

從七十七年大學聯考試題 再談數學教材的改革

李勝利

在進入本文之前，首先讓我們來回顧一下去年大學聯考試題的兩個題目：

第一題：自然組試題，選擇題第一大題

(一)設 α, β, γ 為三複數，且

$$(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$$

$$= x^3 - 6x^2 + 3x + 3, \text{ 則}$$

1. $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = ?$ (被選答案略)

2. $\alpha\beta\gamma = ?$

(二)若 α, β, γ 如同上述，設多項式

$$x^3 + px^2 + qx + r =$$

$$= \left(x - \frac{1}{\alpha^2}\right) \left(x - \frac{1}{\beta^2}\right) \left(x - \frac{1}{\gamma^2}\right) \text{ 則}$$

3. $p = ?$ 4. $q = ?$ 5. $r = ?$

第二題：社會組試題，非選擇題填充題第6題

展開 $(-2x + y^2 + \frac{3}{2}z)^{10}$ ，合併同類項

後，可得_____個次數為14的單項式？

前述第一題的解法，不外乎兩種，其一是將原式左邊展開，再比較係數，其二是利用方程式根與係數的關係，再配合根的變換解之，筆者曾在數學傳播第十一卷第三期為文「實驗教材的回顧與七十六年大學聯考試題檢討」中談到：「第一種解法，利用題組方式，引出概念及其解題方法，可說出題合乎新教材的精神，且

無所謂新舊教材之分；至於第二種解法，……則屬於舊教材的範圍，無怪乎不少的傳播媒體要多加指責，而補習班則抓住此一機會大肆宣傳，強調舊教材的重要性；這一個考驗，又給新教材的推廣蒙上了一層陰影……」，再看第二題的解法，實在是方便了學過(多)三項式定理舊教材的考生，至於只學過新教材的考生，則只能由重複組合的觀點來解之。上面所提到的這兩個題目，基本上都沒有脫離新教材的範圍，只是學過舊教材的考生多了一種解題的技巧罷了。

去年大學聯考落幕，各界莫不寄以無上的關心，希望今後聯考的試題不要再取自於舊教材，以免「學生不但沒有因為新教材的改革蒙受其利，反而背負了教師們捨不得拋棄的包袱——被刪除的舊教材」，我們萬萬沒有料到，今年的試題，命題委員所設計的，竟然有兩題是道地的舊教材，以及一題屬於大學課程的教材範圍：

自然組試題：

第一部分 單一選擇題

【子】(一)設集合 G 有6個元素， H 有3個元素，則所有從 G 到 H 的函數，其總數為：

- 1.(A) 729 (B) 216 (C) 120 (D) 56
(E) 20

(二)函數 $f: G \rightarrow H$ 稱為嵌射的意思是：

若 $x_1 \neq x_2$ ，則 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 。

設 G 有 3 個元素， H 有 7 個元素，則所有從 G 到 H 的嵌射函數，其總數為：

- 2.(A) 2187 (B) 343 (C) 210
(D) 84 (E) 35

(三)函數 $f: G \rightarrow H$ 稱為蓋射的意思是：

H 中任一元素 y 皆可寫成 $y = f(x)$ ，

而 $x \in G$ 。設 G 有 9 個元素， H 有 2 個元素，則所有從 G 到 H 的蓋射函數，其總數為：

- 3.(A) 510 (B) 79 (C) 70
(D) 43 (E) 34

【寅】設
$$\frac{x^2 - 13}{(x+1)^2(x-2)}$$

$$= \frac{l}{x+1} + \frac{m}{(x+1)^2} + \frac{n}{x-2}$$
，其中

l, m, n 皆為常數，則

7. $l =$ (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2
(E) 4
8. $m =$ (A) -4 (B) -1 (C) 0 (D) 1
(E) 4
9. $n =$ (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1
(E) 2

