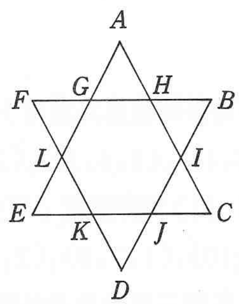
上期徵答問題解答

15201　六角星形配號問題(二)

優勝名單：

良好：胡豐榮(內灣國小)

參考答案：(張國男提供)



可設原題所予之六角星形爲如上圖所示之正六角星形(參閱評註第一段)。

因一解經旋轉及反映所得 12 解可併爲一類，故爲方便計，對於同類 12 解，本文均僅列出一解以爲代表。

若$A+G+H=S$，$B+H+I=S$，$C+I+J=S$，$D+J+K=S$，$E+K+L=S$，$F+G+L=S$，將此六式相加，因A，B，C，D，E，F皆計算一次，G，H，I，J，K，L皆計算二次，可得$78+(G+H+I+J+K+L)=6S$，故知$G+H+I+J+K+L$必爲 6 之倍數，又因$G+H+I+J+K+L$至少爲$1+2+3+4+5+6=21$，至多爲$12+11+10+9+8+7=57$，遂知$G+H+I+J+K+L=24$，30，36，42，48，54，而對應之$S=17$，18，19，20，21，22。再者，由$(B+H+I)+(D+J+K)+(F+G+L)+A+C+E=78$得$A+C+E=78-3S$，仿此可得$B+D+F=78-3S$，遂知$A+C+E=B+D+F=27$，24，21，18，15，12。

此後，對於三數組，均限定其數全異，且由小而大排之。茲將上述六種情形，分爲(Ⅰ)，(Ⅱ)，……，(Ⅵ)討論如下：

(I)$S=17$，$A+C+E=B+D+F=27$。

和為 17 之三數組共有 14 個，即(1，4，12)，(1，5，11)，(1，6，10)，(1，7，9)，(2，3，12)，(2，4，11)，(2，5，10)，(2，6，9)，(2，7，8)，(3，4，10)，(3，5，9)，(3，6，8)，(4，5，8)與(4，6，7)；和為 27 之三數組共有 7 個，即〔4，11，12〕，〔5，10，12〕，〔6，9，12〕，〔6，10，11〕，〔7，8，12〕，〔7，9，11〕與〔8，9，10〕。茲分下列 7 種情形處理之：

⑴設 A，C，E 所構成之三數組（或 B，D，F 所構成之三數組）為〔4，11，12〕。欲求 A，G，H；C，I，J；E，K，L 所構成之三數組鏈（或 B，H，I；D，J，K；F，G，L 所構成之三數組鏈），可先由上列 14 個和為 17 之三數組中，取出 4，11，12 恰出現一數者，得(1，5，11)，(2，3，12)，(3，4，10)，(4，5，8)與(4，6，7)，再窮盡所有可能，由此五個取出三個，使所含之九個數均相異，如此即得(4，6，7)+(1，5，11)+(2，3，12)。據此，於六角星形上實際試配，可得圖 1 與圖 2。

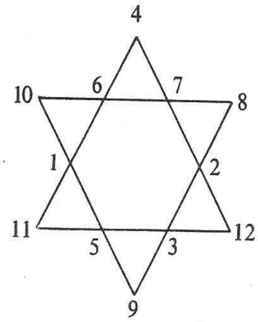


圖 1

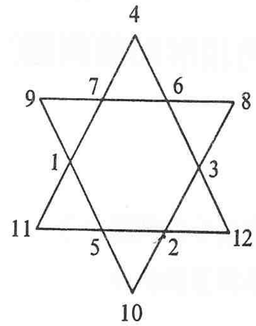


圖 2

仿⑴進行討論，可得下列結果（不再詳細敍述其過程）：

⑵〔5，10，12〕：(1，4，12)，(1，5，11)，(1，6，10)，(2，3，12)，(3，4，10)，(3，5，9)，(4，5，8)。
由(4，5，8)+(1，6，10)+(2，3，12)實際試配，可知無解。

⑶〔6，9，12〕：(1，4，12)，(1，6，10)，(1，7，9)，(2，3，12)，(3，5，9)，(3，6，8)，(4，6，7)。
因上列 7 個和為 17 之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

⑷〔6，10，11〕：(1，5，11)，(2，4，11)，(2，5，10)，(2，6，9)，(3，4，10)，(3，6，8)，(4，6，7)。
由(2，6，9)+(3，4，10)+(1，5，11)實際試配，可得圖 3。

