

學算四十年

陳省身

本文原載於傳記文學第五卷第五期。作者為中央研究院院士，本所開創時期的負責人，現任教於加州大學柏克萊 (Berkeley) 本部，公認為當代少數大數學家之一。其成就國人早已熟知。本刊轉載此文，意欲讀者透過本文捕捉半世紀來中國數學演進的概略，更藉此得到一點激勵。

——編者按

在國外一住十幾年，每天與同行切磋樂而不疲，不覺象牙之塔的寂寥與諷刺。這次回國，得與戚友家人小聚，引起了半生的回憶，真如一夢。一生有幸，得與許多當代中外數學大師，有或深或淺的交誼。在數學漸受社會重視的今日，有些史實，或者是大家所樂聞的。

我是一九一一年十月廿六日生在浙江嘉興。幼時因為祖母鍾愛，一直不上學。家中有時請先生來教，但並不是長期的。我最初期的國文，是一位未出嫁的姑母教的。我父親遊宦在外。記得有一次他回家過年，教了我阿拉伯字母及四則算法。家裏有一部「筆算數學」上中下三冊，他走後我自己做裏邊的題目。題目很多，我想除了一些最難的，我大多會做。我以為這種題目別的小孩一定也都會的，根本沒有告訴人。

等到一九一九年秋天，祖母覺得我實在不該不上學了，就把我送到縣立小學，大約是插入小學四年級。三、四年級在同一教室，共有約三十個學生。第一天家裏送午飯在教室吃，同學都走光了，獨自吃飯，覺得很淒涼。等到四點鐘下班前，不知道爲了什麼，教員拿了戒尺，下來把每一學生打一下到四下不等，祇有我未被打，大約我這一天實在老實，沒有被打的理由。

這樣一來，我不肯再去學校了。在家又玩了一年。次年（一九二〇年）去投考教會辦的秀州中學高級小學一年級。那時我的國文程度是中等，但是做過筆算數學的習題的人，應付數學考試，自覺裕如，所以就考入了秀州。

一九二二年秋天，我父親在天津法院任事，決定把全家搬到天津。我們在天津的河北區，附近有交通部辦的「扶輪中學」。冬天就插班入扶輪中學一年級。現在在中央黨部任職的詹純鑑兄，和我在扶輪同班。我們在一九二六年中學畢業。直到今年（一九六四）才再見。

我在扶輪的一級，是所謂的「舊制」四年畢業。畢業前一年，我父親的朋友錢寶琮（琢如）先生來南開大學任教授。錢先生專治中國算學史，在這方面是很有創見的。他一人住南開，有時來我家，就談到我的升學問題，進南開就成爲可能性之一。

扶輪的同學大部份爲鐵路員工子弟，大多是預備畢業後謀鐵路工作的。因此升學的對象不外是南洋大學、唐山和北京交大。因爲同學的影響，我的第一志願是唐山大學。

但是當時有兩件事情，影響我升學的選擇。第一是當時華北的政治軍事局面不安定，連北京到瀋陽的鐵路幹線都時斷時通，投考須遇交通困難。第二是我祖母在那年（一九二六）夏天去世，家中正辦喪事。

結果我留在天津，投考了南開和北洋大學。因為只上過四年中學，北洋只准我考預科，南開卻許我考本科，等於跳了兩班。這自然對我後來之進南開，有很大的關係。

考南開怕是躐進，因為我的準備不足。數學的主要科目是解析幾何，我根本沒有學過。我在扶輪所學的物理化學也不夠。家中正遭祖母喪事，亂得不堪，但是竟考取了。事後錢琢如先生告訴我說我的數學考卷是第二名。每逢考試我的數學是王牌，它總是把我的平均小數拉上去的。

南開理學院分數學、物理、化學、生物四系，分由姜立夫、饒樹人、邱宗岳、李繼侗四位先生主持。那些系差不多都是「一人系」，除他們四位外教授很少。父親同我都不知道有些什麼東西可讀，也不知道畢業後有什麼事好做。不過覺得物理似較切實，所以入學時傾向於物理系。

