## C0007 高一複習用

1. 某班有 54 人，經調查他們練拳的情形，知練跆拳的有 38 人，練太極拳的有 32 人，兩種都練的有 27 人，問兩種都不練的有幾人？ (A) 12人 (B) 9 人 (C) 17人 (D) 11人 (E) 16 人

2. 設 $G$ 表一次函數的函數圖形，$H$ 表二次函數的函數圖形，則
(A) $G$ 爲一個圓
(B) $G$ 爲一直線，$H$ 爲一個圓
(C) $H$ 爲一拋物線，但其對稱軸一定要與 $y$ 軸平行。
(D) $G$ 爲一直線，$H$ 爲一拋物線而其對稱軸不一定與 $y$ 軸平行。
(E) $G$ 爲一條不與 $x$ 軸平行的直線，$H$ 爲一拋物線。

3. 設 $y=f(x)$，其中 $x, y\in\mathbf{R}$，今對任何 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+1)-f(x)=$ 常數 $k$（不一定是零），則
(A) $f(x)$ 是常數函數 (B) $f(x)$ 是指數函數
(C) $f(x)$ 是對數函數 (D) $f(x)$ 是二次函數
(E) 取 $a_n=f(n)$；$n$ 爲自然數，則 $a_n$ 是等差數列。

4. 已知 $\log 0.00288=-2.5408$，則 $\log 28800=$
(A) 5.5408 (B) 4.5408 (C) 5.4592 (D) 4.4592
(E) 3.5408

5. 設連續單調函數 $y=f(x)$，其中 $x>0$．問在下列那種情況下，可推得 $f(x)$ 爲指數函數？
(A) $f(x+1)/f(x)=$ 常數，$\forall x\in\mathbf{R}$
(B) $f(x+1)f(x)=$ 常數，$\forall x\in\mathbf{R}$
(C) $f(x+1)-f(x)=$ 常數，$\forall x\in\mathbf{R}$
(D) $\forall$ 自然數 $n$，取 $a_n=f(n)$，則 $f(n)$ 構成一個等比數列。
(E) $\forall$ 自然數 $n$，取 $a_nf=(n+1)-f(n)$，則 $a_n$ 構成一個等比數列。

6. 設連續單調函數 $y=f(x)$，其中 $x>0$．問在下列那種情況下，可推得 $f(x)$ 爲對數函數？
(A) $f$ 把加法化成乘法，亦即 $\forall x, y>0, f(x+y)=f(x)f(y)$
(B) $\forall x>0$ 及 $t\in\mathbf{R}, f(tx)=tf(x)$
(C) $f$ 保持加法，此即 $\forall x, y>0, f(x+y)=f(x)+f(y)$
(D) $\forall x, y>0$ 及 $s, t\in\mathbf{R}, f(sx+ty)=sf(x)+tf(y)$
(E) $f$ 把乘法化成加法，此即 $\forall x, y>0$，$f(xy)=f(x)$

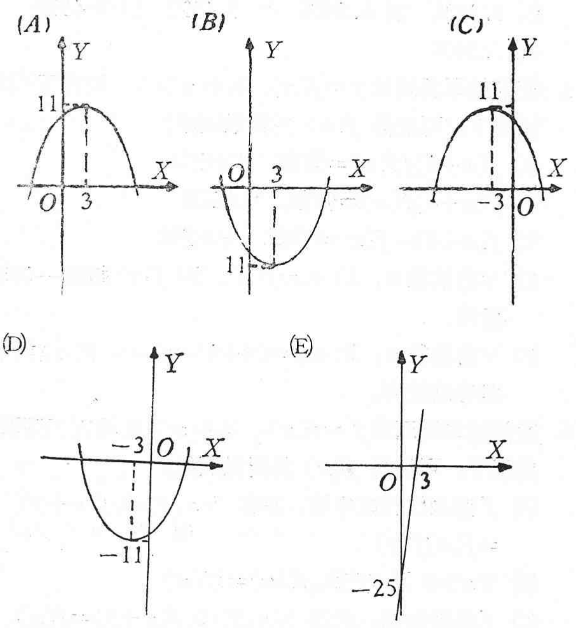
$+f(y)$

7. 解 $|x-2|^2<9$ 得
(A) $0<x<4$ (B) $-7<x<11$ (C) $-5\leq x\leq 7$
(D) $-5\leq x\leq 1$ (E) $-1<x<5$

