

快活的數學家

矢野健太郎 著
顏一清 譯

二十三、安德烈·韋爾(Andre Weil 1906—)

小傳：安德烈·韋爾是出生在法國的（猶太籍，譯者）數學家。他在斯特拉斯堡（Strasbourg）大學任教時第二次世界大戰發生，嗣後他經歷過種種波折才到達美國，由芝加哥大學教授任教到普林斯頓高等研究所教授。

他在代數幾何學、阿貝爾（Abel）流體、凱勒（Kehler）流體理論方面留有多種好論作，是第一流的數學家。

1. 圖書室裡的辯論

我從一九三六年至一九三八年，在位於巴黎拉丁區的安利波昂卡雷研究所留學兩年，那兒隔週有加斯東·朱力亞（Gaston Julia 1893—1978）教授主持下的「有關埃力·卡當的著述」的專題討論。

埃力·卡當是我當時直接受教的老師。這個專題討論的目的是研討埃力·卡當著述的現

代化意義。

斯特拉斯堡大學的新銳教授安德烈·韋爾與他的同事安利·卡當（Henri Cartan 1904—）每回必定從斯特拉斯堡趕來巴黎出席這個研討會。這位安利·卡當教授正是我的恩師埃力·卡當教授的長公子。

那時候我都在安利·波昂卡雷研究所的圖書室一個角落裡的書桌唸書。有這個討研討會的日子韋爾先生與卡當先生連袂來圖書室翻閱外國來的雜誌。到底還是安利·波昂卡雷研究所，它圖書室的內容總比斯特拉斯堡大學的數學系圖書室更完備啊。

平時在圖書室講話會被大家「噓！」止住。但不知怎的，韋爾先生與卡當先生辯論時沒人會阻止，可能是他們的對白有趣吧。結果韋爾先生的聲音越來越大，大得大家都聽得見。

如果講到一半卡當先生插句：「怎麼會變成那樣？」韋爾先生便答說：「用你老爸的定理呀！」如此這般調侃卡當先生。

2. 搗蛋鬼

即使朱力亞教授主持下的「關於埃力·卡當教授的著述」的研討會開始了，韋爾先生還是常跟旁邊的人講話，一點都沒有熱心聽講

的樣子。但是等到演講完畢，朱力亞教授問：「剛才的演講有沒有什麼問題？或是有什麼該留意的地方？」韋爾先生就像輪到他般猛向演講者發問，整人。

法語有“enfant terrible”和“enfant gâté”這些詞兒。我想，這些該適用於韋爾先生吧。用日本話就說成「惡童」（相當於中文的「搗蛋鬼」，譯者）？不過韋爾先生做為數學家，是公認的金蛋。

3. 系主任的三種類型

這不是我實際上的見聞，而是美國的數學家們當做趣話、交談的事。

安德烈·韋爾先生經歷過各種波折才到達美國，其中備嘗辛勞。最後由當時的芝加哥大學數學系系主任馬歇爾·史東（M. H. Stone 1903—）先生聘請為該系教授。韋爾先生就職時的致辭便是大家談論的話題：

一般說來大學數學系系主任可分為三種類型。第一類型的數學系系主任是平庸的數學家。聘請教授時不知道申請者的好壞，於是由別人推薦來的人中間選用無關痛癢的人。

第二種類型的數學系系主任是還過得去的數學家。他聘請人時有能力判斷那些申請者是優秀的數學家，那些不是。但是他沒有度量聘用比他更優秀的數學家。

最後的第三類型的數學系系主任是相當有份量的數學家，聘請人時當然能夠判斷那些是優秀的數學家，那些不是，而且他心胸寬大，樂於聘請比自己更優秀的數學家。芝加哥大學數學系系主任馬歇爾·史東先生便是屬於這第三類型的人。