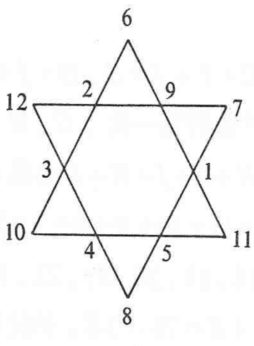


圖 3

⑸〔7，8，12〕：(1，4，12)，(1，7，9)，(2，3，12)，(3，6，8)，(4，5，8)，(4，6，7)。
由(1，7，9)+(4，5，8)+(2，3，12)實際試配，可得圖 3。

(6)〔7,9,11〕:(1,5,11),(2,4,11),(2,6,9),(2,7,8),(3,5,9),(4,6,7)。

因上列6個和爲17之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(7)〔8,9,10〕:(1,6,10),(1,7,9),(2,5,10),(2,6,9),(2,7,8),(3,4,10),(3,5,9),(3,6,8),(4,5,8)。

由(2,7,8)+(3,5,9)+(1,6,10)實際試配，可得圖1。

由(3,6,8)+(1,7,9)+(2,5,10)實際試配，可得圖2。

(Ⅱ)S=18，A+C+E=B+D+F=24。

和爲18之三數組共有15個，即(1,5,12),(1,6,11),(1,7,10),(1,8,9),(2,4,12),(2,5,11),(2,6,10),(2,7,9),(3,4,11),(3,5,10),(3,6,9),(3,7,8),(4,5,9),(4,6,8)與(5,6,7)；和爲24之三數組共有12個，即〔1,11,12〕,〔2,10,12〕,〔3,9,12〕,〔3,10,11〕,〔4,8,12〕,〔4,9,11〕,〔5,7,12〕,〔5,8,11〕,〔5,9,10〕,〔6,7,11〕,〔6,8,10〕與〔7,8,9〕。茲分下列12種情形處理之：

(1)〔1,11,12〕:(1,7,10),(1,8,9),(2,4,12),(2,5,11),(3,4,11)。

因上列5個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(2)〔2,10,12〕:(1,5,12),(1,7,10),(2,5,11),(2,7,9),(3,5,10)。

因上列5個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(3)〔3,9,12〕:(1,5,12),(1,8,9),(2,4,12),(2,7,9),(3,4,11),(3,5,10),(3,7,8),(4,5,9)。

由(3,4,11)+(2,7,9)+(1,5,12)實際試配，可知無解。

由(3,5,10)+(1,8,9)+(2,4,12)實際試配，可得圖4。

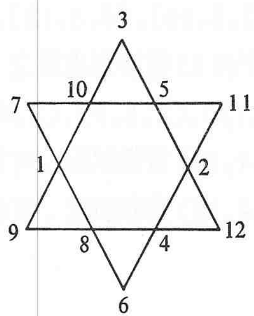


圖4

(4)〔3,10,11〕:(1,6,11),(1,7,10),(2,5,11),(2,6,10),(3,6,9),(3,7,8)。

由(3,6,9)+(1,7,10)+(2,5,11)實際試配，可知無解。

(5)〔4,8,12〕:(1,5,12),(1,8,9),(3,4,11),(3,7,8),(4,5,9)。

因上列5個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(6)〔4,9,11〕:(1,6,11),(1,8,9),(2,4,12),(2,5,11),(2,7,9),(3,6,9),(4,6,8)。

因上列7個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(7)〔5,7,12〕:(1,7,10),(2,4,12),(2,5,11),(2,7,9),(3,5,10),(3,7,8),(4,5,9)。

因上列7個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(8)〔5,8,11〕:(1,5,12),(1,6,11),(1,8,9),(3,4,11),(3,5,10),(3,7,8),(4,5,9),(4,6,8),(5,6,7)。

由(4,5,9)+(3,7,8)+(1,6,11)實際試配，可知無解。

由(5,6,7)+(1,8,9)+(3,4,11)實際試配，可知無解。

(9)〔5,9,10〕:(1,5,12),(1,7,10),(1,8,9),(2,5,11),(2,6,10),(2,7,9),(3,6,9),(5,6,7)。

由(2,5,11)+(3,6,9)+(1,7,10)實際試配，可知無解。

(10)〔6,7,11〕:(1,7,10),(2,5,11),(2,6,10),(2,7,9),(3,4,11),(3,6,9),(3,7,8),(4,6,8)。

由(3,6,9)+(1,7,10)+(2,5,11)實際試配，可知無解。

由(4,6,8)+(1,7,10)+(2,5,11)實際試配，可得圖4。

(11)〔6,8,10〕:(1,6,11),(1,7,10),(1,8,9),(3,5,10),(3,6,9),(3,7,8),(5,6,7)。

因上列7個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(12)〔7,8,9〕:(1,7,10),(3,6,9),(4,5,9),(4,6,8),(5,6,7)。

