C0008 高二複習

1. 設有一函數

$$y=-(x/\sqrt{3})+23$$

其函數圖形爲一直線，這直線與X軸夾著兩個角，則其中有一個角等於

(A) 45° (B) 120° (C) 150° (D) 15° (E) 60°

2. 對一個函數

$$y=f(x); \qquad x\in\mathbf{R}$$

若可找到p使得對所有$x\in\mathbf{R}$,

$$f(x+p)=f(x) \text{ 成立,}$$

則稱 $f(x)$ 爲週期函數，問下列何者正確?

(A) $\sin x$與 2^x 都是週期函數

(B) $2\sin x+3\cos x$ 與 $\cos^2 x$ 都是週期函數

(C) $5+\sin x$ 與 $5x+3$ 都是週期函數

(D) $\log x$ 與 $\cos^2 x$ 都是週期函數

(E) e^x（e爲自然對數之底）與 $\sin(1/x)$（但 $x\neq0$）都是週期函數

3. 某人從A點出發向東北走了 $5\sqrt{2}$公里到B點，又自B點折往東南走 $10\sqrt{2}$公里到了C點，接著依南 30° 西的方向走 10 公里到D點，問此時他距出發點已有多遠?

(A) $5\sqrt{8+2\sqrt{3}}$ (B) $5\sqrt{10+2\sqrt{3}}$ (C) $5\sqrt{12+2\sqrt{3}}$
(D) $5\sqrt{14+2\sqrt{3}}$ (E) $5\sqrt{16+2\sqrt{3}}$

4. 直角座標平面上站有甲、乙、丙三人兩兩間距離相等，甲在 $(0,0)$，乙在 $(3,2)$ 設丙的位置 (a,b) 在第二象限，則 $3a+2b=?$

(A) $3\sqrt{3}/2$ (B) $13/2$ (C) 3 (D) $5/2$ (E) 9

5. 取兩向量 $\mathbf{a}=(a_1, a_2, a_3)$, $\mathbf{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 則柯西一舒瓦玆不等式

$(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2\leq(a_1^2+a_2^2+a_3^2)(b_1^2+b_2^2+b_3^2)$

用向量來敘述，恰好相當於

(A) $|\mathbf{a}|^2|\mathbf{b}|^2\geq|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|$ (B) $|\mathbf{a}||\mathbf{b}|-\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}\geq 0$
(C) $|\mathbf{a}|^2|\mathbf{b}|^2\geq 0$ (D) $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=|\mathbf{a}|\cos\theta$
(E) $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2\geq|\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}|^2$

6. 設 x 與 y 兩個度量的關係如下:

$$\sqrt{3}x+2y=4$$

問 x 增加 3 個單位時，y 增加若干?

(A) $-3\sqrt{3}/2$ (B) $3\sqrt{3}/2$ (C) $-1/\sqrt{3}$ (D) $1/\sqrt{3}$
(E) 2

7. 已知函數 $f:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$，在 $x=5$ 有最小值 3，將 f 在 x-y 平面上表成 F，再把 F 向右平移 1 單位，再向上平移 3 單位，得圖形 F'，又 F' 對 X 軸的對稱圖形叫 G，表 G 的函數叫 g，則

(A) g 在 $x=5$ 有最大值 -6 (B) g 在 $x=6$ 有最小值 6
(C) g 在 $x=5$ 有最小值 6 (D) g 在 $x=6$ 有最大值 -6
(E) g 在 $x=-5$ 有最小值 6

8. 取三向量

$$\mathbf{U}=(1,1,1),\ \mathbf{V}=(1,2,3),\ \mathbf{W}=(1,4,9)$$

知

(A) $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$ 線性相關
(B) 若 $a\mathbf{U}+b\mathbf{V}+c\mathbf{W}=0$，則 $a=b=c=0$
(C) 可有無窮多組的 a,b,c 使 $a\mathbf{U}+b\mathbf{V}+c\mathbf{W}=0$ 成立。
(D) 有一組唯一非零的 a,b,c 使 $a\mathbf{U}+b\mathbf{V}+c\mathbf{W}=0$
(E) $\{\mathbf{U},\mathbf{V}\}, \{\mathbf{V},\mathbf{W}\}, \{\mathbf{W},\mathbf{U}\}$ 三對之中必有一對線性相關