8. 依下列方式考慮一數列 $\{a_n\}$，設 $\alpha$ 爲一個定正數
$a_0=\alpha,\ a_1=\alpha^{a_0}=\alpha^{\alpha},\ a_2=\alpha^{a_1}=\alpha^{(\alpha^{\alpha})},\ \cdots\cdots,\ a_n=\alpha^{a_{n-1}},\ \cdots$
設 $\alpha=1$ 問 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=?$
(A) $\infty$ (B) 0 (C) $\sqrt{2}$ (D) 1 (E) 不能確定

9. 設有無窮級數
$$p=\frac{1}{128}+\frac{1}{256}+\frac{1}{512}+\frac{1}{1024}+\frac{1}{2048}+\cdots\cdots$$
先觀察它各項間的規則，找出其一般項，然後判斷這級數
(A) 級數 $p$ 發散 (B) 級數 $p$ 收斂之值介於 0.01到 0.015 之間
(C) 級數 $p$ 收斂之值介 0.015 到 0.02 之間
(D) 級數 $p$ 收斂之值大於 0.02
(E) 級數 $p$ 收斂之值小於 0.01

10. 設 $y=2x^2+12x+7$，將右端經配方後表成 $y=2(x-\square)^2+\triangle$（使△爲常數），則 $y=2x^2+12x+7$ 所代表的函數應屬下列那種情形?




11. 設 $\dfrac{x^2-x+6}{(x+1)(x-1)^2}=\dfrac{A}{x+1}+\dfrac{B}{x-1}+\dfrac{C}{(x-1)^2}$, $A, B, C,\in\mathbf{R}$，則 $A+B+C=$
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

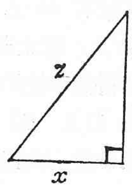
12. 設 $f(x)=x^5-x^4+2x^3-5x+8$
$=a(x-2)^5+b(x-2)^4+c(x-2)^3+d(x-2)^2+e(x-2)+f$
若 $a, b, c, d, e, f\in\mathbf{R}$，則 $3b-c+d=$
(A) 61 (B) 62 (C) 63 (D) 64 (E) 65

13. 設 $f(x), g(x)$ 均爲 $x$ 的多項式, deg 表多項式的次數，若 $\deg(f(x)\cdot g(x))=4$ 且 $\deg(f(x)+xg(x))=3$，則 $\deg f(x)$ 所有可能次數爲:
(A) 0, 1, 2 (B) 1, 2 (C) 2, 3 (D) 1, 2, 3 (E) 2, 3, 4

14. 設〔 〕爲高斯符號，〔$x$〕表示不大於 $x$ 的最大整數。例如〔3.24〕=3,〔−0.5〕=−1 等。
今知 $1+2+\cdots\cdots+K=K(K+1)/2$
設 $S_n=1+2+\cdots\cdots+n+(n+1)+\cdots+(n+[n/2])$
下列那個命題正題?
(A) 當 $n=11$ 時，$S_n=21$，(B) 當 $n=11$ 時，$S_n=15$
(C) 當 $n=24$ 時，$S_n=555$，(D) 當 $n=24$ 時，$S_n=67$
(E) 當 $n=103$ 時，$S_n=11935$

15. 上題中，求 $\lim_{n\to\infty} S_n/n^2=?$
(A) 0 (B) $\infty$ (C) 1/2 (D) 8/9 (E) 9/8