因上列5個和爲18之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(Ⅲ)S=19，A+C+E=B+D+F=21。

和爲19之三數組共有15個，即(1,6,12),(1,7,11),(1,8,10),(2,5,12),(2,6,11),(2,7,10),(2,8,9),(3,4,12),(3,5,11),(3,6,10),(3,7,9),(4,5,10),(4,6,9),(4,7,8)與(5,6,8)；和爲21之三數組共有15個，即〔1,8,12〕,〔1,9,11〕,〔2,7,12〕,〔2,8,11〕,〔2,9,10〕,(3,6,12〕,〔3,7,11〕,〔3,8,10〕,〔4,5,12〕,〔4,6,11〕,〔4,7,10〕,〔4,8,9〕,〔5,6,10〕,〔5,7,9〕與〔6,7,8〕。茲分下列15種情形處理之：

(1)〔1,8,12〕:(1,7,11),(2,5,12),(2,8,9),(3,4,12),(4,7,8),(5,6,8)。

由(1,7,11)+(2,8,9)+(3,4,12)實際試配，可得圖5。

由(1,7,11)+(5,6,8)+(3,4,12)實際試配，可得圖6。

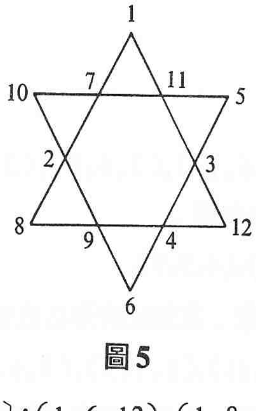


圖5

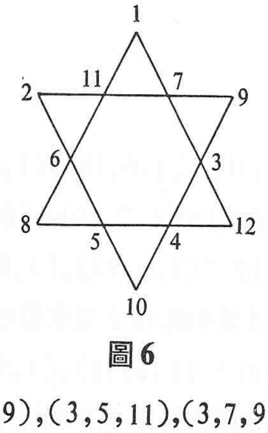


圖6

(2)〔1,9,11〕:(1,6,12),(1,8,10),(2,6,11),(2,8,9),(3,5,11),(3,7,9),(4,6,9)。

由(1,6,12)+(2,8,9)+(3,5,11)實際試配，可知無解。

由(1,8,10)+(3,7,9)+(2,6,11)實際試配，可知無解。

由(1,8,10)+(4,6,9)+(3,5,11)實際試配，可知無解。

(3)〔2,7,12〕:(1,6,12),(1,7,11),(2,6,11),(2,8,9),(3,4,12),(3,7,9),(4,7,8)。

由(2,8,9)+(1,7,11)+(3,4,12)實際試配，可得圖7。

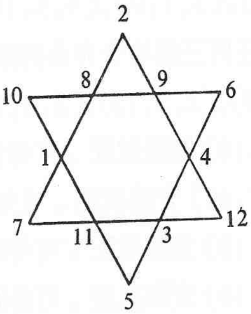


圖7

(4)〔2,8,11〕:(1,7,11),(1,8,10),(2,5,12),(2,7,10),(3,5,11),(4,7,8),(5,6,8)。

因上列7個和爲19之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(5)〔2,9,10〕:(1,8,10),(2,5,12),(2,6,11),(3,6,10),(3,7,9),(4,5,10),(4,6,9)。

由(2,5,12)+(3,7,9)+(1,8,10)實際試配，可得圖8與圖9。

由(2,5,12)+(4,6,9)+(1,8,10)實際試配，可知無解。

由(2,6,11)+(3,7,9)+(1,8,10)實際試配，可得圖10。

由(2,6,11)+(3,7,9)+(4,5,10)實際試配，可得圖6。

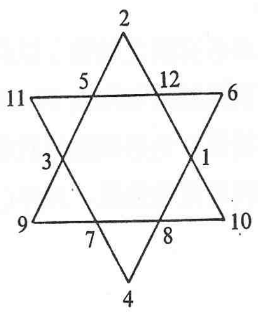


圖8

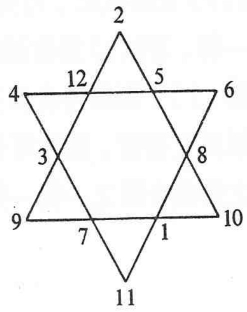


圖9

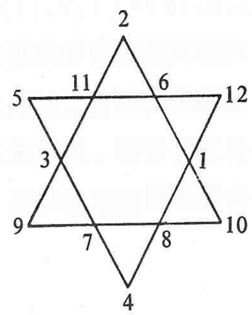


圖10

(6)〔3,6,12〕:(2,5,12),(2,6,11),(3,5,11),(3,7,9),(4,6,9),(5,6,8)。

因上列6個和爲19之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(7)〔3,7,11〕:(2,6,11),(2,7,10),(3,4,12),(3,6,10),(4,7,8)。

