

# 我看大專聯考數學試題

石厚高

今年的數學試題要讓補習班失望了，因為高三下課程的份量很重。有些補習班老師根本不教他們認為不考的部份，對學生說三下的課本只要作牛頓法就行了，如果說這份題目的命題人有專整補習班的心態當然過份，不過太偏重某一冊總是不太好。民國五十五、六年某補習班社會科名師作者前猜題，他說今年是某校命題，那一定是某某某命的題，他的招數我很清楚，所以我猜了這些題目（都是問答題）大家背一背保證滿分，結果呢一題都沒有出。他在補習班對學生一個個的道歉〔老師對不起你們，老師對不起你們…〕。猜題也好不教某一部份也好都不是正常的教學方式。當然我不否定補習班的貢獻，如果没有補習班，重考生以及服完兵役的男生乏人指導，如何考大學呢？

矩陣的乘法反元素只有在 62 年考過一次，也是求三階方陣的乘法反元素，不過那一次和今年不同之處是只求反元素的某一個元。今年是求其中的五個元。

課本上的方法是對所指定的方陣與一單位方陣同時實施相同的基本列運算。在指定方陣成了單位方陣之後，原來的單位方陣就成了所要求的反元素。這個方法的缺點是牽一髮而動全身，錯了一個元就全錯了。也無法驗算，在知道錯了之後又必需從頭作起。

我講反元素也都介紹用餘因子求反元素的方法，計算法則是先求這個方陣的行列式值是不是零，如果是零就沒有乘法反元素。再

- (1) 轉置矩陣
- (2) 各元餘因子在原位置組成新方陣
- (3) 方陣(2)中各元除以原方陣行列式之值得得所求乘法反元素。

某君執教某大，他升副教授的論文是用線性規畫來解一個問題。我聽他說過在解聯立方程式時用了幾百個未知數，在我感到意外時他說中油公司某君曾用過上千未知數。在他們這個層次上要探討反元素的作法是很容易接受的，有了計算法則也很容易電腦化。高中學生只要知道方法就夠了。62年的命題方式很值得借鏡，只求反元素的一個元。命題人也許會以為這是送分題，其實不然，我曾要建中高三學生上黑板演算求反元素，表現實在很差，又在二十分鐘內要全班作一個和這次聯考一樣的一個三階方陣的反元素，兩個班作對的都不到五分之一（十一、二個）。道理很簡單，不論是用前述兩種方法中的那一種，這一題都是有理數的四則運算，而且它是一系列的四則運算，很容易錯。這一題十分，62年的一題佔5分合理得多。它是不宜在大專聯考試題中出現的題目。自62年出過以後這是第二次出現，可以想見

它在數學教師心目中的地位。我很希望看到聯招會公佈這一題作對的有多少人。

聯立方程式的一題更是不適合作自然組的試題，畢業生回校看老師都說這是甚麼題目，給社會組作作是可以的。就連學生都能分辨，難道命題人不能嗎？

學生常會問「大專聯考的命題趨勢」我的答覆是「大專聯考命題無所謂趨勢」，全看命題人主觀的認定。至於命題的好壞，就要看命題人對中等教材的認知與理念以及命題時所投入的關注了。希望大專聯考數學科命題人，在命題之前找幾份大專聯考數學試題作一作，至少找最近五年的五份，每份試題把自己關起來作八十分鐘，對試題的好壞也就很有概念了。聽說教育部都是在半年前聘定命題人，作五份試題的時間是應該有的。

我們常看到一些談試題好壞的評語，往往沒有搔到癢處。我對聯考試題以建中人的表現為依據。建中是升學的學校，學生是經過選擇入學的，三年前北市高中聯考以第一志願錄取。建中人的高標準在 75 分左右，低標準在 65 分左右的試題是正常的試題。我這樣說是有根據的。

高三學生每年都是在七月中旬開始暑期輔導，我挑高一、二共四冊數學課本中的例題與習題給他們作作瞭解一下程度。幾乎大部份是例題，僅作數據變更，那些題目拿給任何老師看都說太容易了。我在全班有一半以上學生作完的情況下收考卷，作過好幾次了，得到兩個班大約 110 名學生的成績是高標準 77，低標準 65。請大家看第一志願的學生對最近兩年學過的數學只有六成五 (65%) 的認知，數學是技術也是藝術，她與國文英文等科是不同的。所以聯考命題宜以數學常識為範圍，能測出考生程度分出高下就成了。

反元素是不宜命題的教材。還有要用到和差化積的公式也是不宜命題的。因為它的證明方式不自然，所以不容易記住。例如我曾考過

這種題目

$$(\sin 2\theta + \sin 3\theta) / (\cos 2\theta - \cos 3\theta)$$

答案是  $\cot(\theta/2)$ ，雖然我對它沒有興趣，因為大專聯考出過，所以要給學生作作，兩個班共有 109 學生，參加這一次考試的 108 名，作對的只有 36 個。和差化積的公式也只有證明正餘弦函數的導函數公式時才會用到，此外別無它用。所以它的價值不大。筆者想到一個證法，很容易記住這個公式，請參閱八月份九章數學雜誌拙文「數學公式漫談——和差化積」。

提到這裏不由得想到教育部作了件令人叫好的事把大學邏輯學改成選修。邏輯不是不可以教，要看教到甚麼程度。某同事告訴我，他是某國立大學工學院畢業的，在大學時邏輯學全系只有兩個同學通過，其它全部重修。這是甚麼原因？原因有二：學生程度太差或教的有問題。國立大學的學生程度不會有問題，當然是教材與教法的問題。就筆者所知，喜歡邏輯的並不很多，包括學數學的在內。對芸芸眾生來說，只要是學過平面幾何的，作過一些證明題也都會對邏輯思考有些概念，至於邏輯學不是人人能學的。它那種表達方式不具說服力。