因為實際上跳了兩班，初進大學時是有些困難的。我選了一門定性分析，是邱宗岳先生教的助教是趙克捷先生，外號趙老虎，以嚴厲著名。我第一次上化學實驗，被指定一個櫃子，內有些化學儀器。同時接到一個單子，上有這些儀器的英文名字。我們第一件事是對照所得儀器是否完全。我的實驗經驗，差不多是沒有的，根本不知道單上名詞與櫃中儀器的對應關係。當天指定的工作是吹玻璃管，我自然弄不好。幸虧化學系有一位職員在試驗室，在將結束實驗前代我吹成了一些。我拿著玻璃管覺得還很熱，就用冷水一沖，於是前功盡棄。

回來想了幾天，覺得無論如何化學是讀不下去了。結果退選化學，改選一門初等力學。當時南開第三年才分系，不過我因為不願讀化學，所以在理學院只剩數學系可進。

那年姜立夫先生請假去廈門大學，數學系只有錢先生一人。我的微積分、力學都是錢先生教的。饒先生學貫中西，但是物理學牽涉太多，我讀不好。惟每跟數學有關，我就沒有困難。因此對於物理的基本概念，雖然沒有讀懂，及格是沒有問題的。

一年級的生活，在我是很舒服的。微積分、力學兩課，只要做些習題。國、英文則讀不讀對於成績不發生太多影響。物理只有一堂實驗，費些功夫，對於他的內容，無意求深切了解。我做實驗，只作幾個基本度量，餘時只湊答數，所以結束得很快。但藉此倒可了解一些課程的內容。

在臺北時有一位記者先生問我如何決定讀數學的。我說中英文都不好，又不曾做實驗，就只好讀數學了。這個答案實相當近真。現在想來，我的讀書路線，實在是早就確定的。比之多才多藝的人，我的選擇問題，較簡單，一生受此益處不淺。

那一年的時間，用於看小說雜書者不少；也時常替人作文。我的中英文雖然都不好，但還有不如我的人。我動筆很快，一寫兩三篇，把好的一篇留給自己，其他的送人。但有時人家反比我得更好的分數。一年級時我的朋友大都是成績不頂好的，我時常替他們做種種的作業，以消磨時間。

一九二七年我的讀書生活與態度有很大的改變。那年姜立夫先生回南開。姜先生在人格上、道德上是近代的一個聖人（記得胡適之先生在獨立評論的一篇文章上也曾如此說過）。他態度嚴正，循循善誘，使人感覺讀數學有無限的興趣前途。南開數學系在他主持上圖書漸豐，我也漸漸自己能找書看。

另一個至少受同樣影響的人，是同級級友吳大任（大猷的堂弟）。大任是絕頂聰敏的人。他在南開中學畢業，得四年獎學金免考升入大學。他什麼功課都好。第一年由南開中學升大學的人，常互相聚在一起，我同他們較少接觸機會。但從二年級起直到畢業，我同大任幾乎形影不離。大猷比我們高一班，人比我們成熟，所以雖然同班上一些課，而也很相熟，但在一起的機會，沒有這樣多。

一九二七左右的中國數學界是很貧弱的。那時北方北京大學有馮祖荀（漢叔）先生，南方則東南大學有留法前輩何魯、段調元、熊慶來各位先生。中國人以數學為主科在國外得博士學位的只有胡明復、姜立夫二先生（均在哈佛）。明復先生對組織中國科學社及編印「科學」雜誌功勞

4 數學傳播〔論述類〕

甚大。可惜他回國不久，就去世了，對於發展中國數學，不能有更大的貢獻。他的論文和俞大維先生關於數理邏輯的論文，似是中國人在國外主要數學雜誌上最早發表的文章。

南開的數學系那時以腳踏實地見長。姜先生教書是極認真的，每課必留習題，每題必經評閱。在我進南開前，他所訓練的學生劉晉軍、江澤涵那時都在哈佛讀書，申又樞則留校任教員。可說新一代漸漸崛起。