因上列5個和爲19之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(8)〔3,8,10〕:(2,7,10),(2,8,9),(3,4,12),(3,5,11),(3,7,9),(4,5,10),(4,7,8),(5,6,8)。

由(3,4,12)+(5,6,8)+(2,7,10)實際試配，可知無解。

(9)〔4,5,12〕:(1,6,12),(3,5,11),(4,6,9),(4,7,8),(5,6,8)。

由(4,7,8)+(3,5,11)+(1,6,12)實際試配，可得圖10。

(10)〔4,6,11〕:(1,6,12),(1,7,11),(3,4,12),(3,5,11),(3,6,10),(4,5,10),(4,7,8),(5,6,8)。

由(3,4,12)+(5,6,8)+(1,7,11)實際試配，可得圖9。

由(4,7,8)+(1,6,12)+(3,5,11)實際試配，可得圖8。

(11)〔4,7,10〕:(1,7,11),(1,8,10),(3,4,12),(3,6,10),(3,7,9),(4,6,9)。

因上列6個和爲19之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(12)〔4,8,9〕:(1,8,10),(3,4,12),(3,7,9),(4,5,10),(5,6,8)。

因上列5個和爲19之三數組中，任何三個均含有共同數，故知此情形必然無解。

(13)〔5,6,10〕:(1,6,12),(1,8,10),(2,5,12),(2,6,11),(2,7,10),(3,5,11),(4,6,9)。

由(2,5,12)+(4,6,9)+(1,8,10)實際試配，可知無解。

由(3,5,11)+(1,6,12)+(2,7,10)實際試配，可知無解。

由(3,5,11)+(4,6,9)+(1,8,10)實際試配，可得圖7。

由(3,5,11)+(4,6,9)+(2,7,10)實際試配，可得圖5。

(14)〔5,7,9〕:(1,7,11),(2,5,12),(2,7,10),(2,8,9),(3,5,11),(4,5,10),(4,6,9),(4,7,8),(5,6,8)。

由(2,5,12)+(1,7,11)+(4,6,9)實際試配，可知無解。

由(3,5,11)+(2,7,10)+(4,6,9)實際試配，可知無解。

由(4,5,10)+(1,7,11)+(2,8,9)實際試配，可知無解。

(15)〔6,7,8〕:(1,6,12),(1,7,11),(1,8,10),(2,6,11),(2,7,10),(2,8,9),(3,6,10),(3,7,9),(4,6,9)。

由(2,6,11)+(3,7,9)+(1,8,10)實際試配，可知無解。

由(3,6,10)+(1,7,11)+(2,8,9)實際試配，可知無解。

對於三角形頂點號數和均爲T之任一解，若以13爲被減數，減去各交點之號數，以作爲新配之號數(即各交點所配新舊二號數之和均爲13)，則所得者係三角形頂點號數和均爲$39-T$之一解；如此二解，稱爲互補解，所配成之對，稱爲互補對。顯然可知：互補係三角形頂點號數和均爲T之解集合與三角形頂點號數和均爲$39-T$之解集合間之一對一對應。利用此種對應，即得(Ⅳ)至(Ⅵ)之結果。

