

C0010 三角函數 (高二上程度)

I. 單選題

1. 設 $\cos 13^\circ = a$, 則 $\cot 2263^\circ =$

(A) $a/\sqrt{1-a^2}$ (B) $-\sqrt{1-a^2}/a$ (C) $-a/\sqrt{1-a^2}$

(D) $\sqrt{1-a^2}/a$ (E) 以上皆非

2. 設 $\pi/4 < \theta < \pi/2$, $a = \log_{\frac{1}{2}} \sin \theta$, $b = \log_{\frac{1}{2}} \cos \theta$,

$c = \log_{\frac{1}{2}} \tan \theta$, $d = \log_{\frac{1}{2}} \sec \theta$, 則 a, b, c, d 之大、小

次序爲

- (A) $a > b > c > d$ (B) $b > a > c > d$
 (C) $b > a > d > c$ (D) $c > d > a > b$
 (E) $d > c > a > b$

3. 設 $\tan\theta = 1/2$ 且 $k = (2\cos^2\theta - 3\sin^2\theta)/(1 + 3\sin\theta\cos\theta)$ 則

- (A) $k = 1/2$ (B) $k > 1$ (C) $k = 5/11$ (D) $k = 11/5$
 (E) 以上皆非

4. 若 $0 < x < \pi/2$ 且 $\sin 2x = 1/4$, 則 $\sin 3x - \cos 3x$ 之值為

- (A) $3/4$ (B) $1/2$ (C) $\sqrt{5}/4$ (D) $-\sqrt{5}/4$
 (E) 以上皆非

5. 設 $a = \sin x + \cos x$, $b = \cos 2x$ 則 $a^2 + b^2/a^2$ 之值為

- (A) 1 (B) $1/2$ (C) 2 (D) $3/2$ (E) $2/3$

6. $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ$ 之值為

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $1/\sqrt{3}$ (C) $1/3$ (D) 3 (E) 以上皆非

7. 設 $a, \alpha \in R$ 且 $\sqrt{6}(\cos\theta - \sin\theta) + \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta) = a \sin(\theta + \alpha)$ 則序對 $(a, \alpha) =$

- (A) $(4, 5\pi/12)$ (B) $(4, -5\pi/12)$ (C) $(-4, 5\pi/12)$
 (D) $(-4, -5\pi/12)$ (E) $(-4, -\pi/12)$

8. 設已知

θ	40°	$40^\circ 10'$	$40^\circ 20'$	$40^\circ 30'$
$\cos\theta$	0.7660	0.7642	0.7623	0.7604
$\sin\theta$	0.6428	0.6450	0.6472	0.6494

若 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ 且 $\sin\theta = -0.6458$, 於近似值中「秒」只取整數部分, 則下列何者與 θ 最接近?

- (A) $220^\circ 14' 38''$ (B) $220^\circ 13' 30''$ (C) $220^\circ 13' 38''$
 (D) $221^\circ 13' 38''$ (E) $210^\circ 13' 38''$

9. 於 $\triangle ABC$ 中 $\cos\alpha/a + \cos\beta/b + \cos\gamma/c =$

- (A) $a + b + c$ (B) $1/abc$ (C) $(a+b+c)/abc$
 (D) $(a^2 + b^2 + c^2)/abc$ (E) $(a^2 + b^2 + c^2)/2abc$

10. 設 $\pi/2 < x < \pi$ 且 $6\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$ 則 $\sin 2x + \cos 2x$ 之值為 (Hint: 先求 $\tan x$)

- (A) $-7/13$ (B) $7/5$ (C) $-7/5$ (D) $12/13$ (E) $7/13$

II. 複選題

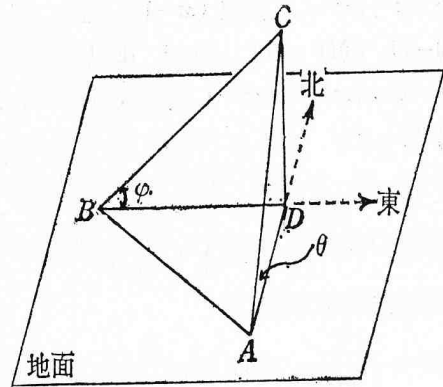
11. 於地面上相隔 $100\sqrt{3}$ 公尺之兩地 A 與 B 觀測一飛機 C, 情形如下:

於 A 處看飛機在其正北方之上空, 仰角 $\theta = \pi/6$,

於 B 處看飛機在其正東方之上空, 仰角 $\varphi = \pi/3$,

如圖所示。

若計算準確至小數點後第二位, 則飛機之高度 $\overline{CD} =$



- (A) $30\sqrt{10}$ 公尺 (B) $100\sqrt{3}$ 公尺 (C) 近似值為 94.87 公尺
 (D) 近似值為 173.21 公尺 (E) 以上皆非

12. 設 $a \sec\theta - d \tan\theta = c$, $b \sec\theta + c \tan\theta = d$ ($a, b, c, d \in R$), 則下列何者為真?

