關於陸家義證明『大集定理』的對話

羅見今

甲：你好！第三次國家自然科學獎的消息，你看到報紙了嗎？

乙：見到了，2月15日開授獎大會，當晚電視新聞，第二天見報。

甲：自然科學一等獎有11項，其中數學兩項。陸家義是獲得這種獎的唯一的一位普通中學教師，題目是『關於不相交Steiner三元系大集』的研究。他的名字印上了黑框，報上寫着『陸家義是在極其艱苦的環境下堅持研究，默默無聞地把畢生的精力獻給了科學事業，終因積勞成疾於1983年10月過早地離開了人世。』聽說你認識他，比較了解他的工作，你能談談有關他的情況嗎？

乙：好吧！我們先簡單介紹他的工作所涉及到的數學概念、歷史背景，這樣才能較具體地了解他的成果。陸家義的論文，屬於組合數學區組設計中的**平衡不完全區組設計**（balanced incomplete block design），簡寫爲BIB。一個BIB是把集合X的v個不同元安排到b個區組（子集）中，使得每一區組恰含k個不同元，每元恰出現於r個不同區組，每對不同元a_i，a_j恰出現於λ個不同區組。一個BIB有五個變量，可記作（b，v，r，k，λ）-設計，五變量間有兩個基本關係：

$$bk=vr \text{ 和 } r(k-1)=\lambda(v-1)。$$

甲：那麼，什麼是『Steiner三元系』呢？

乙：當$\lambda=1$，$k=3$時的BIB 叫**斯坦納三元系**（steiner triple system），記作STS(v)或$S(v)$，元數v具$6m+1$，$6m+3$（$m=0$，1，…）之形，區組數$b=v(v-1)/6$。1847年英國數學家柯克曼（T.Kirkman，1806－1895）在『劍橋與都柏林數學雜誌』上著文，提出並證明了這種三元系存在的充要條件是$v\equiv 1$，3（mod 6），即v減1或3須能被6整除。出生於瑞士的德國幾何學家斯坦納（J.Steiner，1796～1863）不知道柯克曼的工作，1853年提出$v\equiv 1$，3（mod 6）這一必要條件對該三元系的存在是否也是充分的。後來不少人從事這方面的研究，冠以『斯坦納三元系』的名字，流傳開來，現已變成數學術語了。

甲：完全按定義去理解太費力氣了，能否舉出幾個例子？

乙：可以舉幾個元數v較小的例子。當$v=7$時，$S(7)$的7個元用1，2，…，7來表示，它的7個區組可以寫成{1，2，3}，{1，4，5}，{1，6，7}，{2，4，6}，{2，5，7}，{3，4，7}，{3，5，6}。這就是（7，7，3，3，1）

-設計。又如當 $v=9$ 時，一個 $S(9)$ 是（12，9，4，3，1）設計：

$$\{1,2,3\}\{1,4,7\}\{1,5,9\}$$
$$\{1,6,8\}\{4,5,6\}\{2,5,8\}$$
$$\{2,6,7\}\{2,4,9\}\{7,8,9\}$$
$$\{3,6,9\}\{3,4,8\}\{3,5,7\}$$

如果把前三個區組看成一個方陣，那麼 $S(9)$ 的 $b=12$ 個區組是該方陣按三橫行、三縱列和行列式展式中六個乘積的順序排出的。

當 $v=15$ 時，有著名的柯克曼十五女生問題：女教師要爲女學生安排一個下午散步的日程表：15人分成5組，每組3人，使得7個下午每兩個女生分到一組且僅分到一組之中。此問題1850年在『女生與先生之日記』中提出，並於翌年作出解答。柯克曼給出的方案是：

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
{1, 2, 3}	{1, 4, 5}	{1, 6, 7}	{1, 8, 9}	{1,10,11}	{1,12,13}	{1,14,15}
{4, 8,12}	{2, 8,10}	{2, 9,11}	{2,12,14}	{2,13,15}	{2, 4, 6}	{2, 5, 7}
{5,10,15}	{3,13,14}	{3,12,15}	{3, 5, 6}	{3, 4, 7}	{3, 9,10}	{3, 8,11}
{6,11,13}	{6, 9,15}	{4,10,14}	{4,11,15}	{5, 9,12}	{5,11,14}	{4, 9,13}
{7, 9,14}	{7,11,12}	{5, 8,13}	{7,10,13}	{6, 8,14}	{7, 8,15}	{6,10,12}

