

# 七十七學年度大學聯考

## 數學科試題雜感

陳昭地

我在今年大學聯考期間很仔細地做過數學科兩組的試題，參與閱卷的實際工作，並詳細看過七月二十一日聯招會在報紙媒體公布各學科高低分標準及各科目分數人數統計表，其間曾有多大機會跟高中數學教科書編輯委員，高中數學教師討論到今年這兩份試題，顯然我們都很關切中學數學教育的問題，尤其關注聯考試題的導向，在此想提出幾點共同的想法及一部份我閱卷後發現的問題：

1. 這兩份試題在題數配分方式與去年頗類似，但是直覺上可以看出都比去年難些，尤其是社會組更是明顯；另外，也可以窺出去年的兩份考題較切合新編高中數學教科書的內容與精神。從這兩學年度的高低分標準：

組別 \ 學年度	76	77
自然組高低分標準	(45,32)	(43,28)
社會組高低分標準	(44,29)	(32,21)

亦可看出今年社會組比去年難度加深許多，也使得兩組數學科成績都是在所有應考科目中最低者；第一類組之社會組數學在 67,150 位考生中竟然出現 3,077 位零分（約占 4.58%），分數是個位數的（包含 0 分）高達 16,310 位（約占 24.02%），有 7604 位（約占 11.32%）少於 6 分，換句話，每空格 6 分的填充題裏沒有做對任何一格；而 90 分以上的只有兩

位，80 分以上的只有 10 位，70 分以上的有 117 位，60 分以上也僅有 713 位，約占 1.06% 而已。第二類組之自然組的數學 43,260 位考生中亦有 6,371（約占 14.73%）是個位的分數，而 90 分以上的只有 33 位，80 分以上的只有 273 位，70 分以上的有 1004，60 分以上的有 2694 約占 6.23% 而已，兩組成績均明顯偏低，尤其是社會組的部分，其鑑別度也都遠比英文、物理、化學、生物為低，社會組的甚至還比歷史科（高低分標準相差 15）分，地理科（差距 13 分）為低；難怪當今的許多高中數學感歎不已，到底問題出在那裏？這樣的試題能否真正測出考生的成績，頗值懷疑，也因此對往後的社會組數學之數學頗感悲觀。（當然這絕對不是命題教授們也樂見的結果！）

2. 自然科的試題中，選擇題〔寅〕大題（共含 3 小題，占 6 分）及填充題第 1 大題（甲）格（占 5 分）均與“部分分式”有關，由於教學指引或輔導教師、輔導教授和教科書主筆先生一再強調“部分分式”為被刪除的舊高中數學教材，使得許多數學教師及學習能力之差異，配合新教材的精神要求，未選做充實教材；但仍有部分教師以其學生程度較高而已在課堂上施教補充，或者學舊教材的重考生過去有此經驗，顯示出此類题目的不公平性，尤其令一些正常教學的教師、輔導教師或教授感到非常的歉疚，不知道將來誰能配合教材精神施教，誰願意擔任輔導教師？我想這也不是命題教授事

先所能預料到的後果吧！同樣地在選擇題〔子〕大題占10分的三個小題中，其中二個小題亦涉及舊實驗教材出現的名詞，針對考題的重點上及配合單套的新教材而言，這樣的情況是否合適亦甚值得探討。

3. 社會組的填充題第6、7、8三道題\*5空格共30分，除了難度偏高外，解析幾何的問題太過於集中；大致說來社會組的學生對於較高難度的解析幾何問題，尤其是立體幾何更是存在著非常高的恐懼感，依正常教學的解法，其中(庚)、(壬)兩格涉及複雜計算，一有疏忽即可能無法得出正確答案，而(辛)格則涉及概念的分析，許多很有經驗的高中教師同時認為即使針對自然組的學生，這三道題目也未必妥適，這或許是造成今年社會組數學分數顯著偏低的主要原因(依筆者閱卷的了解，很少考答對(庚)、(辛)、(壬)格，部分答對(庚)、(辛)格的或許用猜題或作圖得出的，甚至(壬)格答錯，卻答對(癸)格，顯見不是真正會作的，甚至有些考生所有的填充題都不會作，而卻猜出(癸)格 $a=1$ ，這樣的考生實在太幸運吧！我想這也不是命題教授樂意看到的結果)

