

阿里卡當與陳省身

—本世紀的二大幾何學家—

劉世超 譯

德國數學會 (Deutsche Mathematiker-Vereinigung) 一百年慶特出版「一百年之數學 (1890~1990)」為叢書第六卷,內容為百年數學史,其中微分幾何部分對法國數學家阿里卡當 (E. Cartan) 及我中央研究院院士陳省身先生特別加以推崇,認為在過去一百年中整個微分幾何學的發展多方面受到他們二人的影響。陳省身先生成長自科學落後的中國而能即身獲得數學史上如此崇高的地位,實為國人之光,足為國人中優秀士子努力的模範。原文用德文寫成約四十頁,茲將其引言部份大意譯出,以供一般讀者參考。—劉世超識。

(I) 在過去百年中微分幾何的課題與作品繁多,短短的四十頁篇幅很難將其重要的研究結果與發展加以描述,難免流於數一數關鍵性名詞、人名及出版的論文而不能深入,但事情亦非完全令人失望,專家及一般讀者,投以時間亦可藉此對微分幾何 (或其中一部份) 獲得相當的印象。先說:

(II) 教本: L. Bianchi (1899) 代表 1890 以前微分幾何的情況為學生所用;更深入細節的有 G. Darboux 所著 [1887—1896] 四卷曲面論; W. Blaschke [1945] 講古典曲線,曲面至 1940 以前;前此 E. Cartan [1928] 講黎曼幾何學—為經典著作; S. Kobayashi, K. Nomizu [1963/1969] 講 n -維流形及子流形至 1963; D. Gromoll, W. Klingenberg 及 W. Meyer [1968] 講大域黎曼幾何, B. Y. Chen (陳邦彥) [1973] 特別研究子流形幾何; O'Neill [1983]: 勞倫斯流形及其在相對

論上的應用; S. Kobayashi 及 H. Wu (伍鴻熙): 複變微分幾何; M. Berger 及 B. Gostiaux [1988] 以流形觀念講曲線曲面微分幾何。此外另有:

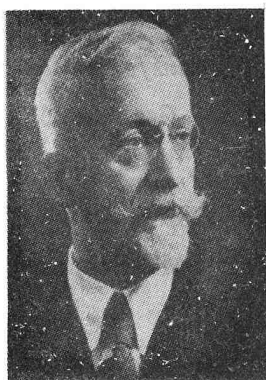
(III) 論特別課題之專書, J. Wolf [1967] 講常曲率黎曼流形; S. Kobayashi [1972] 微分幾何變換群; S. Helgason [1978] 講 E. Cartan 之對稱空間; A.L. Besse [1978] 及 W. Klingenberg [1978], [1982] 講黎曼空間及其測地線; S.P. Yau (丘成桐) [1982] 講微分方程與微分幾何及其難題; T.E. Cecil 及 P.J. Ryan [1985] 論黎曼流形之陷入 (於歐幾里得空間); T.J. Willmore [1982] 研討上述陷入之全曲率及全中曲率; W. Ballmann, M. Gromov 及 V. Schraeder [1985] 給出有關非正曲率緊緻及完全黎曼流形大域結構最新研究結果; M. Gromov [1986] 描述黎曼流形等距陷入及嵌入的新知; A. L. Besse [1987] 簡述愛因斯坦流形研究的最新狀況。

(IV) 過去一百年的微分幾何基於 (如 H. Poincaré) L.E.J. Brouwer 及 H. Hopf 所發展的) 流形拓樸學已越過上百年的研究而獲得一項新的重要研究範圍,那就是「大域微分幾何」。

粗言之,此課題是研究一些大域的拓樸性質以及在等距變換下不變的大域性質,諸如緊緻性,高級綜合比,同調,上同調還有黎曼流形上完全性以及這些性質對這些幾何的影響。對諸課題,兩位通才數學大師 D. Hilbert [

1922附錄V)與H. Weyl〔1913, 1956, 1939〕留下重要的貢獻及持續的刺激。

整體來說，這一百年微分幾何的進行在觀念及貢獻方面都留有兩位幾何學家，即阿里卡當(E. Cartan)及陳省身的印痕，他們全部的工作反映了微分幾何諸多分支的發展。



E. Cartan
(1869-1951)



S. S. Chern
陳省身 (1911-)



H. Hopf
(1894-1971)



Stefan Conn-vossen
(1902-1936)

在上述的意義下，阿里卡當文獻及他的簡述〔1952, 1-89〕有關他自己科學工作的文以及陳省身的科學自傳〔1978, xxi-xxx i〕都極其富有啟發性。陳省身與C. Chevalley對阿里卡當的追悼文〔1952〕，何溥夫(H. Hopf)追憶拓樸學發展的經過的文〔1966〕以及A. Weil〔1978〕，回遞他與陳省身的友誼的文，最後陳省身對Blaschke一生數學工作評價的文皆給人以無比生動的印象，使人認識一些基本觀念的游動與發展，及新拓樸學，新微分幾何學的難題(以及他們在數學家之下交會所帶來的推動與刺激。)正是這些保有個人因素