- (A) $a^2 - b^2 = c^2 - d^2$ (B) $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$
 (C) $b^2 + c^2 = a^2 + d^2$ (D) $b^2 - c^2 = a^2 - d^2$
 (E) $b^2 - c^2 = d^2 - a^2$

13. 設 θ 角在第二象限內且 $\sin\theta \cos\theta = -3/8$ 則 $\sin\theta + \cos\theta + \tan\theta + \sec\theta + \cot\theta + \csc\theta$ 之值可能是

- (A) $7/2$ (B) $11/6$ (C) $-7/2$ (D) $-6/11$ (E) $-11/6$

14. 設 $a = \cos 132^\circ \cos 108^\circ + \cos 132^\circ \cos 12^\circ + \cos 12^\circ \cos 108^\circ$
 $b = \sin 80^\circ \cos 20^\circ + \sin 45^\circ \cos 145^\circ + \sin 55^\circ \cos 245^\circ$

則下列何者正確?

- (A) $a = 3/4$ (B) $b = 0$ (C) $a = -3/4$ (D) $a + b = -3/4$
 (E) $a + b = 3/4$

15. 設 $\alpha = \sin^{-1}(13/14)$, $\beta = \sin^{-1}(11/14)$, 則

- (A) $\sin(\alpha + \beta) = \sqrt{3}/2$ (B) $\cos(\alpha + \beta) = 1/2$
 (C) $\alpha + \beta = \pi/3$ (D) $\alpha + \beta = \pi/6$ (E) $\alpha + \beta = 2\pi/3$

16. 設 $\tan\theta, \tan\varphi$ 為 $x^2 + px + q = 0$ 之二根, $p, q \in R$, 且 $q \neq 1$, 則下列何者恒真?

- (A) $\tan(\theta + \varphi) = p/(q-1)$ (B) $\tan(\theta + \varphi) = p/(1-q)$
 (C) $\cos^2(\theta + \varphi) = q^2/(p^2 + (q-1)^2)$
 (D) $\cos^2(\theta + \varphi) = (q-1)^2/p^2 + (q-1)^2$
 (E) 以上皆非

17. 設 $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ 則下列何者為真?

- (A) $\sin(\beta + \gamma) = \cos\alpha$ (B) $\sin(\gamma + \alpha)/2 = \cos\beta/2$
 (C) $\sec(\alpha + \beta) = -\sec\gamma$ (D) $\sin(\alpha/2 + \beta) = \cos(\beta - \gamma)/2$
 (E) $\cos(\beta/2 + \gamma) = \sin(\gamma - \alpha)/2$

18. 下列何者之週期為 $\pi/2$?

- (A) $\sin 2x$ (B) $\sec 4x$ (C) $\sin x + |\cos x|$

- (D) $\sqrt{1-\cos 2x} + \sqrt{1+\cos 2x}$ (E) $|\sin x| + |\cos x|$
19. 設 $0 < \theta < \pi$ 且 $2\cos^2\theta + 3\sin\theta = 3$ 則 θ 之值可為
 (A) $\pi/3$ (B) $\pi/4$ (C) $\pi/2$ (D) $5\pi/6$ (E) $\pi/6$
20. 設 $0 < x < \pi$ 且 $4\cos^2x \geq 3$ 則 x 之解可為
 (A) $0 < x \leq \pi/3$ (B) $5\pi/6 \leq x < \pi$ (C) $0 < x \leq \pi/6$
 (D) $\pi/6 \leq x \leq \pi/2$ (E) $\pi/6 < x < 5\pi/6$
21. 設 $0 \leq x \leq \pi$, 試利用 $t = \sin x + \cos x$ 作變數之變換, 求 $f(x) = (1 + \sin x)(1 + \cos x)$ 之極值; 則下列何者為真?
 (A) $f(\pi/4) = (3 + 2\sqrt{2})/2$ 為極大
 (B) $f(\pi/4) = (3 + \sqrt{2})/2$ 為極大
 (C) $f(\pi) = 0$ 為極大 (D) $f(\pi) = 0$ 為極小
 (E) $f(\pi/4) = (3 + 2\sqrt{2})/2$ 為極小
22. 於 $\triangle ABC$ 中, 若 $a\cos\alpha = b\cos\beta$, 則此三角形可能為
 (A) 直角 \triangle (B) 等腰 \triangle (C) 等邊 \triangle (D) 等腰直角 \triangle

- (E) 以上皆非
23. 若各文字均表實數, 則下列何者恒真?
 (A) $\tan^{-1}a = \tan^{-1}b \iff a = b$
 (B) $a = b \iff \cos^{-1}a = \cos^{-1}b$
 (C) $\sin x = k \iff x = \sin^{-1}k$
 (D) $x \neq 0$ 時, $\tan^{-1}x = \cot^{-1}(1/x)$
 (E) $x < 0$ 時, $\cot^{-1}x = \pi + \tan^{-1}(1/x)$
24. $\sin^{-1}(-3/5) + \cos^{-1}(-4/5)$ 與下列何者相等?
 (A) $\pi - \tan^{-1}(3/4)$ (B) $\pi - \tan^{-1}(24/7)$
 (C) $\cos^{-1}(-7/25)$ (D) $\pi + \tan^{-1}(24/7)$
 (E) $-2\tan^{-1}(3/4)$
25. 設 $f(x) = \cos 2x - \sin x$ 之極大值為 a , 極小值為 b 則下列何者為真?
 (A) $a = 2$ (B) $a = 9/8$ (C) $b = -2$ (D) $b = -9/8$
 (E) $a + b = -7/8$

(中山女中 郭正義老師提供)