(Ⅳ)$S=20$，$A+C+E=B+D+F=18$。

考慮互補對應，由(Ⅲ)中之圖5至10，可得圖11至16。

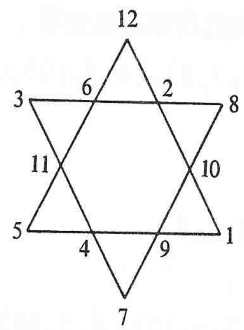


圖11

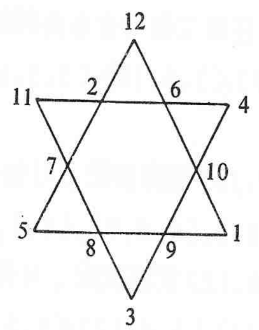


圖12

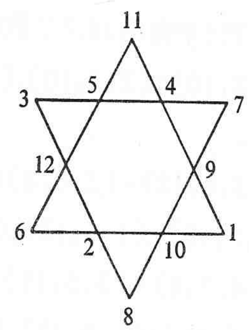


圖13

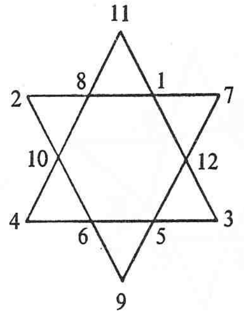


圖 14

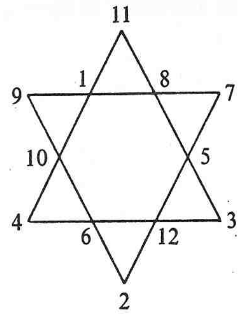


圖 15

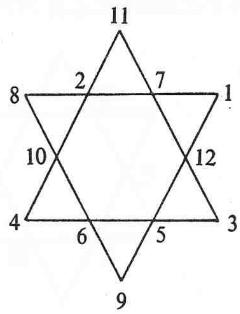


圖 16

(V) $S=21$，$A+C+E=B+D+F=15$。

考慮互補對應，由(II)中之圖 4，可得圖 17。

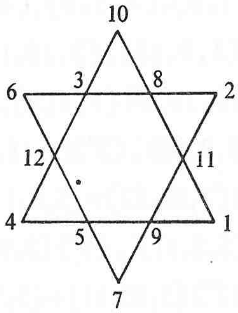


圖 17

(VI) $S=22$，$A+C+E=B+D+F=12$。

考慮互補對應，由(I)中之圖 1 至 3，可得圖 18 至 20。

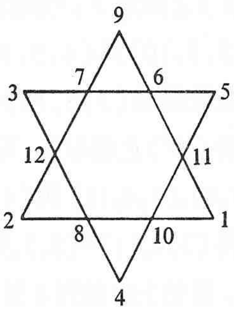


圖 18

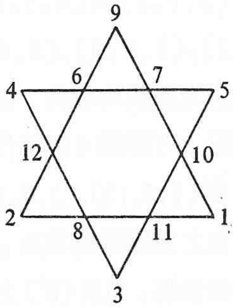


圖 19

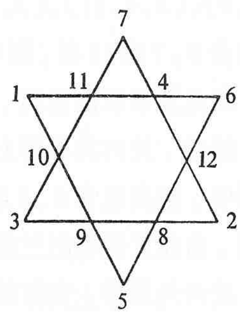


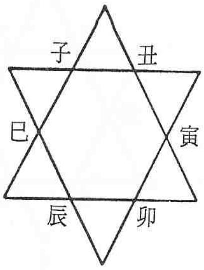
圖 20

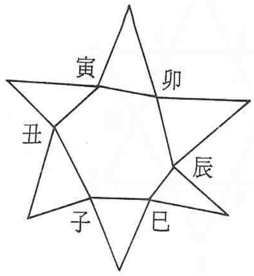
結論：將上列 20 個代表作旋轉及反映，即得所有解；共有 240 種配號法。

評　註

若將下列二個六角星形之六邊形頂點同依順時針方向命名（參見下圖），易知一般六角星形之

配號問題與下左圖所示之正六角星形之配號問題合而爲一。

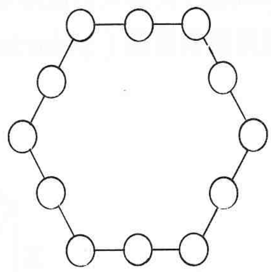




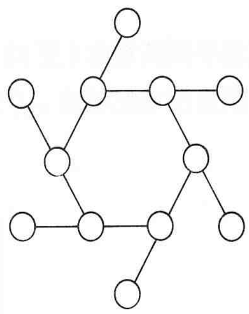
本文於(Ⅰ)至(Ⅲ)項之討論過程中，因僅注重A,C,E，而忽略B,D,F，或僅注重B,D,F，而忽略A,C,E，故代表圖解1至10各求得二次。(此種處理手法，雖有同解重複出現之弊，但可藉以檢驗推算是否有誤漏之處，是亦有利焉。)茲舉(Ⅱ) $S=18$，$A+C+E=B+D+F=24$ 之情況爲例，說明如何兼顧A,C,E與B,D,F，以免重復求出代表解：和爲18之三數組共有15個，即(1,5,12),(1,6,11),(1,7,10),(1,8,9),(2,4,12),(2,5,11),(2,6,10),(2,7,9),(3,4,11),(3,5,10),(3,6,9),(3,7,8),(4,5,9),(4,6,8)與(5,6,7)。和爲24之三數組共有12個，即〔1,11,12〕,〔2,10,12〕,〔3,9,12〕,〔3,10,11〕,〔4,8,12〕,〔4,9,11〕,〔5,7,12〕,〔5,8,11〕,〔5,9,10〕,〔6,7,11〕,〔6,8,10〕與〔7,8,9〕，故可供A,C,E與B,D,F選配之三數組鏈共有19條，即(1°)〔1,11,12〕+〔5,9,10〕，(2°)〔1,11,12〕+〔6,8,10〕，(3°)〔1,11,12〕+〔7,8,9〕，(4°)〔2,10,12〕+〔4,9,11〕，(5°)〔2,10,12〕+〔5,8,11〕，(6°)〔2,10,12〕+