在那段時期，吳大任同我是數學系最好的學生。姜先生很高興，開了許多在當時認為高深的課，如線性代數、微分幾何、非歐幾何等等。我的基本數學訓練都是姜先生口授的。我性喜瀏覽，等到一九三〇年畢業時還讀過若干雜誌上的論文。段茂瀾先生教我德文和法文，都達到了能讀數學書的程度。

這幾年清華因改爲大學而突飛猛晉。一九三〇年我在南開畢業那年，清華決定辦研究院。我看清楚要深造必須出國留學，但家裏不能供給我，所以必須要找公費。清華偶然招公費生，但並不每年舉行，名額中也不一定有數學。清華研究院規定，畢業後成績優秀者可派送留學。所以大任與我經多次商討後都去投考清華。

我去清華的另一個目的，是想跟孫光遠先生做點研究。孫先生南京高等師範畢業，芝加哥大學博士，專攻「投影微分幾何學」。他是當時中國數學家唯一在國外發表論文的，也是第一個中國數學家，在博士論文後繼續寫研究論文的。在他的指導下，我在一九三二年清華理科報告發表第一篇研究論文。以後又繼續寫了兩篇這方面的論文，都發表在日本東北數學雜誌。

大任同我都考取了清華研究院。但他因家庭關係，改就廣州中山大學助教。清華數學系因爲只有我一個研究生，決定延辦研究院，改聘我爲助教，所以我到一九三一年才做研究生。因爲是第一年考取的，我的學號是零零二，有時成爲朋友們的談話資料，其實學號是照姓名英文拼法的字母排的，並無其他含義。

清華漸成國內最高學府之一，尤以理學院爲然。數學系教授有熊慶來、孫光遠、楊武之及我後來的岳父鄭桐蓀先生，教員有周鴻經、唐培經先生。學生很多優秀者，如莊圻泰、許寶騫、柯召、徐賢修諸位。

孫光遠先生率直天真，相處甚歡。我用許多時間讀投影微分幾何的論文，可惜那祇是數學的一旁支。投微的研究當時已到結束階段，我漸覺他的膚淺。但是後來在這方面又寫了幾篇論文，都是難題目做不出時用來調劑心情的結果。那時國內的數學界漸漸注重研究，但實在還沒有人瞭解研究的主流所在。

那時清華數學系最引人注意的人物，當數羅庚。羅庚江蘇金壇人，和培經同鄉。

羅庚初中畢業後輟學在家，就自修數學，因爲同鄉關係，他同培經通信，質詢數學問題。有一期學藝雜誌上一位先生「證明」五次方程式可解，編者竟登載了。羅庚能把錯誤找出，因此數學系決定聘他爲圖書管理員。他一九三一年來清華，辦公桌放在系主任熊先生辦公室外面，不久就成了系裏的中心人物。羅庚是一個十分活躍的人，凡數學討論，系內人事，他無不參與。他是確有數學天才的，每天工作十幾小時，所以短期內便有文章在國外雜誌發表。他的腿自幼時患傷寒症而跛，又因沒有上過大學，和大家出身不同，以致有高度的不安全感。他在數論、代數、多元複變函數論，都有重要的貢獻。關於他的故事很多。記得有一次，他的一篇文章，經某德國雜誌接受，他站在科學館前，逢人握手，告此喜信。

一九三二年胡坤陞（旭之）先生來任專任講師。胡先生專長變分學，他在芝加哥大學的博士論文是一篇難得的好論文。旭之先生沉默寡言，學問淵博，而名譽不及他的成就。他不久改任中央大學教授，近聞已作古人，深念這個不求聞達的純粹學者。

這個時期，有些國外學者來華訪問，數學家有哈佛的 George Birkhoff 及布拉希克(Wilhelm Blaschke) 先生。布氏是德國漢堡大學教授，有名的幾何學家。他做了一組演講，題目是「微分幾何的拓撲問題」。演講的內容深入淺出，大開眼界，使我深切考慮到去漢堡讀書。

在清華四年（一九三〇至三四）讀書不太緊張，但亦未太荒廢時間。自然多讀了些書，也學會了寫投影微分幾何的文章。那段時期確定了微分幾何為自己研究的方向。微分幾何的出發點是微積分在幾何學上的應用，有三百多年的歷史。自從愛因斯坦的普通相對論以後，大家想從幾何裏找物理的模型，不少幾何學家在那裏工作，可惜至今成就不大。

