌獎的得分 $\geq \bar{m} + \sigma$

銀牌獎的得分 $\geq \bar{m} + \frac{1}{3}\sigma$

銅牌獎的得分 $\geq \bar{m} - \frac{1}{3}\sigma$

其中 \bar{m} 為全體得分的平均值， σ 為其標準差。

(6)名額限制：任一會員國，得金牌獎的名額 ≤ 1 ，金牌與銀牌合起來 ≤ 3 ，金、銀、銅三種獎額 ≤ 7 。成績達到標準而因名額限制未能得到獎牌的選手，則頒給「榮譽證書」。(註：因獎牌數有限制，故分數雖達到某種獎牌標準，但依名次可能擠掉獎牌。)

5. APMO的競試，可當作IMO的熱身賽。一方面增加國際賽的經驗，一方面測試本國選手的實力，使準備更為充分。

6. APMO的年會與活動報告，都在同年IMO的舉辦國舉行，所以APMO可說是IMO的一個分支，是IMO精神與理想的地區化。

(附錄二)

中華民國亞太數學奧林匹亞競試委員會組織成員

中華民國亞太數學奧林匹亞競試委員名單		
區 別	姓 名	服 務 單 位 及 職 別
委員兼召集人	趙金祁	教育部政務次長
委 員	施金池	教育部常務次長
委 員	李建興	教育部主任秘書
委 員	吳清基	教育部中等教育司司長
委 員	顏啓麟	行政院國家科學委員會科學教育處處長、數學學會常務監事
委 員	呂溪木	國立台灣師範大學教務長、科教學會理事長
委 員	劉豐哲	中央研究院研究員、數學學會理事長
委 員	陳昭地	國立台灣師範大學數學系主任、數學學會常務理事
委 員	曹亮吉	國立台灣大學數學系教授、數學學會監事
委 員	林福來	國立台灣師範大學數學系教授、數學學會理事
委 員	李虎雄	國立台灣師範大學數學系教授
委 員	林哲雄	國立清華大學數學系教授
委 員	柳 賢	國立高雄師範大學科教學院院長、數學系教授
委 員	魏明通	國立台灣師範大學科學教育中心主任、化學系教授、科教學會理事
委 員	陳俊生	國立彰化師範大學數學系教授
委 員	楊維哲	國立台灣大學數學系教授
委 員	賴漢卿	國立清華大學數學系教授、前數學學會會長
委 員	胡德軍	私立淡江大學數學系教授、理學院院長
委 員	李新民	前國立清華大學數學系主任、前中央大學校長
委 員	曾坤地	教育中等教育司科長
委 員	陳倬民	台灣省政府教育廳廳長
委 員	陳漢強	前台北市政府教育局局長
委 員	王清波	高雄市政府教育局局長

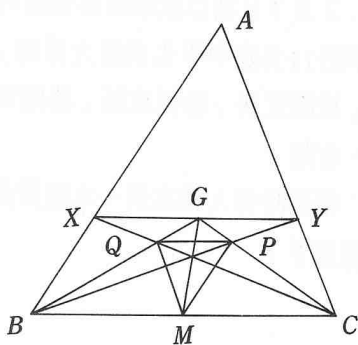
(附錄三) 1991年亞太數學奧林匹亞試題

注意事項：

- (1) 時間分配：4小時。
- (2) 配分：每題7分，總計35分。
- (3) 不可使用計算器。

問題1：

在 $\triangle ABC$ 中， G 為其重心， M 為 BC 的中點，設 X 在 AB 上， Y 在 AC 上，使得 X, G, Y 三點共線且 XGY 與 BC 平行，若 XC 與 GB 相交於 Q ， YB 與 GC 相交於 P ，試證 $\triangle MPQ$ 與 $\triangle ABC$ 相似。



問題2：

設平面上有997點，將每兩點的連接線段的中點以紅點標示，試證所得紅點至少有1991個。

您能否找到一個特例使紅點恰有1991個？

問題3：

設 $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$

都是實數，且 $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n b_k$ ，

試證
$$\sum_{k=1}^n \frac{(a_k)^2}{a_k + b_k} \geq \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n a_k。$$

問題4：

在學校下課休息時， n 位學生繞著老師圍成一圓圈玩遊戲，老師根據下述規則沿順時針方向走過每一位學生面前分給某些學生糖果：他先選定一位學生給他一塊糖，然後跳過一位再給下一位學生一塊，接著跳過兩位再給下一位學生一塊，然後跳過三位，……等等。

試求所有可能的 n 值，使得每位學生至少都能拿到一塊糖（老師可能要繞許多圈）。

問題5：設 C_1 與 C_2 為兩個相切的圓，而 P 點在此兩圓的根軸上，試以尺規作圖作出通過 P 點且與 C_1, C_2 都相切的所有圓 C 。

（所謂 C_1 與 C_2 的根軸，乃是 C_1 與 C_2 的公切線，此直線與 C_1, C_2 的連心線垂直。）

（本文由國立師範大學數學系提供資料）

——本文作者為本刊編輯顧問——