〔6,7,11〕，(7°)〔2,10,12〕+〔7,8,9〕，(8°)〔3,9,12〕+〔5,8,11〕，(9°)〔3,9,12〕+〔6,7,11〕，(10°)〔3,9,12〕+〔6,8,10〕，(11°)〔3,10,11〕+〔4,8,12〕，(12°)〔3,10,11〕+〔5,7,12〕，(13°)〔3,10,11〕+〔7,8,9〕,(14°)〔4,8,12〕+〔5,9,10〕，(15°)〔4,8,12〕+〔6,7,11〕，(16°)〔4,9,11〕+〔5,7,12〕，(17°)〔4,9,11〕+〔6,8,10〕，(18°)〔5,7,12〕+〔6,8,10〕與(19°)〔5,9,10〕+〔6,7,11〕，遂知可細分爲(1°)至(19°)款處理之。如以(8°)至(10°)款爲例，可設A,C,E所構成之三數組爲〔3,9,12〕，而B,D,F所構成之三數組則爲〔5,8,11〕,〔6,7,11〕與〔6,8,10〕。爲求A,G,H;C,I,J;E,K,L所構成之三數組鏈，先由前列15個和爲18之三數組中，取出3,9,12恰出現一數者，得(1,5,12),(1,8,9),(2,4,12),(2,7,9),(3,4,11),(3,5,10),(3,7,8)與(4,5,9)。於(9°)之情形下，可由此8個三數組中，刪去包含6,7或11者，剩(1,5,12),(1,8,9),(2,4,12),(3,5,10)與(4,5,9)，再窮盡所有可能，由此五個取出三個，使所含之九個數均相異，如是即得三數組鏈(3,5,10)+(1,8,9)+(2,4,12)。據此，於六角星形上實際試配，可得圖4以爲代表解。於(10°)之情形下，可仿上由前列8個三數組中，刪去包含6,8或10者，剩(1,5,12),(2,4,12),(2,7,9),(3,4,11)與(4,5,9)，再窮盡所有可能，由此五個取出三個，使所含之九個數均相異，如是即得(3,4,11)+(2,7,9)+(1,5,12)。據此，於六角星形上實際試配，可知無解。而於(8°)之情形下，若仿上由前列8個三數組中，刪去包含5,8或11者，則剩(2,4,12)與(2,7,9)，故知此情形亦無解。〔以上之討論，係將(8°)至(10°)三款先合而後分之。當然，亦可自始即將(8°)，(9°)與(10°)分開而個別處理之。如在(9°)之情形下，爲求A,G,H;C,I,J;E,K,L 所構成之三數組鏈，可逕由前列15個和爲18之三數組中，取出3,9,12恰出現一數，且6,7,11俱不出現者(其法，可如上先取出3,9,12恰出現一數者，而後刪去包含6,7或11者；或倒序行之，即先刪去包含6,7或11者，而後取出3,9,12恰出現一數者；亦可對於前列15個，逐個判定取捨。)，得(1,5,12),(1,8,9),(2,4,12),(3,5,10)與(4,5,9)，再窮盡…。對(10°)，(8°)，亦如是處理。〕其餘16款情形，可仿此討論之。〔當然，其

中(1°)至(3°)三款，(4°)至(7°)四款，(14°)與(15°)二款，(16°)與(17°)二款，亦可分別以本文(Ⅱ)之⑴，⑵，⑸，⑹相提並論之，而(18°)則亦可以(Ⅱ)之⑺處理之。〕(Ⅰ)與(Ⅲ)二項情況，可仿上〔考慮可供A，C，E與B，D，F選配之三數組鏈，而將(Ⅰ)分爲3款，將(Ⅲ)分爲39款以〕求解。

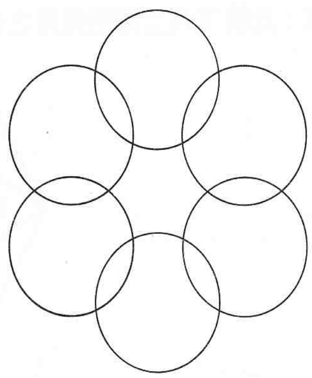
設下圖中六個小圈之中心爲六邊形之頂點，另六個小圈之中心在六邊形之邊上，易知本文所處理之問題與下述問題相當：將圖中12個小圈由1至12配號，並填入小圈內，使每邊三圈內之號數和均相等，試求所有配號法。