微分幾何的正確方向是所謂「大型微分幾何」，即研究微分流形上的幾何性質。它與拓撲學有密切關係，其系統研究，那時剛才開始。這是在清華時始終憧憬著的方向，但未曾入門。那時候的心情，是遠望著一座美麗的高山，還不知如何可以攀登。

一九三〇年以後，國內數學界有長足的進步。許多在國外留學而有成就的學生回國了。北大有江澤涵、申又振先生，浙大有陳建功、蘇步青先生，其他如中央、中山、武漢等數學系標準都提高了。尤其浙大在陳、蘇二先生主持下，學生甚多，工作極勤。可惜他們採取的態度，可名為「學徒制」，學生繼續做先生的問題，少有青出於藍的機會。要使科學發展，必須要給工作者以自由，這是值得深思的。

一九三四年夏我畢業於清華研究院，得到兩年公費的機會。清華公費普通是留美，但我得到准許，留德去漢堡大學。漢堡是第一次戰後才成立的，但數學系已很有名。那年希特勒獲得政權，驅逐猶太教授，德國的老大學如哥丁根，柏林等都鬧學潮。漢堡數學系幸而比較局面安靜而工作活躍，不失為數學家理想的去處。

漢堡數學教授除布拉希克 (Blaschke) 外，尚有阿丁 (Artin)，Hecke 二人，其中尤以阿丁 氏最為特出。他是近代抽象代數開創者之一。但他的興趣及於整個數學。他的演講與論文，都是組織嚴密，曲折不窮。難懂的理论，經他整理，都變成自然。他二十多歲即任正教授，為人隨和，看起來像學生。

我九月到漢堡，學校十一月才開學，十月初布先生渡假歸來，給我他所新寫的幾篇論文。我不到開學，就找出他一篇論文裏一個漏洞。他很高興，叫我想法補正，我也居然做到了，結果寫成在漢堡的第一篇論文。德國大學制度，博士學位的主要條件是論文，指導的教授差不多可以完全決定學位的授予。我總算初見就給布先生一個好的印象。

漢堡立刻成了中國學數學者的聖地。姜立夫先生那年恰好休假，來了漢堡。其他有曾炯之、程毓淮、周煒良等。曾、程二兄已在哥丁根得了博士。炯之是女數學家 Emmy Noether 的學生。他的論文是有名的「曾氏定理」，在代數幾何中是一個有基本性的貢獻。炯之為人直爽誠懇，沒有人不喜歡他，不幸在抗戰時死於四川西昌。Noether 先生是抽象代數領導人之一，大家公認為女性中最偉大的數學家，放在男性數學家中也絕對是第一流的。

一九三五來漢堡的有吳大任。他考取第一屆留英公費，從倫敦大學轉來漢堡。張禾瑞、袁炳南、金再鑫等也陸續而來。大任的夫人陳鸞亦習數學。布先生時常旅行，數學上同我接觸最多的是開勒 (E. Kähler) 博士。開勒先生那時剛完成他的一篇論文，後來稱為「開勒空間」的即此論文之發現。他是布先生的助教，他學問淵博，態度謙和，工作上正在突進的時期。他寫了一本小書「微分方程組論」，發揮法國大數學家卡當 (Elie Cartan) 的理論。書中的基本定理，後來稱為卡當開勒定理，開勒先生領導一討論班，共讀他的書。但是這理論太複雜了，開先生又不善於講書，結果如一般討論班的命運，參加者愈來愈少。我則「抗戰到底」，所以也許是最受益處的人。

從此討論班我逐漸認識卡當的偉大數學天才。卡當先生的論文以難讀出名。我漸漸習慣於他

6 數學傳播〔論述類〕

的想法，覺得實在是最自然的。我的博士論文是卡當方法在微分幾何上的應用，是一篇腳踏實地的工作，但無驚人之處。我的論文一九三五年秋天就完成了，因為等布先生返德，一九三六年初才正式得學位。

