

快活的數學家

矢野健太郎 著
顏 一 清 譯

二十八、勞爾·波特 (Raoul Bott, 1923~)

簡介：一九五〇年至五二年間我和波特教授一起在普林斯頓高等研究所待過。我認爲把他說成「有點淘氣，而聰明得可怕」會是對他很生動的表達方式。

波特的「週期性定理」是太有名了，他現任哈佛大學教授。

一、優雅的解答

讀者可能在那兒聽過「優雅的解答」這個辭兒。有人說那是我發明的，不對，那可是我從波特那兒聽來的呢。

普林斯頓高等研究所爲所員的方便在頂樓設有咖啡廳式的餐廳，因此在午餐的時候幾乎所有的所員都會聚攏過來，邊聊一些人間事與

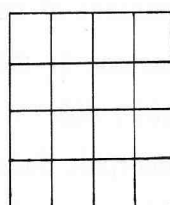
數學滲雜在一起的話邊吃午餐。餐後還會繼續談一陣，這回大家會彼此出些不全是數學的不過要動機智的問題做爲消遣。

有一次波特君坐在我正對面，餐後他便出題給我。坐在我旁邊的是從匈牙利來的加爾(Stetan A. Gaar, 現任明尼蘇達大學教授)君。所以這個問題變成出給我們兩個人的了。事後我才知道這個問題並不是波特君所做而在美國是廣被熟知的問題。它是這樣的：

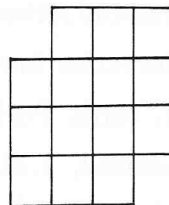
「如圖(I)，一正方形被橫、直相同個數的平行直綫劃分成偶數個正方形小方格。

現在從圖(I)的左上角與右下角各取下一小方格成圖(II)。要以兩小方格連成的長方形板(如圖III)舖滿圖(II)，試證此舉爲不可能。」

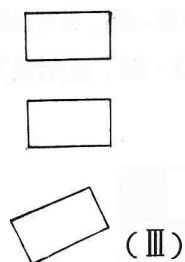
在這兒「舖滿某圖形」的意思是以這些小長方形覆蓋某個圖形時各長方形間不能重疊，還不能有空隙，又不能溢出。



(I)

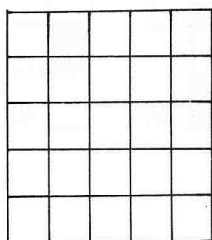


(II)

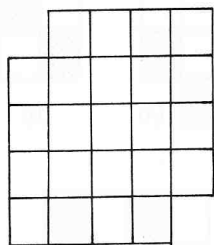


沒什麼稀奇，這個問題用日本式的說法便是：如圖(II)所示，有一個寬二間(日本的一個長度單位，有六尺，譯者)長二間的房間，相對的兩角用半疊(日本席子塌塌米的單位。日本人居室的大小都以幾疊(塌塌米)來形容，二疊塌塌米等於一坪。譯者)分的木板鋪成，現在要證明使用一疊，而不使用半疊的塌塌米是無法鋪成這個房間的。

如果這個問題的房間是寬兩間半，長兩間半(如圖IV)，而相對的兩個半疊分角落都不能鋪塌塌米(如圖V)，則共有十二疊半的房間大小減去不鋪塌塌米的兩個半疊成十一疊半。這要用一疊的塌塌米來鋪滿顯然不可能。



(IV)



(V)

但是波特君的問題用日本式的說法是有寬二間、長二間，也就是八疊分的房間，它相對的兩個半疊的部分不鋪塌塌米，所以這個房間的大小是八疊減去一疊成七疊，沒有半疊的東西，不能像上面那樣想。於是我和加爾君沈思下去，結果波特君笑對著我們說：「這裡是普林斯頓高等研究所，要有優雅的解答才行哦！」