今年自然組試題的命題人把自己熟悉部份出得特別多，中等教材有很多很好的題材能測出學生程度都沒有出到，也不是一份用心的試題，沒有花很多時間構思，數據沒有仔細斟酌實在讓人讚嘆。很像某急智歌星唱「即興曲」想到甚麼就唱甚麼。

社會組的試題可圈可點，十二個填空題面廣而周延，數據單純，無繁複運算，會的很快作完。兩道選擇題幾乎沒有運算全考觀念。很適合社會組的學生。相形之下自然組試題令人失望。我想兩組命題人是不同的，社會組命題人對中等教材的瞭解與認知遠較自然組命題人高明。他們完成了任務，測出了考生程度。我們很希望看看成績分配圖，想必很接近常態分

配。

我讀高中時，聽說某校某科老師不看考卷，只是用電風扇吹吹，吹得遠的分數高吹不動的不及格，當然是學生胡謔。不過自然組的試題令人懷疑，除了命題人熟悉的教材以外，其它部分是不是命題人用電風扇吹吹課本，吹到那一頁就以那一頁所講的命題。

以上文字於七月十八日完成，十九日投往數播。七月二十五日某同學返校拿成績單告訴我一些大家不知道的事值得一談。我把它寫在下面。他談的印證了我的看法，讓我十分有成就感。十八日以前完成的則一字未易。

這位同學的成績可以分到某國立大學，不過他的數學不論怎麼算都少了十分，應該是填空題少算兩個空格，他很擔心聽說複查只是蓋個“複查無誤”的章了事。又告訴我某入闈先生告訴他毛部長一再要理科命題人要出容易的題目。所以命題人毀去了事先出好的題目，完全根據個人喜好與專長在闈內重行命題，命題不是一件簡單的事，要慢工出細活兒匆匆擬就草草交差，難怪資深有經驗的數學老師對自然組的題目很多看不順眼。所以物理滿分 35 人，而 80 分以上的第二類組有 5733 人，第三類組有 4237 人。這不是正常的命題。題目難造成好壞不分不是好題目，題目容易也是好壞不分測不出程度，都不是正確的命題方式。請參閱去年九月數播拙著「考古無罪」。希望以後不再有這種妙事，從試題與成績來看物理與自然組數學受毛部長影響作了較大的變更。

命題人的心態令人費解，以往兩次大專聯考三下的理科數學佔的份量太少，幾乎是沒有出，我就給你個“特別強調”。某年大專聯考與三角有關的比重竟然佔了百分之四十五，也是太主觀了一些。當然我不否認三角是很重要的。今年數學的高低標準為

	自然組	社會組
高標準	48	49
低標準	33	34

去年是

	自然組	社會組
高標準	43	32
低標準	28	21

表面看來自然組的高、低標準都提高了 5 分，社會組的高標準提高了 17 分，低標準提高了 13 分，就說題目容易了，可以測出考生程度，其實不然。這二者之間是有差距的。社會組平易合理；而自然組則否，有的根本不應該出，有的又讓人覺得莫名其妙。有經驗的老師把這兩份試題作一遍就可以知道了。

七月二十七日我在暑期輔導上課時給兩班第二類組高二升高三學生作了一遍社會組試題，時間是八十分鐘與聯考相同，得到各項統計數字寫在下面供同行參考。

參加考試人數	104
總分	6016
高標準	70.40
低標準	57.85
及格人數	43
96 分	1 人
95 分	2 人
90 分	1 人
80 以上	10 人

他們的表現恰如其份。如果給高三畢業生第二類組來作成績會高很多。道理很簡單，十七歲與十八歲（高二與高三）的差距是很大的。大到高、低標準各增加五分是不成問題的。他們也都以為題目能適度表達程度，有的題目沒有拿到分數覺得遺憾。

讀者也許會說他們沒有準備好，高二學生還沒有升上高三，沒有把高一、二的四冊數學課本仔細看過，其實在中學這個階段月考也好，小考也好數學是唯一不需要準備的科目。如果不信我就證明給大家看。

在發月考成績單時會發現有這樣的學生，除了數學之外門門不及格。那是甚麼原因？數學老師亂給分兒？非也非也。題目極容易？非也非也。一班五十六、七人，題目正常的情況下及格的五十人左右，這種學生完全不看書，只是上課大概聽聽，檢查他們的書包，只有打□□與香△。他們回家不看書，考試也能過關。當然成績不在前面。這些學生對數學是有些天賦的。數學是科學是技術也是藝術，平時需要多作多練習，她與文史科不同，考前臨陣磨槍發揮不了甚麼功能。奇妙嗎？還有更奇妙的。

數播第十二卷四期（48）的〔赫伯·羅賓士 訪問記〕是篇好文章，有一段這樣的文字

---

數學……是要一步一步學，不厭其煩的教

才行。我不相信有任何技術、訓練、機器可以把數學簡化，讓大家都輕鬆的使用。

---

這段文字實在是痛快極了深獲我心。數學這門學問學要一步一步的學，教要不厭其煩的教，實在是毫無捷徑。讀者也許會問難道還有「學不要一步一步的學，教不要不厭其煩的教的學問嗎？」當然有，至少中國人學中文並沒有嚴格步驟，因為中文是中國人的母語。外國人學中文又不同了。國民政府在大陸時並沒有推行注音符號，大家也一樣學好了中文。當然我肯定注音符號的貢獻，小兒女小學畢業作文都還通順，國民小學的國語文教育是很成功的。

我很喜歡這份社會組試題，也希望大家欣賞。