不過為了避免由韋爾先生這種既酸且諷的談話產生誤解我要在這兒聲明一下：其實馬歇爾·史東教授比起韋爾先生是毫不遜色的世界第一流的數學家。

4. 推薦信

這是韋爾先生名符其實地被認為第一流的數學家後的事。

在美國入學或就職時的推薦信非常被重視。但是跟日本不同的是，這種推薦信被要求：不只是一味的稱讚，有缺點也要照說，不行就清清楚楚地說不行。因此一般說來不是真想推薦的人便拒絕給他寫推薦信。由於這個關係吧，安德烈·韋爾先生幾乎不寫推薦信。不過這位韋爾先生有一次因為為一位非常年輕而優秀的數學家寫過推薦信而轟動過，信裡只寫着一行字：

「他是數學家(He is a mathematician)」。

在這兒，「數學家」指的是傑出的數學研究者的意思，因此幾乎成為世界上最堂皇的推介信。

5. 還沒有

安德烈·韋爾先生從芝加哥大學轉任普林斯頓高等研究所。

我在一九五〇年至一九五二年兩年間在這普林斯頓高等研究所當過客座助理。這時候的所長是以原子彈著名的奧本·海默，這位奧本·海默博士與夫人曾經來過日本，並在某個晚上招待在普林斯頓高等研究所待過的日本數學家與理論物理學家。

當晚我坐在奧本·海默夫人旁邊談天，話題曾轉到安德烈·韋爾先生，我們也提及前面說過的話。我說當年很愛惡作劇的韋爾先生也年近六十了，該成為溫厚的紳士了吧？結果夫人的回答是：「還沒有(Not yet)」。

二十四、利那·蒙哥馬利 (Deane Montgomery 1909—)

小傳：蒙哥馬利教授是拓撲群的大家，現任美國的普林斯頓高等研究所教授。

著名的數學家希爾伯特 (D. Hilbert, 1862—1943) 於一九〇〇年在巴黎開國際數學家會議的時候提出二十三個問題，暗示新的廿世紀數學研究的方向，其中的第五問題是：「試求拓撲群成爲李氏群的條件」。

蒙哥馬利教授在一九五二年解決了這個問題是很出名的事。

1. 數學與賽馬的相異處

一九四〇年代至一九五〇年初上述的希爾伯特第五問題的研究非常盛行。蒙哥馬利教授被認爲這個研究的指導者。還有哥利遜 (A. M. Gleason, 1921—)、齊賓 (L. Zippin, 1905—) 與日本的山邊英彥 (Yamabe Hidehiko, 1923—1960) 等也都是研究這個問題的先驅者。

我認爲可以把解決希爾伯特第五問題的競爭比喻爲賽馬。但是數學競賽與賽馬有決定性的相異處。是這樣的：在數學界一名數學家如果得到至今未知的成果，他便以論文的形式把它發表出來。如果希爾伯特第五問題的研究者之一早一步得到趨向解決問題的結果，他會儘早寫成論文提供給全世界的研究者知道。因此，競賽者之一前進了一步，他的結果別人也會知道，在同一時間、地點所有的競賽者又並列在同一線上。如果又有一名數學家向解決問題邁進一步，這個結果又供諸所有的競賽者知曉，於是大家又同時往前走一步，站在同一線上。

如此這般，希爾伯特第五問題的研究者逐漸趨近於解決問題的邊緣。但是如上述，在最後的目標前大家是站在同一線上。最後的標的由誰踏上無從知曉，默默無名的數學家踏進最後目標也十分有可能。

我在一九五〇年至五二年兩年間在蒙哥馬利教授任教的普林斯頓高等研究所。跟我一起在這個研究所，熟悉拓撲群的岩澤健吉 (Iwasawa Kenkichi, 1917—) 兄說：「蒙哥馬利教授研究這個問題已經那麼久，如果能由他來獲得解決希爾伯特第五問題的榮譽該多好！」