16. 設有一直角三角形，$x, y$ 爲兩直角邊，z 爲斜邊，且有 $0<\beta<\alpha$，使得
$$\begin{cases} xz=\alpha^2-\beta^2 \\ y=2\sqrt{\alpha\beta} \end{cases}$$




解 $x$, z
(A) $z=\alpha+\beta-4\sqrt{\alpha\beta}$
(B) $x$ 爲 $\alpha$ 與 $\beta$ 的二次函數
(C) $x$ 表成 $\alpha$ 與 $\beta$ 的函數 $f(\alpha,\beta)$ 時，$f(\alpha,\beta)=f(\beta,\alpha)$
(D) $z<2\alpha$ (E) $\alpha-\beta<x<z<\alpha+\beta$

17. 已知 $\sqrt{2}=1.414\cdots\cdots$，對自然數 $m$，取有理數 $n/m$，使得 $\sqrt{2}$ 落在 $n/m$ 與 $(n+1)/m$ 之間，此即 $n/m<\sqrt{2}<(n+1)/m$. 稱這時相應的自然數 $n$ 爲 $f(m)$，這樣我們定義出來了一個函數
$$f:\mathbf{N}\longrightarrow\mathbf{N}\ ;\quad \mathbf{N}\text{爲自然數系}$$
問下列那些命題正確?
(A) $f(4)=6$ (B) $f(16)=23$
(C) $f$ 是 $m$ 的一次函數 (D) $f(m)$ 是遞增數列
(E) $f(m)$ 是收斂數列

18. 求行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \end{vmatrix} = ?\ (設\ \alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma \neq 0)$$

(A) 0 (B) $\alpha^2\beta+\beta^2\gamma+\gamma^2\alpha-\alpha\beta^2-\beta\gamma^2-\gamma\alpha^2$

(C) $\alpha\beta(\beta-\alpha)+\beta\gamma(\gamma-\beta)+\gamma\alpha(\alpha-\gamma)$

(D) $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$, (E) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha$

19. 聯立方程式

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a+2b+4c=0 \\ a+3b+9c=0 \end{cases}$$

(A) 有無窮多解 (B) 無解 (C) 有唯一解 $a=b=c=0$

(D) 有非零解 (E) 不一定有解也不一定無解

20. 設有木柵、南港兩個公車站，其間距離 20 公里。假設每兩班公車一路上都有一定間隔且每隔一定時間，開出一班，把這個「兩班時間間隔」記成 $y$。今有一人騎機車自木柵沿公車路線行駛向南港，而迎面正好遇到 2 部公車，若已知公車時速 30 公里，機車時速 40 公里，此人想由此來判斷「最晚多久開一班？」「最早多快開一班？」換句話說，此人由此所知道 $y$ 的最好的估計範圍若爲 $a<y<b$，問 $a$ 與 $b$ 應各爲若干？

(A) $a=38$ 分鐘，$b=60$ 分鐘。

(B) $a=35$ 分鐘，$b=70$ 分鐘。

(C) $a=23$ 分鐘，$b=70$ 分鐘。

(D) $a=42$ 分鐘，$b=60$ 分鐘。

(E) $a=35$ 分鐘，$b=60$ 分鐘。

21. 考慮方程式 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$. 它的解 $x$，正好就是 $y=ax^2+bx+c$ 的函數圖形與

(A) $y=a$ 的交點的 $X$ 座標

(B) $y=c$ 的交點的 $Y$ 座標

(C) $x=b^2-4ac$ 的交點的 $X$ 座標

(D) $x=b^2-4ac$ 的交點的 $Y$ 座標

(E) $X$ 軸交點的 $X$ 座標

22. 先將報紙攤開於地，對折一次後，版面減半，再對摺，版面又縮爲原來的 1/4 倍……如此一直繼續，問最少要對摺幾次後其厚度可達地球到太陽的距離？（假定報紙 100 張可疊高 1 公分，且地球到太陽的距離已知爲 14549 萬公里，至於 $\log_{10} 1.4549$ 之値，在計算次數時雖須用到，但此處不給對數表，試設法加以估計）

