



康明昌

評莫宗堅先生「代數學(上)」

書名：代數學(上)
 作者：莫宗堅
 出版者：聯經出版事業公司
 出版時間：民國七十六年九月初版
 定價：新台幣300元

(一)

西方科學思想傳入中國至少有三百年的歷史，把西方科學知識正式納入我們的教育體系也有將近一百年之久。但是我們的學生大都經由西方或日本的媒介物研習這些知識。以代數學為例，除了華羅庚先生的「數論導引」之外，大學或研究所程度的代數學教本似乎只是一些應一時之需的講義，很少人企圖寫一本有系統而且完整的代數學課本。

美國普渡大學數學系教授莫宗堅先生不僅是一個傑出的數學研究工作者，他對於中國的數學教育與數學研究的發展也具有強烈的使命感。莫先生這本「代數學」正是他獻給年輕一代學習數學的中國人的禮物。

首先必須指出的是，莫先生這本書的企圖是相當大的，它從大學部近世代數（或抽象代數）的基本教材開始，講到研究所一、二年級程度的代數學。它的目的是盡量提供在各個不同領域工作的數學家所需要的代數學的基礎知識，並且引導年輕的學生走到當代代數學研究的大門之前。

不僅如此，莫先生並且是一個極具歷史感的人。古代中國人精於代數學，宋元時代中國數學家在代數學的造詣更是獨步世界。是的，在祖先的光榮歷史對照之下，加倍的暴露後代子孫的沒落。但是，如果連祖先的光榮歷史都一無所知，那豈不是更加悲哀嗎？因此，我們在莫先生的書中看到郭守敬在線性代數的工作、秦九韶與朱世傑在解方程的貢獻。莫先生殷切的期望躍然紙上。

(二)

因為莫先生這本書的企圖是這麼大，所以我準備把它和同類型的西方教科書作個比較。我想到的是以下幾本書，

1. B.L. van der Waerden, *Moderne Algebra*, 2 vols, 1931。
2. O. Zariski and P. Samuel, *Commutative Algebra*, 2 vols, 1960。
3. S. Lang, *Algebra*, 1965。
4. P. Cohn, *Algebra*, 2 vols, 1977。
5. N. Jacobson, *Basic Algebra*, 2 vols, 1980。

和莫先生的「代數學」一樣，以上五本書都是從大學部到研究所一貫作業的代數學教科書。

在處理基本材料（相當於每本書的第一卷），莫先生的「代數學（上）」比較接近Lang的風格，與Jacobson差別甚大。莫先生和Lang在介紹基本工具時，都把「羣」、「多項式」、「線性代數」、「Galois理論」列為第一優先。Jacobson在多項式的討論不夠詳盡，卻加入許多其他的材料（如，實係數方程式論、二次型、有限維代數、布爾代數）。van der Waerden與Zariski-Samuel只是把「羣」、「環」當做一種語言，他們並不刻意導出各種有關的性質。這正像爬山一樣，van der Waerden和Zariski-Samuel要帶人爬喜馬拉雅山；所以，跟喜馬拉雅山無關的事物，他們並不太在意。Jacobson與Cohn要去的地方是玉山，玉山不像喜馬拉雅山那麼雄偉，但它仍然具有各種不同的同溫層與生態分布，Jacobson與Cohn像個親切的嚮導，不厭其煩的向你介紹各個生態區的景緻。莫宗堅先生的書恰好介於這兩種不同的取向之間。

這個區別在他們處理高等教材時（即每本書的第二卷），更加明顯。Zariski-Samuel與莫宗堅先生的目標是交換代數，van der Waerden與Lang的目標是交換代數與羣表現理論，Jacobson與Cohn卻是想替代數學的分支（如，category theory，central simple algebras，rings with polynomial identities，同調代數，體論，可換環）作個素描。

熟悉Zariski-Samuel書的人，可能很快的會發現，莫宗堅先生這本「代數學」在材料的取捨跟Zariski-Samuel的「Commutative Algebra」非常相近。這件事一點兒也不奇怪，因為莫宗堅先生博士論文的指導教授S. Abhyankar正是Zariski的得意門生，而Zariski-Samuel這本書是Abhyankar最推崇的代數課本，這本書對莫先生的數學觀顯然

具有決定性的影響。

（三）

現在試就「代數學（上）」這本書做個簡短的介紹。

第一章集合論與數論。其中含可數集的討論、同餘式的概念，以及高斯整數環和 p 賦值，這是第六、七、八三章將詳細討論的材料。

第二章羣論。從一開始（第2-2節），莫宗堅先生就採取變換羣的觀點，這種新穎的方法是許多代數課本的作者不敢採用的，他們可能是擔心這種方法太抽象了，有趣的是許多幾何學家和十九世紀的數學家正是從變換羣的觀點瞭解羣論的。除了那些基本的概念（如商羣、同構定理），莫先生還證明了西洛定理（Sylow's Theorem）、約旦——荷德定理（Jordan—Hölder's Theorem）與對稱羣的自同構羣。他沒有證明Remak—Kull—Schmidt Theorem與Kurosh關於自由羣的定理。可以說，一般的數學家所需要的羣論的基礎知識，本書都已經涵蓋了。