這是一個（35，15，7，3，1）-設計。上面舉出的 $S(9)$ 與 $S(15)$ 又分別分成了4和7個平行類，使得每個元素恰好出現在每個平行類的一個區組中，這種帶有附加條件的三元系叫柯克曼三元系，是可分解的平衡不完全區組設計，簡記作RBIB。

甲：根據定義的要求，除了你列出的方案之外，是否還能編出別的方案來？

乙：這是一個很重要的問題。如果一個 $S(v)$ 能夠通過調換元素的命名和區組排列的順序而得到另一個，那麼就認爲它們是等價的；否則，就是不同的。如果兩個 $S(v)$ 沒有一個區組是共同的，那麼它們是不相交的，或稱互斥的。用 $d(v)$ 表示兩兩互不相交的 $S(v)$ 的最大個數，易知

$$1 \leqslant d(v) \leqslant v-2\text{，對 } v \geqslant 3$$

由於 v 元集 X 所能構成的全部不同的三元組的總數是 $\binom{v}{3}=v(v-1),(v-2)/6$，而一個 $S(v)$ 共有 $b=v(v-1)/6$ 個不同三元組，故有猜測：

$$d(v)=\binom{v}{3}/b=v-2$$

滿足 $d(v)=v-2$ 的所有 $v-2$ 個 $S(v)$ 構成『不相交斯坦納三元系大集』。陸家義證明的這個定理我們簡稱爲『大集定理』。

甲：大集定理是否說，例如當 $v=9$ 時，應當有7個互不相同的 $S(9)$？

乙：的確如此。下面我們列出7個方陣

124	128	125	129	123	126	127
378	943	983	743	479	357	346
956	765	476	586	785	489	598

每個方陣都可按三橫行、三縱列和行列式中六個乘積的順序排成具有12個三元組的 $S(9)$，7個不相交的 $S(9)$ 共有84個不同三元組，即一大集。

甲：那麼，對於所有滿足 $v \equiv 1,3 \pmod 6$ 的 v，是否 $d(v)=v-2$ 總能成立？

乙：對了，這正是大集定理所要證明的關鍵所在。要注意，並非所有這樣的 v 均能使 $d(v)=v-2$。至少有這一個例子，當 v

$=7$ 時就不成立。英國數學家、天文學家凱利（A.Cayley，1821－1895）1850年證明了 $d(7)=2$，即不相交 $S(7)$ 只有兩個而非五個。對前邊提到的那個 $S(7)$ 而言，另一個與它不相交的是 {3，5，7}，{1，2，7}，{1，3，4}，{1，5，6}，{2，3，6}，{2，4，5}，{4，6，7}。這兩個 $S(7)$ 不構成大集。

甲：這就麻煩了，怎樣判斷哪些 v 是能構成大集的，哪些 v 構不成？v 有無窮多，不是需要一種必要充分條件來判斷嗎？

乙：正是如此。但數學家們很有耐心，他們先是一個個考察 v。西爾沃斯特（J.Sylvester）在1861年、瓦列斯基（Walecki）在1883年、貝思（S.Bays）在1917年、艾木克（A.Emch）在1929年不約而同地證明了 $d(9)=7$，換句話說，這方面的進展十分緩慢，在證明 $d(7)=2$ 後80年才跨出了一步。這種狀況持續到1974年，德尼斯頓（R.Denniston）等人算出滿足 $d(v)=v-2$ 的階數較低的 v，不少還是借助計算機才找到的。到1976前，對 $v\equiv 1，3\ (\mathrm{mod}\ 6)$，$9\leqslant v\leqslant 205$，除了 $v=37$，85，97，109，133，141，145，157，181，195 之外，都是合格的。被除去的這10個數，那時尚不知道是否有大集，但不等於肯定沒有。大集定理原來實際上是一種猜測，認爲它們應當滿足 $d(v)=v-2$。