(A) 50 次 (B) 51 次 (C) 52 次 (D) 53 次 (E) 54 次

23. 某廠生產燈泡，設 $x$ 表其每日產量(以十萬個爲單位)，而表相應的利潤（以萬元爲單位）。今作三天觀察，得 $x$ 與 $y$ 關係如下表

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 1.5 | 7.25 |
| 2 | 6 |

於是假定 $y$ 爲 $x$ 的二次函數，即 $y=ax^2+bx+c$ 滿足上列數據。決定 $a, b, c$ 之後，指出要使利潤爲最大時，每日產量 $x$ 應控制爲多少？

(A) 4/3 (B) 13/9 (C) 1.2 (D) 1.25 (E) 1.5

24. 設存款複利，月利率 8 厘(即 0.8%)。今某人存入1000元，問至少須等幾個月後方得本利和 2000 元？（已查得 $\log_{10}1.008=0.0033, 10^{0.3010}=2$）

(A) 92 個月（7年8個月）(B) 90 個月（7年6個月）

(C) 88 個月（7年4個月）(D) 86 個月（7年2個月）

(E) 84 個月（7年整)。

25. 想估計 $1975^{354}=?$ 經查表得知 $\log_{10}5=0.6990$, $\log_{10}7.9=0.9025$. 則 $1975^{354}$ 應介於

(A) $10^{1000}$ 與 $10^{1100}$ 之間 (B) $10^{1100}$ 與 $10^{1400}$ 之間

(C) $10^{1400}$ 與 $10^{1500}$ 之間 (D) $10^{1500}$ 與 $10^{1700}$ 之間

(E) $10^{1700}$ 與 $10^{1900}$ 之間

26. 設 $f(x)=x^4+3x^3-5x+1$ 求 $f\left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)=?$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

27. 設 $f(x)$ 爲 $x$ 的一次多項式，若$(f(x))^2+2x+1=3xf(x)-x+5$，想求 $f(x)$：表$f(x)=ax+b$，則

(A) $a=3$ (B) $b=2$ (C) $2a+b=4$

(D) $a, b$ 無解 (E) $a, b$ 有無窮多解

28. 一個一般的整係數二次多項式

$x^2+px+q$; $p, q$ 爲整數

若能分解成兩個有理係數一次因子的乘積$\left(x+\frac{m}{n}\right)\left(x+\frac{k}{l}\right)$, $m, n, k, l$ 皆爲整數，而 $m/n, k/l$ 爲既約分數，則

(A) $m$ 與 $k$ 中必有一爲 1，(B) $n=\pm 1$ 且 $l=\pm 1$

(C) $m+k=-p$, (D) $mk=\pm 1$, (E) $nl=q$

29. 將二次函數 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的圖形墊上一條傾斜的直線 $y=\alpha x+\beta$ ($\alpha\neq 0$)

後的形狀如何? 也就是考慮

$$f(x)=ax^2+bx+c \qquad (a\neq 0)$$

$$g(x)=\alpha x+\beta \qquad (\alpha\neq 0)$$

取 $h(x)=f(x)+g(x)$

問 $h(x)$ 的函數圖形應屬下列何種形狀?

(A) 傾斜直線

(B) 對稱軸傾斜的拋物線

(C) 對稱軸仍平行於 $Y$ 軸的拋物線

(D) 對稱軸平行於 $X$ 軸的拋物線

(E) 三次曲線

30. 設函數 $f(x)\leq g(x)\leq a$, 且設

$S=\{x\mid f(x)=g(x)\}$

$T=\{x\mid g(x)=a\}$

〔注意 $S$ 與 $T$ 都可能是空集合〕

問 $f(x)$ 之最大值爲 $a$ 的充分必要條件是

(A) $T\neq$ 空集合　(B) $S\subset T$

(C) $S\cap T=S\cup T$　(D) $S=T$

(E) $S\cap T\neq$ 空集合

(編輯部W. H. 及 C. L.)