9. 設 $\tan(x/2)=3$，則 $\sin 2x=$

(A) $-4/5$ (B) $-3/5$ (C) $-24/5$ (D) $-24/25$ (E) $-3/4$

10. $y=mx$ 與雙曲線 $x^2/4-y^2/9=1$ 不相交，則 m 範圍為

(A) $|m|\leq 4/9$ (B) $|m|\geq 9/4$ (C) $|m|\geq 2/3$

(D) $|m|\leq 2/3$ (E) $m\neq 0$

11. 在空間座標中，點 $P(1,-1,2)$ 到直線

$$\begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=3+t \end{cases} \qquad (t\in\mathbf{R})$$

的最短距離是

(A) $3/\sqrt{5}$ (B) $2/\sqrt{3}$ (C) $1/\sqrt{30}$ (D) $2/\sqrt{6}$ (E) 2

12. 考慮 $\sin\theta=x+(2/x)$，其中θ爲參數，將它化爲x的二次方程式後，討論這方程式的實數解。

(A) 不管θ如何都無實數解。

(B) 對某些θ，有實數解。

(C) 對每個θ都有實數解，但所得的實數解與 θ 無關。

(D) 對每個θ都有實數解，且所得的實數解與 θ 有關。

(E) 當$\theta=0$時，有重根。

13. 今考慮複數根，

$\sin\theta=z+(2/z)$，其中θ仍爲參數。

討論這方程式的複數解

(A) 不管θ如何，都無複數解。

(B) 對某些θ無複數解，對某些θ有複數解。

(C) 所得的複數解與θ無關。

(D) 當$\theta=0$時，有重根。

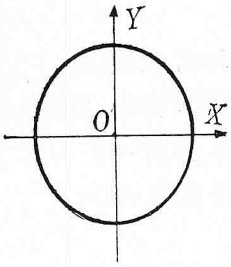
(E) 對每個固定θ，都得兩相異複數解。

14. 取

$S=\{z\in\mathbf{C}|$ 滿足 $\sin\theta=z+(2/z),\theta\in\mathbf{R}\}$

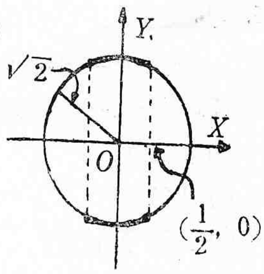
其中$\mathbf{R}$表實數系，$\mathbf{C}$表複數系，則S在高斯平面上的圖形是（但 $x,y\in\mathbf{R}$）

(A)



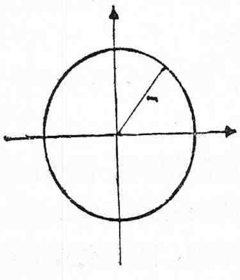
$S=\{z\in\mathbf{C}\,|\,|z|=2\}$

(B)



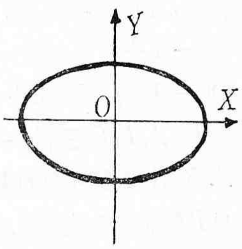
$S=\{x+yi\,|\,x^2+y^2=2,\ -\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{1}{2}\}$

(C)



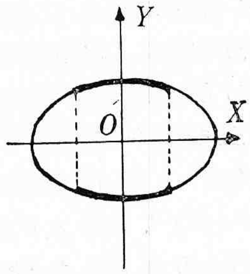
$S=\{z\in\mathbf{C}\,|\,|z|=1\}$

(D)



$S=\{x+yi\,|\,x^2/4+y^2=1\}$

(E)



$S=\{x+yi\,|\,x^2/4+y^2=1,\ -1\leq x\leq 1\}$

15. 設有兩圓

C_1：以 $(0,0)$ 爲圓心，以$\sqrt{5}$爲半徑。

C_2：以 $(1,1)$ 爲圓心，以1爲半徑。

相交於P與Q兩點。

求P與Q的連線方程式

(A) $2x+y-5=0$ (B) $x+y-3=0$

(C) $x-y-(\sqrt{5}+1)=0$ (D) $x-3y+1=0$

(E) $2x-3y+5=0$

16. 設一鐵路縱貫南北，平直不彎，其上有甲、乙兩站，甲站在乙站之北5公里；今自甲站之南1公里往東走2公里的一棵榕樹上空有一飛機，高 2000 公尺，問自此機俯瞰甲、乙兩站時，兩條視線方向間的夾角若干?