甲：對於 $v\equiv 1，3\ (\mathrm{mod}\ 6)$，$v\leqslant 205$ 實在是一些太小的數了，離開完全解決大集猜想，不是差得太遠了嗎？一個個算下去，不是毫無希望嗎？

乙：當一個大問題不能一下解決時，不妨先從簡單的入手試一試，積累一些經驗。這些數雖不大，但要構造出它們的大集，決不是一件簡單的事。就對 $v=141$ 而言，應當找出139個互不相交的 $S(141)$，每個 $S(141)$ 有 $b=3290$ 個三元組，即共有457310 個區組互不相同。即令用計算機也非易舉。隨着 v 增大，就會出現“組合爆炸”，計算機也處理不了。所以數學家們開闢了另一條道路。1917年，貝思提出一個猜想，即對任 $v\equiv 1，3\ (\mathrm{mod}\ 6)$，$v>7$，是否存在 $d(v)\geqslant(v-1)/2$。貝思猜想把下界提高到剛超過 $v-2$ 的一半，這是繼柯克曼1850年提出下界問題 $d(13)\geqslant 3$，$d(15)\geqslant 2$ 之後較勇敢的設想，直到1972年才有多茵（J.Doyen）證明了它，並向前跨進一步，他得到

$$d(6m+3)\geqslant 4m+1,$$
若 $m\equiv 0，2\ (\mathrm{mod}\ 3)$
$$d(6m+3)\geqslant 4m-1,$$
若 $m\equiv 1\quad(\mathrm{mod}\ 3)$
$$d(6m+1)\geqslant\frac{m}{2},$$
若 $m\equiv 0\quad(\mathrm{mod}\ 2)$
$$d(6m+1)\geqslant m,$$
若 $m\equiv 1\quad(\mathrm{mod}\ 2)$

以後有人改進爲 $d(6m+1)\geqslant 3m+1$，對 $m\equiv 1\ (\mathrm{mod}\ 2)$。

甲：提高下界的目的何在？

乙：雖然 $d(v)=v-2$ 很簡單，但要達到它不可能一蹴而就。於是數學家們想辦法擺出一些台階，比方，先證 $d(v)\geqslant\frac{1}{2}(v-2)$，再證 $d(v)\geqslant\frac{2}{3}(v-2)$，再證 $d(v)\geqslant\frac{3}{4}(v-2)$，等等，就可以拾級而上，希望最終能達到目的。

甲：這條路是否能走得通？

乙：不知道，至少是現在不知道。百餘年的研究雖有進展，但目標却很遙遠，事實上還沒有找到一條明確的途徑。所以數學家們還想出了另外的辦法，就是利用遞歸法。用遞歸法從一個較小的區組構造一個較大

的，最早是莫若（E.Moore）1893年的創造；1961年哈那尼（H.Hanani）給出兩個遞歸定理，被認為是區組設計理論的重大成果。首先把遞歸法用於大集定理下界的是多菌。他於1972年得到

$$d(2v+1)\geqslant d(v)+2\text{，對 } v\geqslant 7$$

它包含了用較低階的 v 來證明較高階的 $v'=2v+1$，暗示了一條新途徑。

甲：這眞是一種『水漲船高』的妙主意。這方面的進展如何呢？

乙：很快地，1973年特林克（L.Teirlinck）得出

$$d(3v)\geqslant 2v+d(v)\text{，對 } v\geqslant 3$$

並推出 $d(3^m)=3^m-2$，　對 $m\geqslant 1$。接着羅莎（A.Rosa）於1975年獲得：如果 $d(v)=v-2$，則

$$d(2v+1)=2v-1\text{。}$$

這些簡潔優美的遞歸構造顯示出，對無窮多個 v 值，$d(v)=v-2$ 成立。這樣，就不需要一個一個去構造 $S(v)$ 的大集了。

甲：當然，這種辦法很好，我們已知 $d(9)=7$，那麼就有 $d(19)=17$，導出 $d(39)=37$，導出 $d(79)=77$，$d(159)=157$，…但是，如果把這條定理看成一張網，網中的 v 雖有無窮多個，但却越來越稀疏了；而滿足 $v\equiv 1,3\ (\mathrm{mod}\ 6)$ 的 v 却是密密麻麻，多得很呢！