4. 有一些值得高中數學教師省思的問題，事實上本年的社會組考題中，填充題第1題～第5題都是基本概念題目，甚至第1題、第4、5題更是送分題，拿到10分以上應該不成問題，但偏偏就有那麼多考生得個位分數，教師應該好好的檢討，到底教學有那些缺失！(就筆者閱卷的了解，在填充題第1題寫出所有整數平方除以8後所得餘數集合之錯誤出現類型為(1)少了一個0；(2)寫成 $\{0, \frac{1}{8}, \frac{4}{8}\}$ ；(3)不會用集合表達(表達錯誤)如寫成 $\{0$

, 1, 4, \dots\}；事實上本題的重點不應在集合的表達上，而應是餘數的概念與歸納的能力而已；至於第4題由擲骰子100次的紀錄表求出算術平均數減去中位數的差，可能為遷就填充題6分來設計，事實上本題命成求其眾數較能配合統計的實用意義)。

5. 大致說來兩組的計算題部分堪稱合理，較能配合學生能力與新教材重點，這是高中數學教師比較欣賞的部分，不過或許考生已花在前面的選擇題與填充題過多的時間，而沒有充分的時間來解這些計算題，實在很可惜！有時未必計算題就會比較難，何況計算題還有部分給分，在考試時仍然需要有答題技巧，我在本刊第九卷第三期(民國74年9月出版)曾特別針對答題技巧提出我的看法，值得一讀。

就筆者今年閱卷的瞭解，在社會組解計算題：“ $f(x, y) = (\log_2 2x)^2 + \log_2 y^2 - 3 \log_2 x + 5$ 之極小值，其中 $x, y$ 分別表兩圓 $C_1, C_2$ 之半徑， $C_2$ 的面積為 $C_1$ 之2倍”中最普遍發生的錯誤模式分別為：(1)知道 $y^2 = 2x^2$ 後在 $\log_2 2x^2$ 計算中把它寫成 $2 \log_2 2x$ ，(2)化成 $f(x, y) = (\log_2 x)^2 + \log_2 x + 7$ 後，代公式或配方計算錯誤。例如把

$$f(x, y) \text{ 寫成 } (\log_2 x - \frac{1}{2})^2 + \frac{27}{4} \text{ 或 } (\log_2 x + \frac{1}{2})^2 + \frac{29}{4}$$

$$(3) y = 2x \quad (4) x, y \text{ 角色互換。}$$

今年的聯考雖然都已告一個段落，但它可能還不是真正的結束，事實上，或許是另一個階段的開始。記得在民國74學年度聯考過後，吳大猷院長曾針對大學科學課程聯考成績普遍偏低對科學教育的影響甚表關切，隔年的數

\*6. 平面 $y - z = 2$ 截球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 於一圓，則此圓的圓心坐標為(己)。設此圓投影到 $xy$ 平面上的曲線方程式為 $x^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0$ ，則 $a + b + c + d =$  (庚)。

7. 設 $A(1, \sqrt{3}), B(1, -\sqrt{3})$ 為平面上兩定點。動點 $P$ 在線段 $AB$ 上，設點 $P'$ 在 $y$ 軸的右側，且 $O, P, P'$ 三點共線，並滿足 $OP \cdot OP' = 4$ ，其中 $O$ 為原點。已知點 $P'$ 的軌跡在一圓 $C$ 上，則圓 $C$ 的圓心坐標為(辛)。

8. 設 $P(a^2, 2a)$ ， $a > 0$ ，為拋物線 $y^2 = 4x$ 上一點， $P$ 與焦點之連線交拋物線於另一點 $Q$ 。設點 $R$ 的坐標為 $(3, 0)$ ，則 $\triangle PQR$ 的面積為(壬)。若 $P$ 在拋物線上移動，當 $a =$  (癸)時， $\triangle PQR$ 的面積為最小。

學科聯考成績有顯著的提高，但接著這兩年，針對實施單套新教材的數學試題考生成績再次產生偏低的結果，尤其今年社會組的結果，更是普遍令人擔心對往後的高中社會組數學之教學產生極不良的後遺症。因此再此提出如下的四點建議：

(1) 聯招會應研究分析偏低的數學成績，對大學取才及導引正常教學的影響。

(2) 命題委員負責人應謹慎延聘充分瞭解高中數學教材內容與數學教學學習實務的專家學者一起參與命題。

(3) 延聘測驗專家、高中數學教師參與命題。

(4) 教育部應有試題研究常設組織，以極審

慎的科學方法長期研究較具有高品質及高效度的考題，讓學生能積極地去學數學並獲得應得的成績。

當然我們也樂見國科會、教育部等積極支持研究試題改進聯招制度的工作，希望這些研究成果能落實於數學科聯考試題品質的提昇；導引中學數學教學的正確方向，如此亦可普遍提昇大學生的數學水準，對大學教育也必然有相當助益。

——本文作者任教於師大數研所——