這就是「優雅的解答」的由來，優雅(elegant)這個字平時大概都用在服飾上，表

示穿着雅緻，不過這個形容詞用成優雅的解答，我倒覺得很妙，勉強可解釋成「伶俐的解答」吧。

看看我和加爾君還在想，波特君拋下這句話；「希望你們不致於為這個問題耗掉整個下午。」便走出去了。

加爾君一定也是這樣，真的，老實說我那天整個下午都在想這個問題而無法做其他任何事。

碰巧當天傍晚我在街上的餐廳遇到加爾君他問我：「矢野，波特的問題做出來沒有？」

我說：「那個圖形就用西洋棋盤的方式想就好，是不是？」

結果他恨恨地答說：「是呀，真傻，當時為什麼沒想到把那個圖形當成西洋棋盤看？」

我和加爾君對這個問題的詳解登載在新潮文庫「數學的樂趣」中的「餐後的數學」(第二十頁)裡，在這兒就割愛吧。

在「餐後的數學」那一欄裡我寫了幾個成為我們午餐後的問題，老實說這些問題對當時的我們都是初聞，但後來所說它們在美國都是相當出名的問題。

為了對這一類問題有興趣的讀者，我在這兒列舉幾個至少在美國是有名的問題並附上解答吧。

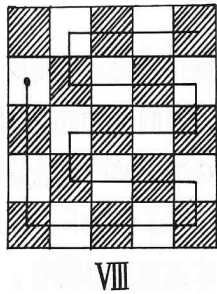
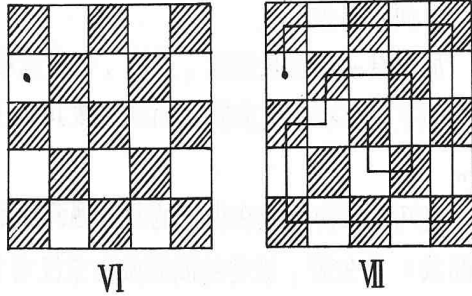
二、與西洋棋盤有關的問題

問題：有一西洋棋盤如圖VI。現在從有黑點的白方格開始，鉛筆不離開紙面橫畫或直畫每一方格一次且僅一次，所畫折綫不經過棋盤外側，如果能畫成，試畫它，如果畫不成試給理由。

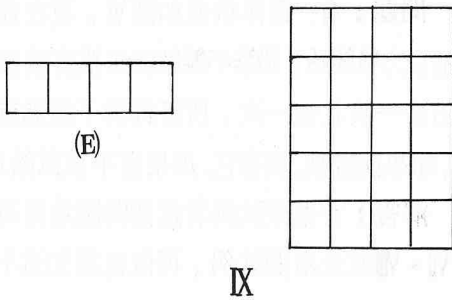
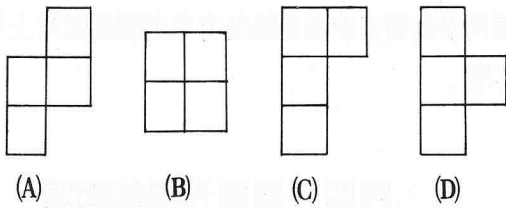
解答：首先來試試看這個問題是否可解。圖VII、VIII便是兩個試例，再做也該知道不能解。然後想法子推想出不能解的理由來。

在試解過程中我們發現，如果從白格子中的黑點開始畫綫，再來經過黑格子，再經過白格子。但是在圖VI中有五乘五等於二十五奇數

個格子。我們畫的折線經過白黑…白黑白，也就是說始於白格子，終於白格子才行。但是在圖VI中白格子只有十二個而黑格子有十三個，所以這種畫法是不可能的。

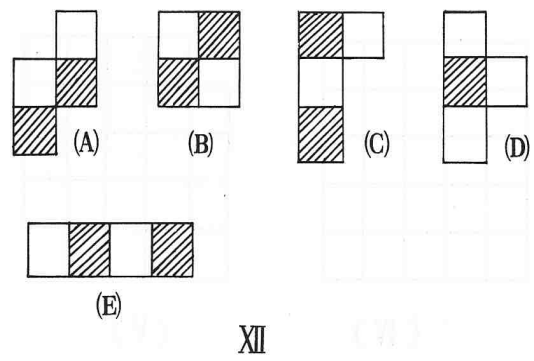
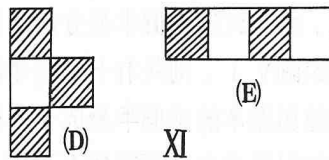
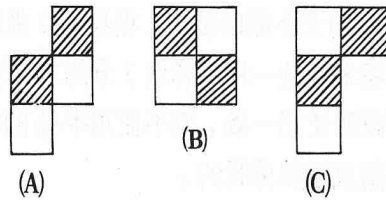
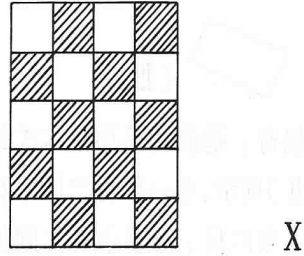