乙：的確，這些結果雖不錯，但顯得零碎，離開完全解決大集猜想還有很大差距。1976年之後有五、六年，這一問題的討論又沉寂下來。以上所述各路大軍，延師攻關，但徘徊異路，逡巡而不得進。

甲：那麼，陸家義這時在做什麼？

乙：70年代前期的進展迅速，就像競賽一樣，但陸家義這時在場外，由於信息閉塞，可以說他連觀衆的資格都沒有取得。大集問題是經130多年逐步形成的，這時數學家們屢次重複 $d(v)=v-2\ (v\geqslant 9)$ 的猜想，但到1981年5月，還有知名學者在『組合論雜誌』上著文說，實際上還沒有找到一條能完全解決它的途徑，離目的還很遙遠。

甲：這樣看來，陸家義的工作就像是異軍突起嘍？

乙：完全是異軍突起。在世界組合學界沒有料到的地方，突然有人宣告了大集問題的全部解決：1981年9月18日起，設在美國洛杉磯加里福尼亞大學數學系的國際性刊物『組合論雜誌』編輯部，陸續收到了一批題為『論不相交Steiner三元系大集Ⅰ～Ⅵ』的論文，作者竟是一位名不見經傳的、包頭市九中物理教師陸家義。這就像攻關大軍還在山下徘徊，而山峰上突然冒出一個誰都不認識的勝利者一樣。

甲：眞是不可思議。他的論文是怎樣的？

乙：該雜誌在1983年3月和1984年9月以100頁篇幅全文發表了這位中學教師用英文寫成的六篇論文，證明了以下的定理：

如果 $v\equiv 1,3\ (\mathrm{mod}\ 6)$，$v>7$ 和 $v\notin\{141,283,501,789,1501,2365\}$，則 $d(v)=v-2$。

這個定理由以下七個引理推出：

引理一　如果 $d(v)=v-2$，則 $d(3v)=3v-2$。

引理二　如果 $d(v)=v-2$ 和 $v\geqslant 7$，則 $d(2v+1)=2v-1$。

引理三　如果 $d(n+2)=n$，$n\equiv 11\ (\mathrm{mod}\ 12)$ 和 $n\notin\{23,47,59,83,107,167,179,227,263,299,347,383,719,767,923,1439\}$，則 $d(3n)=3n-2$。

引理四　如果 $d(n+2)=n$，p 是素數，$p\equiv 7\ (\mathrm{mod}\ 8)$ 或 $p\in\{5,17,19,29\}$，$(p,n)\neq(5,1)$，則 $d(2+pn)=pn$。

引理五　如果 n 是奇數，存在着12個互相

正交的階爲 n 的拉丁方，而且 $d(1+2n)=2n-1$，則 $d(1+12n)=12n-1$。

引理六 如果 $d(1+4n)=4n-1$，n 是正整數，$p\in\{1,2,5\}$，則 $d(1+12pn)=12pn-1$。

引理七 如果 $d(1+12n)=12n-1$，n 是奇數，$p\in\{7,11\}$，則 $d(1+12pn)=12pn-1$。

至此，對 $v>7$ 除六個值外，猜想 $d(v)=v-2$ 已宣告成立。

甲：這麼多定理理解起來比較困難，能不能簡單地解釋一番呢？

乙：引理一、二利用了特林克和羅莎的成果，而又有所改進，明確地表述成簡潔的形式；在證明的過程中也利用了當時的新方法。但總的看來，陸家羲應用遞歸法，獨創了後五個各具特色的結構，在論文Ⅰ～Ⅵ中用55個定理或引理，一舉整體解決了大集問題，堪稱一項大型工程。『天網恢恢，疏而不漏』，他好比精心編結了一張無邊無際的大網，除幾個例外，把所有無窮多個滿足 $v\equiv 1,3 \pmod 6$ 的 v 一網打盡！

