

$\cos x = x$ 之近似解

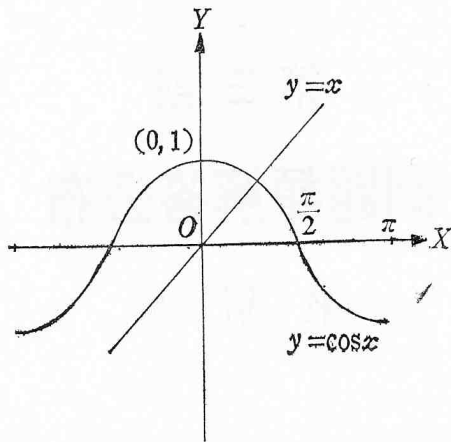
(徵答對象：職業、年齡不拘)

汪治平

本問題提供者現就讀於高雄中學三年級

您可曾見過像 $\cos x = x$ 這樣有趣的方程式？

觀察 $y = \cos x$ 與 $y = x$ 的圖形，我們可以發現 $\cos x = x$ 是有解的，並且它的解是唯一的。



因為 $\cos x = x \leq 1$ ，而 1 不合，所以它的根 x 應該小於 1。若 x_0 為 $\cos x = x$ 的根，則我們可以推得 $\cos \cos \cos \cos \cdots x_0 = x_0$ 且 $\cos^{-1} \cos^{-1} \cos^{-1} \cos^{-1} \cdots x_0 = x_0$ ，這不是很有趣嗎？

問題：不用查表的方法，可不可以求出 x_0 的近似值，使誤差小於 10^{-3} ？（我們徵答的不是 x_0 的數值，而是逼近 x_0 的方法，當然如果您有計算機的話不妨求出它的值。）