(A) 小於 70° (B) 70°與80°之間 (C) 80°與85°之間

(D) 85°與 90°之間 (E) 大於 90°

〔註〕：

cos70°	cos80°	cos85°
0.3420	0.1736	0.0872

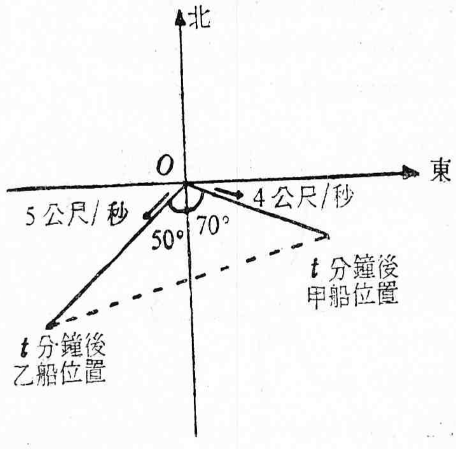
17. 設甲、乙兩人在一地分手，甲朝東，乙朝西南各走一方。假定兩人等速離去，設t時後兩人距離爲x，則x爲t的函數

(A) x是t的二次函數 (B) x是t的一次函數

(C) x是t的對數函數 (D) x含$\sqrt{t}$項，

(E) $x=\sqrt{\alpha t^2+\beta t}$，其中 α,β 爲適當的常數。

18. 甲、乙兩船同時從一地O啓航，甲船以4公尺/秒的速



率向南 70° 東的方向離去，乙船以 5 公尺/秒的速率向南 50° 西的方向離去。t 分鐘後甲、乙兩船相距 x 公尺將此 x 表成 t 的函數 $f(t)$，則 $f(t)$

(A) 爲 t 的二次函數　(B) 含 $\sqrt{t}$ 項，

(C) $f(x)\cong 465t$　(D) $f(x)\cong 468t$

(E) $x=(\alpha t^2+\beta t)^{1/2}$，其中 α,β 爲適當常數。

19. 設有兩點 $P(a,b)$ 與 $Q(c,d)$ 對稱於直線

$$2x+3y-1=0$$

則 (a,b) 與 (c,d) 的關係如下：

(A) $-3(a-c)+2(b-d)=0$

(B) $2(a-c)+3(b-d)=0$

(C) 點 $((a+c)/2,(b+d)/2)$ 在直線 $2x+3y=0$ 上

(D) $2(a+d)/2+3(b+c)/2-1=0$

(E) $-3(a+c)/2+2(b+d)/2-1=0$

20. 設 z_1,z_2 爲兩複數，且

$$z_1z_2\neq 0,\ |z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$$

則可導得 z_1 與 z_2 的關係如下：

(A) $z_1/z_2-\bar{z}_1/\bar{z}_2=0$　(B) $|z_1|=|\bar{z}_2|$

(C) z_1,z_2 爲實數　(D) $z_1=\bar{z}_2$

(E) $z_1=i\bar{z}_2$

21. 設 $z=\alpha+\beta i$，其中 $|\alpha|=|\beta|,\ \alpha,\beta\in\mathbf{R}$，求 $\left|z-\frac{1}{z}\right|^2$ 之值

(A) $5/2$　(B) $5/\sqrt{2}$　(C) $(\alpha^2+\beta^2)/2\alpha\beta+2\alpha\beta$

(D) $(\alpha+\beta)/\alpha\beta+1$　(E) $(4\alpha^4+1)/2\alpha^2$

22. $(\sqrt{3}+i)^5=?$

(A) $\sqrt{3}-i$　(B) 其實部 $=32\sqrt{3}$

(C) 其虛部 $=16$　(D) $32(\sqrt{3}-i)$　(E) $32(\sqrt{3}+i)$

23. 將二次函數

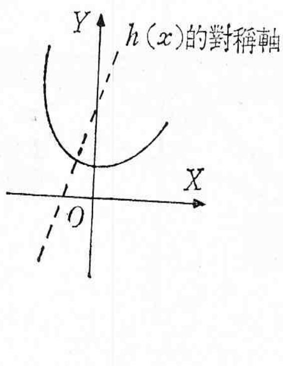
$$y=ax^2+bx+c\qquad(a\neq 0)$$

的圖形墊上一條傾斜的直線

$$y=\alpha x+\beta\qquad(\alpha\neq 0)$$

後的形狀如何？也就是說考慮

$$f(x)=ax^2+bx+c\qquad(a\neq 0)$$
$$g(x)=\alpha x+\beta\qquad(\alpha\neq 0)$$



取 $h(x)=f(x)+g(x)$，易知 $h(x)$ 仍爲拋物線。設其對稱軸斜率爲 m，則

(A) $m=\infty$（即與 Y 軸平行之意）

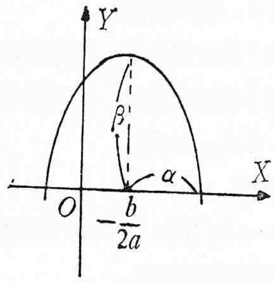
(B) $m=0$　(C) $m=\alpha$　(D) $m=(\alpha+b)$