甲：眞是氣概不凡，蔚爲壯觀！我有一個問題，定理中有六個值是例外，是不是表明，它們不能構成大集？這六個數爲什麼這樣特殊，恰恰在你所說的大網之外？

乙：這是一個深奧的問題，我也不得其解，便和一位朋友按照陸家羲的七個引理編寫了一個計算機程序，把小於6000的 v 凡滿足 $d(v)=v-2$ 的一一篩去，最後剩下來的，恰恰是陸家羲所說明的幾個數，妙不可言！我們不知道他僅用筆算了多大勁才得到這些結果的！當然，$v=1,3$，構不成一個像樣的斯坦納三元系，是退化的，不去管它了；$v=7$ 肯定沒有大集，只有 $d(7)=2$，它是唯一特殊的，其他那六個數，無一例外滿足大集定理，因爲該定理就是要證明 $v\equiv 1,3 \pmod 6$，$v>7$ 對於 $d(v)=v-2$ 既是必要的，也是充分的。陸家羲1983年7月30日在大連全國首屆組合數學會議上向全體代表宣布，他已找到了這六個數構造大集的方法，即將成文。

甲：結果怎樣呢？

乙：90天後，他從武漢市參加第四屆中國數學會全國代表會議歸來，返回包頭市家中，10月31日凌晨心臟病突發，不幸去世，終年48歲，中斷了他最後的努力和學者們對他更高的期望。

甲：實在太不幸了！48歲正是創造的黃金時代，盛年辭世，損失難以彌補。不知那六個數的文章他寫成了沒有？

乙：沒有來得及。死神在他跨出最後一步時搶先奪去了他的生命，留下了永恒的遺憾。他去世後，人們在他的遺稿中找到了一份24頁的論文提綱，概略說明六個數的大集構造方法。但是，那仍然是一件十分艱難的工作，北京大學一位老教授的碩士生，就曾以這方面的研究爲畢業論文。後來，據我所知，有幾所大學的先生試圖在計算機上繼續構造，但沒有取得進展。

甲：這從一個側面反映了問題的難度。組合數學界是怎樣評價陸家羲的工作的？

乙：論文發表後，美國、加拿大、中國、日本等國的學者產了較大的震動，反映在電報、信件、論文、學術報告、學術交流之中，各種評價，有口頭的，有書面的，有正式的，有非正式的，等等。1984年9月10～15日在內蒙古呼和浩特市召開了『陸家羲學術工作評審會議』，邀集國內有關方面一些教授、學者參加，會議文件中有一份『關於陸家羲學術論文——「不相交Steiner三元系大集Ⅰ—Ⅵ」的評審意見』，其中指出：『自十九世紀四十年代，Kirkman，Cayley和Sylvester關於

Steiner三元系的工作開始而逐步形成的大集問題，至今已有一百三十多年的歷史。許多數學家被這一問題所吸引，並爲此付出巨大的勞動。然而，在陸家義的成果之前，他們只得到一些局部的結果，並未找到整體解決這一問題的途徑。陸家義同志獨創地引進了AD，AD*，AD**，LD和LD*等輔助設計及有關的大集LAD_1，LAD_2和LAD_3創造性地利用了前人的成果，巧妙地設計了一系列的遞歸構造，嚴謹地證明了互不相交的v階Steiner三元系的大集除了六個値外，對所有$v\equiv 1$或$3 \pmod 6$，$v>7$都存在，從而宣告了這一問題的整體解決（對於六個例外值的處理，他已有腹稿，但在寫作的過程中便不幸逝世了，僅留下一份提綱和部分結果）。衆所周知，1960年Bose等證明了當$t>1$時，關於$4t+2$階正交拉丁方的Euler猜想不成立；1961年Hanani給出並證明了$k=3$和4時的（b，v，r，k，λ）- 設計存在的充要條件，這是區組設計理論中的兩大舉世聞名的成就。陸家義關於大集的成果可以與上述兩大成就相媲美，並將同它們一起載入組合數學的史册。據此，我們建議授予此項成果以國家自然科學獎。』我認爲這個評價是客觀的，比較全面，代表了許多組合數學工作者的意見。