問題：有四個正方形組合成如圖(A)、(B)、(C)、(D)、(E)五個圖形，現在要用這些圖形拼成如圖IX的長方形。試問其可能性，若不能拼成，試說明理由。



解答：首先假設已經排成了，再把所成長方形塗成如圖X的西洋棋盤，則有白格子十個，黑格子十個。然後把這個長方形拆成原來的

圖形(A)、(B)、(C)、(D)、(E)，則可以解開成圖XI的(A)、(B)、(C)、(D)、(E)，或是圖XII的(A)、(B)、(C)、(D)、(E)。



但是如果是圖XI，則有九個白格子與十一個黑格子，顯得奇怪。如果是圖XII的情形，則有十一個白格子與九個黑格子，又顯得奇怪。

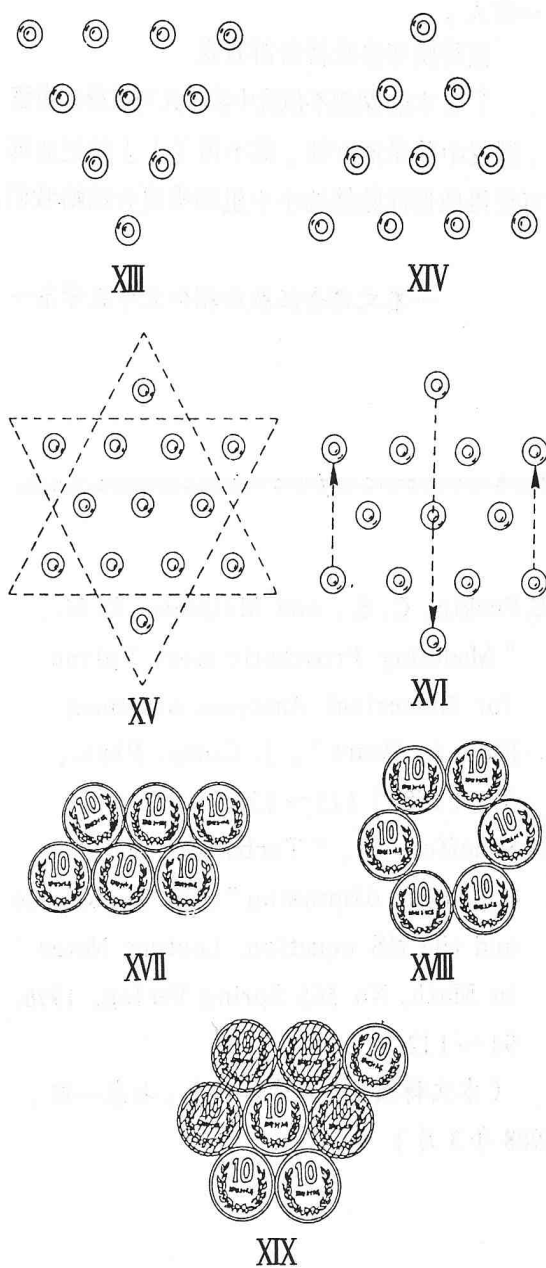
因此(A)(B)(C)(D)(E)五個圖形要拼成如圖IX的長方形是不可能的。

三、重疊可以做好的問題

問題：保齡球的球瓶排法應該像圖XIII所示，最前面排一支，再來一排排兩支，再次列排三支，最後一排排四支。但是有人排錯球瓶

成圖XIV的樣子。這個人經人指出錯誤後只移動了三支球瓶就把球瓶的位置改正過來。試問這個人是怎麼做的？

解答：這個人只移動了三支球瓶就改好位置，那麼大部分的球瓶他都沒有移動過。要發現沒有移動過的球瓶，把圖XIII, XIV疊在一起，如圖XV，便立即可以看出那些球瓶沒有移動過，那些球瓶該移動。也就是說，要改正，做成如圖XVI就可以。