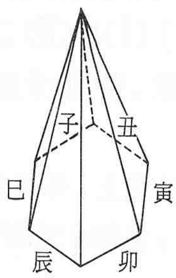
顯然，原題亦與下述問題同義：㈠將下圖中12個小圈由1至12配號，並填入小圈內，使每條長線段三圈內之號數和均相等，試求所有配號法。

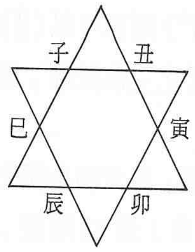


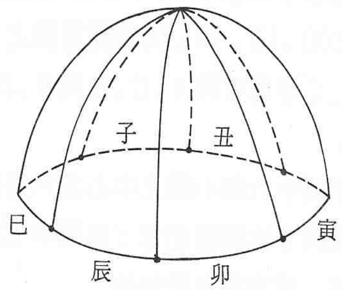
㈡將下列六個圓內12個區域由1至12配號，使每個圓內三個區域之號數和均相等，試求所有配號法。



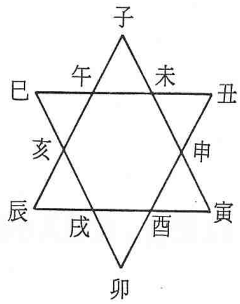
㈢將下左(右)圖所示六角錐(六瓣瓜皮帽)之十二條稜(十二段小圓弧)由1至12配號，使經過底面任一頂點(帽沿任一交點)之三條稜(三段小圓弧)之號數和均相等，試求所有配號法。(註：比較下列三圖所採用之命名法。)

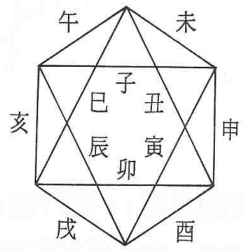




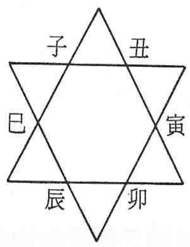


㈣將構成下右圖之十二條線段由1至12配號，使以大六邊形連續三頂點為頂點之三角形三邊之號數和均相等，試求所有配號法。(註：應用對偶原理〔principle of duality〕，或比較下列二圖所採用之命名法皆可。)

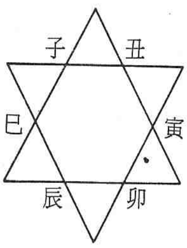


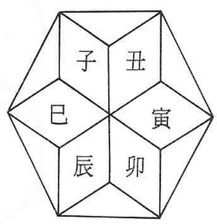


㈤將下右圖所示中央六邊形以外之十二個平面區域由1至12配號，使以大六邊形連續三頂點為頂點之三角形內三個區域之號數和均相等，試求所有配號法。(註：比較下列二圖所採用之命名法。)

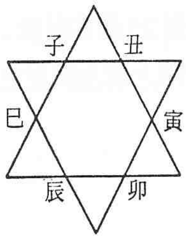


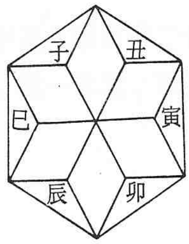
㈥將下右圖所示十二個平面區域由1至12配號，使每一個三角形區域連同其所鄰二個菱形區域之號數和均相等，試求所有配號法。(註：比較下列二圖所採用之命名法。)



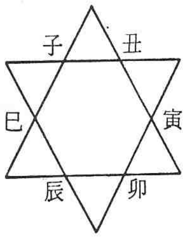


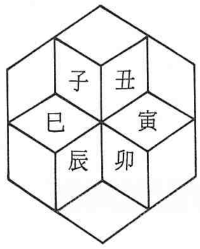
㈦將下右圖所示十二個平面區域由1至12配號，使每一個菱形區域連同其所鄰二個三角形區域之號數和均相等，試求所有配號法。(註：比較下列二圖所採用之命名法。)





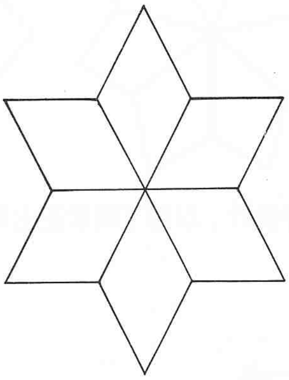
(八)將下右圖所示十二個菱形區域由 1 至 12 配號，使聯集為小正六邊形區域之三個菱形區域之號數和均相等，試求所有配號法。（註：比較下列二圖所採用之命名法。）