甲：當今世界科學競爭十分激烈，在强手如林之中，竟能一舉奪魁，爲我們中國人爭得榮譽，獲得國家自然科學一等獎是當之無愧的。

乙：陸家義選擇的這個題目是古典名題，許多數學家衆所矚目。多茵和羅莎在1983年曾編了一厚本斯坦納的系文獻目錄，據統計，收入了自1844年到1982年10月的937篇論文或著作，共有410位作者。其中81％是1960年以來發表的。相交性是斯坦納系一大課題，不相交是相交性的特例（交集爲零）；而斯坦納三元系在BIB中又是最小（$\lambda=1$，$k=3$）、最基本的，它的大集問題便處在區組設計理論一個重要位置上。區組設計就是要解決設計的存在性和構造方法。你能證明它存在，還不等於能把它構造出來；而只要你能造出一個來，它當然是存在的了，所以構造很重要，也很難。陸家義證明了大集的存在，大量使用了構造的方法，設計了許多種新的，很有用的構造，後來河北師院康慶德教授研究了陸家義的LD，發表了一篇論文。

甲：說到這裡，對陸家義本人的情況涉及到的還不多，他是何方人士？誰的高足？

乙：我看還是讓他本人來回答。1983年5月30日他曾寫過一篇簡單的自我介紹：『陸家義，1935年生，上海市人。1949年初中畢業，1951年10月應前東北電器工業管理局招聘，去瀋陽受短期訓練。1952年5月～1957年在哈爾濱電機廠工作，科員。1957年～1961年在吉林師範大學物理系學習。1961年～1962年分配在包頭鋼鐵學院工作。1962～1983年在包頭市教育局所屬各單位工作。現職：包頭九中物理教員。』

甲：哦，他居然沒有讀過高中，自學考入大學！學的是物理，搞的是數學！

乙：陸家義出生於一個貧苦市民家庭，父親是個賣醬油精的小商販，母親不得不給人縫洗衣服，供他們的獨生兒子讀書。1948年父親病故，他14歲就中斷學業，到一個五金材料行當學徒工，挑起了家庭生活重擔。他的經歷是平凡的，但人却是不平凡的。他在做科員時，收入已經不錯，却偏要到大學裡去讀書；他一迷上一個問題，總要把它搞個水落石出，他得到一本孫澤瀛先生的『數學方法趣引』（中國圖書儀

器公司1953年8月初版），這是介紹近代組合數學的通俗讀物，經數學研究所華羅庚等先生審閱過。此書105頁，講了哥尼斯堡七橋、哈密爾頓周遊世界、四色、十五棋子、幻方、歐拉三十六軍官、抓三堆和柯克曼女生共八個問題。陸家義對最後一個問題產生了很大興趣。書上寫道：『這是非常困難的問題』，『還在未解決之列』，『至今還沒法證明』，……一共六頁的介紹，把這個年青人完全吸引住了。他自己沒有料到，這本小册子把他引到數學大厦的門前，確定了他終生的道路。

甲：我很想知道，在他成名之前，得到過什麼幫助，有哪位名師指點？你剛才所講，好像他的成功在轉瞬之間，報上說他『極其艱苦』，情況究竟是怎樣的呢？

乙：我很抱歉，我不知道在長達二十年之久的時間裡，有哪一個人瞭解他的研究的內容和價值；也不知道他是否曾有過機會，同任何一位對手進行過這方面的對話。儘管他寫了二十多篇論文，但大部分是手稿，或他自己刻寫油印的，有的已經散失。我只知道他在生前没有見到用任何一何漢字鉛印的自己的東西，也没有爲自己艱鉅的勞動掙到哪怕一分錢的報酬。他36歲成家，夫人張淑琴醫生給他很大支持，此外還有什麼，我幾乎是所知無幾了。他的權利是對科學的追求，他的義務是對科學的奉獻。除此之外，他作爲一個普通教師，便處在許多權力和利益集合的餘集之中。用他自己的話，他只是一個『無名小卒』。這些，可以作爲『極其艱苦』和『默默無聞』的注脚吧！