(E) $m=(2a+b)\alpha$

24. 對於二次函數

$$f(x)=ax^2+bx+c\ (\text{設 } a<0,\ b^2-4ac>0)$$

將它配方後，知它在 $x=-b/2a$ 處取得最高值，而知其函數圖形如下：



設 α 與 β 是如圖上所標之量，問 $\alpha=?$，$\beta=?$

(A) $\alpha=\dfrac{-b}{2a}$，$\beta=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

(B) $\alpha=-\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，$\beta=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

(C) $\alpha=\dfrac{-b}{2a}$，$\beta=-\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{4a}$

(D) $\alpha=-\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，$\beta=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

(E) $\alpha=-\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{4a}$，$\beta=-\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$

25. 考慮圓系

$$x^2+y^2-kx-ky+3k-5=0,\ k \text{ 爲參數。}$$

設此圓系每一圓都通過某兩定點 P 與 Q，則向量 [illegible] 爲

(A) $\pm(1,1)$　(B) $\pm(1,-1)$

(C) $\pm(3,3)$　(D) $\pm(3,-3)$

(E) $\pm(\sqrt{2},\sqrt{2})$

26. 二次曲線

$$9x^2+4y^2+18x+24y+9=0$$

將它配方後便可找出焦點，設 F,F' 依次爲其上下兩焦點，而 $F'=(a,b)$，則 $b=$

(A) $-1+\sqrt{5}$　(B) $-1-\sqrt{5}$　(C) $-3+\sqrt{5}$

(D) $-3-\sqrt{5}$　(E) $-\sqrt{5}$

27. 設有 A,B,C 三村，一條河流自南而北，河寬 1 公里；A,B 兩村緊靠在河的東岸，B 村在 A 村之北 2 公里。今自 B 朝北走 1 公里後，搭小船向西，渡過河後繼續往西，再走 3 公里，便到 C 村。現在想找一地建一電力站，使

此站到三村距離等長，問此站距河的西岸多遠?

(A) 1/3　(B) 5/3　(C) 7/3　(D) 7/8　(E) 11/8

28. A,B,C 三村如上題所述，今要在地面上立起一個瞭望塔，使塔頂到三村距離等長。設塔高 1000 公尺，問塔頂到A村距離若干?

(A) $\sqrt{489}/8$ 公里　(B) $\sqrt{2}$ 公里　(C) $\sqrt{185}/8$ 公里

(D) $\sqrt{363}/8$ 公里　(E) $\sqrt{113}/8$ 公里

29. 設 A,B,C 三村位置仍如 27 題所述，今要在地面上立起一個瞭望塔，使塔頂到三村距離等長。但河的西岸有一片防風林，林高 100 公尺，問該瞭望塔至少需要多高?

(A) 21/80 公里　(B) 19/80 公里　(C) 250 公尺

(D) 300 公尺　(E) 400 公尺

30. 設某廠生產蘆荀汁與蕃石榴汁，假定市場不成問題，但由於廠內固定的設備與人力的限制，使廠主對兩類果汁的產量須加控制，以謀最大利潤。

今知

	採　收	加　工	包　裝	利 潤
蘆荀汁每10公斤須費	2 人小時	1 人小時	1 人小時	60元
蕃石榴汁每 10 公斤須費	0.5 人小時	2 人小時	1 人小時	40元
設備與人力的限制使一天最多只能提供	80 人小時	120 人小時	64 人小時	

問蘆荀汁蕃石榴汁各生產多少可得最大利潤?

(A) 兩類產量一樣　(B) 蘆荀汁 80 公斤，蕃石榴汁 560 公斤　(C) 只生產蘆荀汁　(D) 只生產蕃石榴汁。

(E) 蘆荀汁 560 公斤，蕃石榴汁 80 公斤。

（編輯部 W. H. & C. L. 提供）