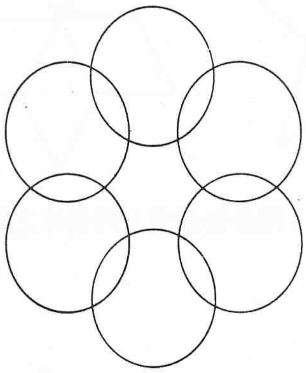




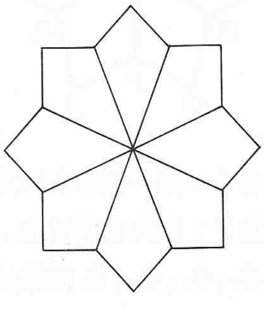
習　題

(一)將下左(右)圖所示正六角星形及其中心共十三個交點(十三個平面區域)由 1 至 13 配號，使每一個小菱形四個頂點（每一個圓內三個區域）之號數和均相等，試求所有配號法。〔提示：中心（中央區域）配以13之情形，已於本文討論矣。中心（中央區域）配以 1 之情形，與上述情形互補，故本文所得代表解之補解可作為其代表解。其他情形，可仿上（以本文所用之解法及互補對應）處理之。〕

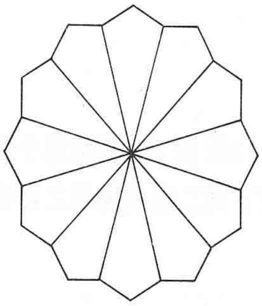




(二)將下圖所示正八角星形及其中心共十七個交點由 1 至 17 適當配號，可使每一個小四邊形四個頂點之號數和均相等，試求一解。〔提示：可模仿本文所用之解法試配之。〕



㈢將下圖所示正十二角星形及其中心共二十五個交點由1至25適當配號，可使每一個小四邊形四個頂點之號數和均相等，試求一解。〔提示：可模仿本文所用之解法試配之。〕

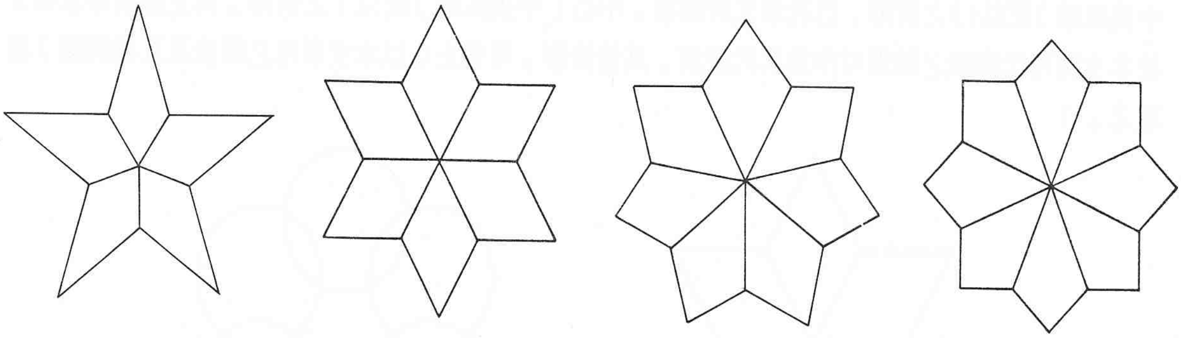


15202　n角星形配號問題

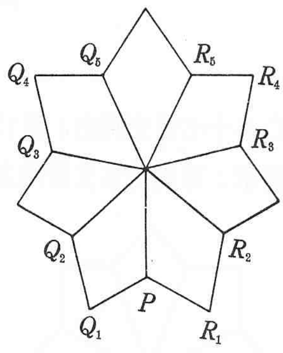
優勝名單：

良好：胡豐榮（內灣國小）

參考答案：（張國男提供）



若 $5 \leqslant n \neq 6$，則必無合乎上列條件之配號法。茲為方便計，以如下所示正七角星形之圖為例，說明如次：



設有某配號法能使共線四點之號數和（即第一類和）均為 S，且使外圍三角形三頂點之號數和（即第二類和減去中心所配之號數）均為 T。對於此配號法，考慮折線 $PQ_1Q_2Q_3Q_4Q_5$：因三角形 PQ_1Q_2 與 $Q_3Q_4Q_5$ 均為外圍三角形，且 Q_1，Q_2，Q_3，Q_4 四點共線，故 P 與 Q_5 二點所配之號數和為