第二部分 非選擇題

一、填充題：

1. 函數 $\frac{x^2 - 13}{(x+1)^2(x-2)}$ ， $x > 2$ ，的反導函數為_____。

我們實在不敢相信，更沒有理由相信，像這樣的題目會出現在十萬考生的面前，何況教材的

改革刻在進行之中；落筆至此，請聽筆者「另一種聲音」的吶喊，至盼海內賢達不吝指教。

首先談到選擇題的〔子〕，這是一函數問題，綜觀基礎數學，並沒有給函數下一個正式的定義，只是在談到線型函數、二次函數以及互為反函數的指數與對數時，才輕描淡寫的帶過，就連初版的高三理科數學試用教材也都沒有特別提到函數的概念，然而，經過試教以後，我們發現到不少學生對於函數的概念一知半解，造成了學習上的困擾，因此參與試教工作的同仁們，乃建議高三微積分的執筆趙文敏教授，能在理科數學的第一章中，先行介紹函數的概念，以補基礎數學之不足，至於教材內容，則僅限於「原料→機器→成品」之基本理念，其目標在於使學生能瞭解何種圖形為函數圖形，並能將非函數圖形，譬如圓，以及圓錐曲線等，分成兩個或兩個以上的函數圖形，以便進行函數的微分或積分，而整節函數的教材內容，從不觸及嵌射與蓋射的觀念；去年大學聯考結束，筆者曾在本刊第十一卷第三期的聯考專欄中談到：「課本提到函數時，於是乎函數定義、映至、映成、一對一、合成、反函數等等便在課堂中大作文章，部分老師堅持的理由是：能保證這些教材在大學聯考時不會出現嗎？」這個答案，還是留給命題委員自己來解釋吧！如果命題委員想要藉此「即題定義型」的題目來鑑別考生的程度，即可能中了圈套，因為凡是想參加大學聯考的學生，都會被老師們教以比嵌射、蓋射更為五花八門的函數問題，對於這個考題的評論，與其說是屬於舊教材的範圍，倒不如說是皆大歡喜的題型。

其次談到選擇題的〔寅〕，以及填充題第一題，命題委員用心良苦，先在選擇題中，設計出「設 $\frac{x^2 - 13}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{l}{x+1} + \frac{m}{(x+1)^2} + \frac{n}{x-2}$ ，其中 l, m, n 為常數」的題型，

然後暗示考生根據「 $\frac{x^2-13}{(x+1)^2(x-2)}$
 $= \frac{l}{x+1} + \frac{m}{(x+1)^2} + \frac{n}{x-2}$ 」的安排，求出

填充題中「函數 $\frac{x^2-13}{(x+1)^2(x-2)}$ ， $x > 2$

，的反導函數_____」的答案，如果這是一類屬於考生從不可能或不太可能接觸到的題目，那真是兩道非常漂亮的考題，可是事實不然，正如前面所提到的，沒有一個考生、老師不會去鑽研這兩類的題型，說它具有選才的鑑別程度，恐怕值得商榷；走筆至此，不禁嗟噓！還是讓我道出這段「往事」吧！基礎數學試用教材第一版，以及修訂版在「多項式」一章中，最後一節為「有理式」，可是並沒有談到分項分式的解法，有鑑於分項分式在舊教材中所扮演的重要角色，因此我們建議編輯委員，希望能增加「分項分式」一節，然而編輯委員的回答是：「分項分式最後的目的是用來做分項積分，既然不講分項積分，那又何需介紹分項分式，增加學生的負擔！」，即至新教材推出，我們發現到「有理式」一節，已斷然從「多項式」一章中刪除，這種改革的魄力莫不叫人讚佩，至於積分中所介紹的反導函數，旨在訓練學生能尋找出一個函數 $g(x)$ ，使得 $g(x)$ 的導函數等於被積函數 $f(x)$ ，其內容並不觸及分項積分法等等的特殊技巧！誠如當年試用教材的編輯委員所一再強調的，高三理科數學只是一種直觀的微積分，也是微積分中最基礎的教材，所有較進一層的觀念或技巧都要到了大學以後才能得到解決！這段試教的「往事」，記憶猶新，歷歷在目！

從基礎數學到理科數學的教材安排，可謂一脈相連，堪稱多次改革中最為慎重的一次，各界均給于相當高的評價，但是從這兩次的聯考試題看來，我們得到的答案是什麼？實驗歸實驗？教學歸教學？補習歸補習？命題歸命題？去年的那兩道考題，還不算「脫序」；而今年的這三道考題已完全「脫軌」，使我國的數學教育又再一次迷失了方向！對一個教育的傳承者來說，我們實在毫無理由在學生的面前奢談：那些教材已經被刪掉了，然後又告訴學生說：這些被刪掉的教材，誰也不敢保證它不會在聯考時出現！倒是我們鼓勵學生本着探索、研究的精神去做一些教材以外的題目；六十九年開始，改革計劃如火如荼的展開，而今，命題委員「幾乎忘了它的存在」？雖然只有屈屈幾道題目，却已搖撼了無數冀望的心靈！筆者言重心長，但願這兩次的沖擊，不致帶來莘莘學子太大的壓力！更盼往後呈現在國人眼前的試題是一份足以導引我們正常教育的心血結晶！那麼我國的數學教育仍是一片美麗的遠景！

——本文作者任教於中正預校——