話說，有一天我一到研究所，聽到所裡大家流傳着說前一天晚上蒙哥馬利教授已經解決了希爾伯特第五問題，我覺得事情演變成如同我們所期望的，真好！

過午蒙哥馬利教授把他所得結果寫成論文打好，影印出幾份出現在所裡。他來回轉着，把影印本拿給專行的幾位同事，請他們過目，幫他看看有沒有什麼錯誤。岩澤健吉兄在這方面也是專家，所以也拿到一份，並受託一起討論。

過幾天岩澤兄找蒙哥馬利教授說：論文的某部份他不能完全了解。當時剛巧我也在場。蒙哥馬利教授問：「那個地方？」結果一唸下去他整個臉色都發青了。大概那個部份的說明不全，需要更嚴密的討論吧。如果它的說明沒法子做好，全部會報銷，因此他嚇了一大跳。

不過過後聽說那個部份並沒有錯誤，也改寫成岩澤兄看得懂的形式。同樣被央託的幾位學者也仔細討論過這篇論文，覺得可以了。這樣，解決希爾伯特第五問題的榮譽才歸於蒙哥馬利教授。

由這個經驗我深深地覺得，數學這門學問可真富於挑戰性呀。

2. 黎曼空間的運動群

那時候我在專攻黎曼空間可有的運動群。

黎曼空間可有最大的運動群，則這個黎曼空間會成為定曲率空間，即非歐幾何學成立的空間，這是很久以前就被熟知的。

當時我在操作的問題是：如果黎曼空間容許有次大的運動群，它會有怎樣的特性？為這我請蒙哥馬利教授讓我參加他的專題討論，以便能夠了解有關連續群的各種結果。

蒙哥馬利教授與撒梅爾遜（H. Samelson, 1916-）教授所證明的下面兩個定理對我以後的研究很有助益。

定理 1：在 n ($n \neq 4$) 維歐氏空間中，不存在回轉群的階數大於 $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ 的正常部份群。

定理 2：維數不等於 4 與 8 的 n 維歐氏空間中，回轉群的階數等於 $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ 的任一部份群使一個（僅此一個）方向不變。

運用這些定理可得

定理 3： n 不等於 4 的 n 維黎曼空間中階數 r 滿足

$$\frac{1}{2}n(n+1) > r > \frac{1}{2}n(n-1)+1$$

的運動群不存在。

n 維黎曼空間可有的最大運動群的階數是

$$r = \frac{1}{2}n(n+1)$$

此時黎曼空間成為定曲率空間，這是從古時候就週知的事。於是我研究黎曼空間中階數為

$$r = \frac{1}{2}n(n-1)+1$$

即，階數比原先次大的運動群，我得到的定理

定理 4： n 大於 4 而不等於 8 的 n 維黎曼空間中可有階數

$$r = \frac{1}{2}n(n-1)+1$$

的運動群的充要條件是：此黎曼空間成為直線與 $n-1$ 維定曲率空間之積。

這個成果命名為“On n -dimensional Riemannian spaces admitting a group of motions of order $\frac{1}{2}n(n-1)+1$ ”（有關可有運動群其階數為 $\frac{1}{2}n(n-1)+1$ 的 n 維黎曼空間）的論文而發表在美國數學學會專屬的雜誌“Transactions of the American Mathematical Society, 74(1953), 260-279”

因此我至今還非常感激蒙哥馬利教授讓我參加他的專題討論。

3. 油漆

由於上述理由，這位蒙哥馬利教授待我很親切，還屢次招待我參加他府上開的宴會。

蒙哥馬利教授的夫人和小姐很喜歡畫畫，她們的作品展示在室內各處。我邊聽夫人的說明邊對一件一件的作品給適當的恭維。最後我問：「蒙哥馬利教授的作品展示在那裡呢？」結果夫人咪咪地笑著摸一摸牆壁。我為領會出這個幽默花去數秒鐘。

原來英文稱「油畫」為“painting”，而它也有「油漆」的意思。

從夫人的姿態我了解到：這位世界知名的數學家蒙哥馬利教授，就如同美國一般的丈夫般，在禮拜天等日子也要油漆牆壁的。

——本文譯者任教於輔仁大學數學系——