的文章能在各別情形助人發現並體會這一百年的幾何之精神，比許多百科全書式的文章做得更好。

鑑於本卷(6卷)書的目標是設法在各別情形到達大學以內有興趣而非專家的人，於是一再重覆地回到觀念的歷史發展，把微分幾何一些佔有中心地位的觀念，一些有基本性的問題之提出以及一些關於線、面的大域微分幾何的研究結果重覆在人直觀可及的歐氏幾何空間中表現出來。為此，人們要費點心到歷史方面，希望藉此方式用這種或那種資訊補專家之不足。既然曲線曲面微分幾何的觀念和諸多難題早植根本卷書所講的時代之前，於是歷史也要進一步予以追溯，這不僅爲了諸觀念間的關係不至被一個隨意定奪的期限所截斷，也特別是爲了能把這一百年的研究結果放在一個正確的背景上給以衡量。

參考文獻

1. Ballmann, W., M. Gromov, V. Schroeder (1985): *Manifolds of Nonpositive Curvature*. Birkhäuser, Boston.
2. Berger, M., B. Gostiaux(1988): *Differential Geometry: Manifolds, Curves, and Surfaces*. Springer, New York.
3. Besse, A. L. (1978): *Manifolds all of whose Geodesics are closed*. Springer, Berlin.
4. Besse, A. L. (1987): *Einstein Manifolds*. Springer, Berlin.
5. Bianchi, L. (1899): *Vorlesungen über Differentialgeometrie*. (Übersetzung von M. Lukat der 1886 lithographierten "Lezioni di geometria differenziale") Teubner, Leipzig.
6. Blaschke, W. (1945): *Vorlesungen über Differentialgeometrie I*. Springer,

- Berlin.
7. Cartan, É. (1928): *Leçons sur la Géométrie des Espaces de Riemann*. Gauthier-Villars, Paris.
 8. Cartan, É. (1952): *Notice sur les travaux scientifiques*. In: Cartan, É.: *Oeuvres complètes*. Gauthier-Villars, Paris, 1 – 98.
 9. Cecil, T. E., P.J. Ryan (1985): *Tight and taut immersions of manifolds*. Pitman, Boston.
 10. Chen, B.-Y. (1973): *Geometry of submanifolds*. Dekker, New York.
 11. Chern, S. S., C. Chevalley (1952): *Élie Cartan and his work*. Bull. Amer. Math. Soc. 58, 217 – 250.
 12. Chern, S. S. (1978): *A Summary of My Scientific Life and Works*. In: Chern, S. S.: *Collected Works*. Springer, New York.
 13. Darboux, G.: *Leçons sur la Théorie générale des Surfaces*. I (1887), II (1889), III (1894), IV (1896) Gauthier-Villars, Paris.
 14. Gromoll, D., W. Klingenberg, W. Meyer (1968): *Riemannsche Geometrie im Großen*. Lecture Notes in Math. 55, Springer, Berlin.
 15. Gromov, M. (1986): *Partial Differential Relations*. Springer, Berlin.
 16. Helgason, S. (1978): *Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces*. Academic Press, New York.
 17. Hilbert, D. (1922): *Grundlagen der Geometrie*. 5-te Auflage, Teubner, Leipzig.
 18. Hopf, H. (1966): *Ein Abschnitt aus der Entwicklung der Topologie*. Jahresbericht DMV 68, 182 – 192.
 19. Klingenberg, W. (1978): *Lectures on Closed Geodesics*. Springer, Heidelberg.
 20. Klingenberg, W. (1982): *Riemannian Geometry*. De Gruyter, Berlin.
 21. Kobayashi, S., K. Nomizu (1963/69): *Foundations of Differential Geometry I, II*. Interscience, New York.
 22. Kobayashi, S. (1972): *Transformation Groups in Differential Geometry*. Springer, Berlin.
 23. Kobayashi, S., H. Wu (1983): *Complex Differential Geometry*. DMV-Seminar 3, Birkhäuser, Basel.
 24. O'Neill, B. (1983): *Semi-Riemannian Geometry with Applications to Relativity*. Academic Press, New York.
 25. Watson, G. N. (1916): *A problem of analysis situs*. Proc. London Math. Soc. (2) 15, 227 – 242.
 26. Weyl, H. (1913): *Die Idee der Riemannschen Fläche*. Teubner, Leipzig.
 27. Weyl, H. (1939): *On the volume of tubes*. Amer. J. Math. 61, 461 – 472.
 28. Weyl, H. (1956): *Selecta*. Birkhäuser. Basel.
 29. Willmore, T. J. (1982): *Total Curvature in Riemannian Geometry*. Ellis Horwood Ltd., Chichester.
 30. Wolf, J. A. (1967): *Spaces of Constant Curvature*. McGraw-Hill, New York.
 31. Yau, S. T. (1982): *Survey on Partial Differential Equations in Differential Geometry and Problem Section*. In: *Seminar on Differential Geometry*. Ann. Math. Studies 102, Princeton University Press, Princeton N. J.
- 本文作者任職於中央研究院數學研究所—