事實上，早在1961年，當他剛26歲、大學畢業時，他已完成了著名的柯克曼女生問題的證明，即柯克曼三元系存在的必要條件 $v \equiv 3 \pmod{6}$ 也是充分的，經1963年、1965年兩度擴充，由於種種原因未能發表。而1971年由雷・查德哈里（D.Ray Chaudhuri）和威爾遜（R. Wilson）著文證明了這一問題，載入了組合數學的史册，爲世所周知，他去世後，只找到1965年的那篇遺稿，經蘇州大學吳利生教授審定，認爲證明正確無誤。陸家義在1979年完成了『可分解平衡不完全區組設計的存在性理論』，是RBIB方面的又一重大進展，1984年發表於『數學學報』。據專家評議，這兩項研究，在當時國際上都處於領先地位。這些工作，爲大集定理積累了經驗，打下了雄厚的基礎。大集定理英文也有十餘萬字，只翻譯和打印一項，因他都是從頭學起的，不知用去了幾佰個夜晚，豈是『靈機一動』、『揮毫立就』所能奏效於萬一！

甲：那麼，他的遺著和由於『種種原因』未能發表的論文，現在怎樣處理了呢？關於發明優先權的爭論不時出現於科學史的記載之中，陸家義領先世界證明了柯克曼女生問題，能否得到國際學術界的承認？

乙：『陸家義學術工作評審會議』建議出版『陸家義論文集』（英文、漢文）委託蘇州大學吳利生教授、朱烈教授和河北師院康慶德教授負責編輯和翻譯。據說該書已排印。至於爭取國際承認的問題，一方面需要國內學術界的努力，一方面要等書印出來後，聽聽各方面的意見。需要時間。陸家義畢生在區組設計方面作出了上述三項重大貢獻，已赢得了國際上同行們的高度評價，他的不幸早逝使各方面都深表同情和惋惜。論文發表得遲一些，不是本人的原因造成的，應當說不構成獲得承認的主要障礙。

甲：陸家義的事蹟實在感人至深！對許多人來說，有些事簡直不可思議。他似乎做出了超乎常人的工作，是在什麼力量驅動下做到這些的呢？

乙：他是一位啣枚疾走的戰士，勝利者的桂冠和死神幾乎同時降臨。經受了長期的冷落和大量挫折，可以說爲最後的成功付出了生命的代價。他像劃破夜空的流星，轉瞬之間從人們的視界中出現又消失，人們不知道他沿着怎樣的軌跡，走過了多遠的路程，留下了足以引起人們深刻反思的一系列問題。他之所以能勇於爲科學而犧牲，我想，是因爲他堅信自己工作的價值，這種信念，來自他對科學的深刻理解，來自他對歷史情況的全面研究，來自他對現代數學信息的及時掌握，來自他要對祖國科學事業作出貢獻的赤子之心。陸家羲是現代的卞和，他抱着自己的璧玉，却無人賞識，反說那是璞石。

但科學對作出貢獻的一切人們都是一視同仁的，無論他們有什麼樣的膚色、信仰、地位、性別，歷史將永遠不會忘掉他們。陸家羲，這位緬腆的中學教師，儘管國際友人尊敬地稱他爲『陸教授』，但他既無學位，也無職稱。他面帶歉意的微笑永遠留在人們的記憶中。他來時是一個普通人，走時仍然是一個普通人。

正是這樣一個普通人建立了一座非人工的紀念碑。他用生命寫成的大集定理將連同他的名字在數學的王國裏獲得永生。陸家羲還證明了一個眞理：一個不屬於數學家集團然而掌握現代信息的普通人，只要刻苦自學、勇於探索，他完全可以爲現代數學作出重要貢獻。

甲：謝謝你講了這許多！我有些問題，以後有機會，能否繼續我們的對話？

乙：當然！我也要謝謝你的問題！再見！

甲：再見！

1989年3月寫於呼和浩特市
內蒙古師範大學科學史研究所