問題：十元錢幣六個相切排成圖XVII。試移動其中兩個錢幣的位置使六個錢幣排成圖

XVIII。

解答：這個問題只移動兩個錢幣的位置便可使圖XVII成圖XVIII，故有四個錢幣沒有動過，爲了找出這四個錢幣把圖XVII, XVIII疊合成圖XIX，則可看出圖XIX中重疊部份的十元錢幣是畫斜綫的四個，這樣就立刻可以看出那兩個錢幣該移動位置了。

二十九、辛格

(T.M. Singer, 1924~)

簡介：辛格教授在一般的微分幾何學上留下多樣成果。尤其出名的是他把代數函數論上重要的黎曼-羅赫(Riemann-Roch)定理擴張到一般次元的緊緻複變流型的情形。

他長久擔任過麻省理工學院的教授，近來被聘請到加州大學柏克萊分校。

一、日本式的旅館

一九六五年六月在京都的數理解析研究所舉辦了美日微分幾何學專題討論會，下面便是當時發生的事：

從美國來了十數位微分幾何學者參加會議。我方擔任招待的人認爲美國人住日式旅館恐怕不方便，就全給他們預約了洋式旅館。

但是這位辛格教授說好不容易來到日本，他一定要嘗試住一下日式旅館，因此只有他住進日式旅館。他把當時的印象說成這樣：

「我在床上醒過來，想著像往常那樣看個報吧，結果女侍來說「早！」把英文報送到床上。想開始洗個臉吧，結果女侍說聲「對不起！」進入房間來，把洗手間裡要漱洗的準備全給做好了。想開始吃早餐吧，又有女侍說著「對不起！」端早餐到房間裡來，而且一直侍候

到我吃完。想換衣服出去吧，又是女侍說聲「對不起！」進來房間，從頭到尾侍候我換衣服。服務太好了，而且把時間拿捏得很準，害得我起先還以為房間的某個角落裡安置著什麼電視相機之類的東西呢。」

二、廟籤

這也是一九六五年在京都開美日微分幾何學研究會那時候的事。辛格教授參觀京都市，並在某一個寺院抽了廟籤。當然廟籤是用日文寫成的，辛格教授拿給一位日本數學家看，並請他翻成英文。這位日本數學家告訴他廟籤裡寫著：「您不久可以得到一位可愛的女娃娃」。

辛格教授以為這位日本數學家開他玩笑，因為他知道這回辛格教授把懷著孕的太太留在美國隻身來日本。

為了小心起見，辛格教授又把廟籤拿給其他數位日本數學家看，結果答案都是一樣，這樣他才相信了他抽到的廟籤的確是那麼寫的，並且加深了對廟籤的信賴。

又過了四年到一九六九年夏天，在德國奧貝爾俄爾發赫城（Oberwolfach，西德黑森林中的一小鎮，有一處數學研究所中心，專供數學研討會使用。譯註）的數學研究所有微分幾何學研討會時，我和內人終於看到了辛格教授一家人。

這時候辛格教授告訴我說：

「日本的廟籤不但說中我不久可以得到寶寶，還說中將是個女娃，真不得了！」就把他那可愛得像個洋娃娃的小小姐那塔夏介紹給我們。

—本文譯者任教於輔仁大學數學系—

（上接第 17 頁）

22. v. Neumann, J., "The Mathematician", in J.R. Newman "The World of Mathematics", vol IV, 2053~2063, Simon and Shuster, New York, 1956.
23. v. Neumann and Goldstine, H. H., "On the Principles of Large Scale Computing Machines", Collected Works of John v. Neumann, Vol V, P. 1~32, Pergamon Press, McMillan, 1963.
24. Peskin, C. S., "Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart", J. Comp. Phys., 25, (1977), 220~252.
25. Peskin, C. S., and McQueen, D. M., "Modeling Prosthetic Heart Valves for Numerical Analysis of Blood Flow in Heart", J. Comp. Phys., 37, (1980) 113~132.
26. Scheffer, V., "Turbulence and Hausdorff dimension", in Turbulence and the NS equation, Lecture Notes in Math, No 565 Springer Verlag, 1976, 94~112.

（本文轉載自「數學譯林」，七卷一期，1988年3月）