第三章多項式。莫先生先引入體、環、多項式環、比體與理想的定義，然後證明初學者必須知道的多項式環的兩個定理：Gauss引理與Hilbert基底定理。莫先生還另闢一節介紹對稱式、結式與判別式。現在許多自稱想唸代數的學生都不知道消去法（Elimination Theory）為何物，莫先生特別強調結式的重要性，應該是有的放矢的。

第三章的選材是我特別喜歡的。某些抽象代數的課本在介紹環的時候，常常喜歡討論一些過份抽象的東西（如，quasi-regular，left inverse element的唯一性），這些材料對於某些人可能是重要的，可是對於大部份數學家，包括代數學家（如唸代數數論、代數幾何、李羣的人），卻是沒有必要的煩瑣。莫先生大刀濶斧的把它們全刪掉，而代之以古典的結式，不亦快哉！

第四章線性代數。這一章講授的線性代數

的內容，就其深度與廣度而言，比起任何一本線性代數的專書毫無遜色。據我的瞭解，許多數學系學生的線性代數的知識都相當淺薄，他們把線性代數矮化成矩陣的加法與乘法，或是把線性代數單純的看成是解平面幾何問題的新工具。莫宗堅先生採取十九世紀 Jordan、Weierstrass、Frobenius 研究線性代數的觀點，把線性代數和解微分方程拉上關係（「代數學(上)」第 193 與 221 頁）。事實上，解微分方程正是促使十九世紀數學家研究線性代數最主要的原因之一。

第五章一元多項式的解及體論。主要的內容是 Galois 理論。莫先生還證明代數基本定理與 Lüroth 定理。許多近世代數書籍的作者大都把代數基本定理奉送給分析學家，莫先生可能不以爲代數與分析之間有那麼大的鴻溝，因此他又把這個定理拿回代數領域。Lüroth 定理是一個漂亮的定理，並且是代數幾何學家研究 rationality problem 的一維的特殊情形，莫先生把它放在大學課程，足見他數學的品味與眼光。

(四)

總的來說，莫宗堅先生這本「代數學(上)」是一本非常成功的代數學書籍。不過我想談一談個人對這本書的幾個觀察。

這本書印刷錯誤的地方相當不少。這些錯誤雖然無傷大雅，細心的讀者都可以自行訂正，但是初學者可能會感到非常不方便。因此，我建議作者在這本書再版時務必要重新校對一遍。

其次，這本書沒有索引。據我的瞭解，莫宗堅先生自己製作了一份索引，可能是出版社一時疏忽，把這份索引全部都放在下冊，因此上冊就沒有索引了。

「代數學(上)」這本書有許多很好的例子與習題。例如，第 19 頁是密碼學(cryptography)的例子，第 114 頁是編碼學(error-correcting codes)的例子，甚至還有一個人類學的例子(第 80 頁)，一個「畫鬼

腳」的習題(第 108 頁)。一般的說，習題選得很好，難度高的習題相當多，不過都是很有意義的題目，不像小學算術的「雞兔問題」是脫離常識的問題(難道有人連雞的腳和兔的腳都分不清嗎?)。

本書的風格是相當特別的。莫宗堅先生在介紹各個概念之後，他就片刻也不休息的直搗問題的核心，他採取攻堅的方式，而不是迂迴戰術。例如有些代數課本常把一個難度很高的定理拆成幾個小部份，再分別處理這些小零件；這卻不是莫宗堅先生的習慣，他使的是正宗的武當派劍法，當胸一劍似乎平實無華，卻遠勝某些小巧挪移的功夫。

(五)

莫宗堅先生是一個具備多方面興趣的人。他的職業是數學教授，他對藝術、中國歷史與文學也有極高明的體會。例如，他對於「紅樓夢」的考證與批評是行家所津津樂道的。

事實上，他寫作「代數學」這本書，除了著眼於推動中國數學的生根與發展之外，他還有更深遠的期望。他認爲，科學研究是人類文化的一部份。有更多的人用中文表達科學活動的內容，社會上才有更多的人瞭解科學的精神與內涵，科學也才能內化於我們的文化。

我預祝莫宗堅先生的期望能早日實現。

後記：寫完這篇書評之後，爲了讓心情輕鬆一下，我們始看一篇 L. Kronecker (1823~1891) 的傳記。我突然想起莫宗堅先生書中的一個習題，第 256 頁習題 4。這個題目我本來準備用 Gelfond-Schneider 定理(Hilbert 第 7 問題)來做，我不及細想能不能用初等的方法做出。可是，這個習題不就是 Kronecker 的定理(Kronecker, Werk I., pages 105~108)嗎？