周煒良先生因為後來的周太太是漢堡人，所以雖在萊比錫註冊，幾乎常常住在漢堡。他一九三六年夏天得博士。他的論文的內容，後來在代數幾何中稱為「周氏坐標」，是一個重要的成績。

從現在的標準講，漢堡是一個規模不大的中心。但他有第一流的領導者，因之有優秀的學生。兩年在漢堡的留學生活，就我講是很愉快的。

一九三六年夏我的公費期滿，就接到清華與北大的聘約。我卻決定去巴黎隨卡當先生工作一年。那年得到中華文化基金會的補助。這於我在數學研究發展上確是有決定性的一年。卡當先生不但是一個偉大的數學家，他為人和藹隨便，也是最好的教員。他是巴黎大學的幾何學教授，學生衆多，在他辦公時間，候見的要排隊。幸虧過了兩個月，他允許我到家裏去看他。我每兩星期去他家裏一次，回來的第二天往往接到他的長信，繼續表示前一天所討論的問題的意見。在巴黎十個月，工作異常緊張，所得益處，不限於那時的文章所能表現者。

一九三七年夏離法經美返國，去清華任教授。不幸未離巴黎，蘆溝橋事變已爆發。行程雖未改變，心情不免沉重。歸國後經香港、長沙，而至昆明，在西南聯大六年，抗戰生活，不在本文敘述範圍之內。所可說者，我身邊帶了一批卡當及其他數學家的論文複印本，所以雖在播遷，工作不全輟廢。而學校在戰時不正常，反給我更多的時間，可以從事工作，研究論文仍舊繼續發表。我當時在國內躋列羣賢中，被看作數得上的數學家，即在國際，亦漸為若干人所知。但對於工作成就，衷心深感不滿，不願從此默默下去。

我一九四三年由昆明去普林斯頓是一生的大決定。那時大戰方酣，中美交通困難。一個可能的路線是從昆明飛印度，再坐船經好望角泛大西洋赴美。想到德國潛水艇的活躍，這條路線自然有相當危險。但我決心赴美，不顧一切困難。Veblen先生欣賞我的工作，給我弄到經濟援助。結果我於七月中坐軍用機，用了七天功夫，經印度、非洲、南非洲，至邁阿密。

到普林斯頓後立刻做了一個確是極重要的工作，就是所謂 Gauss-Bonnet 公式的新證明。兩年功夫發表了幾篇在微分幾何學方面精心獨詣的文章。所謂「陳氏特徵類」(Chern characteristic class) 等都是那時候做的。當代最偉大的幾何學家霍甫 (Hoeinz Hopf) 先生，評論我的一篇論文時說「微分幾何進入一新時代了」。

戰後於一九四六年春返國，奉命組織中央研究院的數學研究所。數學所名義上由姜立夫先生任所長。但姜先生只在南京幾個月。從四六到四八，一切計劃，都是由我主持的。我的政策是「訓練新人」。我收羅大批新畢業的大學生，每週上十二小時的課，引他們入近代數學之堂奧。所中研究員有胡世楨、王憲鍾、李華宗等先生，助理員甚多，後來有特殊成就的，有吳文俊、楊宗道、陳國才、廖山濤、張素誠等。我很高興，現在的數學所，仍舊繼續著這個提携新進的政策。

在結束本文之前，不覺有兩點感想。第一，平生中外師友，有不少比我能力高的，結果成就或不如我。我很力於吾國兩句平常成語自勵，即「日新日日新」的精神和登峰造極的追求。問題選重要的做，雖大多無成，失敗遠多於成功，而所得已稍足自慰。楊武之先生贈詩謂「獨坐遙登百丈樓」，譽不敢承。然論為學態度，則知已深諳我心也。

第二，香港中文大學有一位英國先生跟我說，你們中國還沒有自己訓練成的第一流科學家。李濟之先生也說過，科學在中國沒有生根，我都有同感。其實中國訓練成的第二、三流科學家有幾人？日本湯川教授在做成 meson 的工作以前，沒有離開過日本。相形之下，當知努力所在了。