

陳省身院士演講——

我的若干數學生涯

時間：76年4月22日
下午3:00~4:00

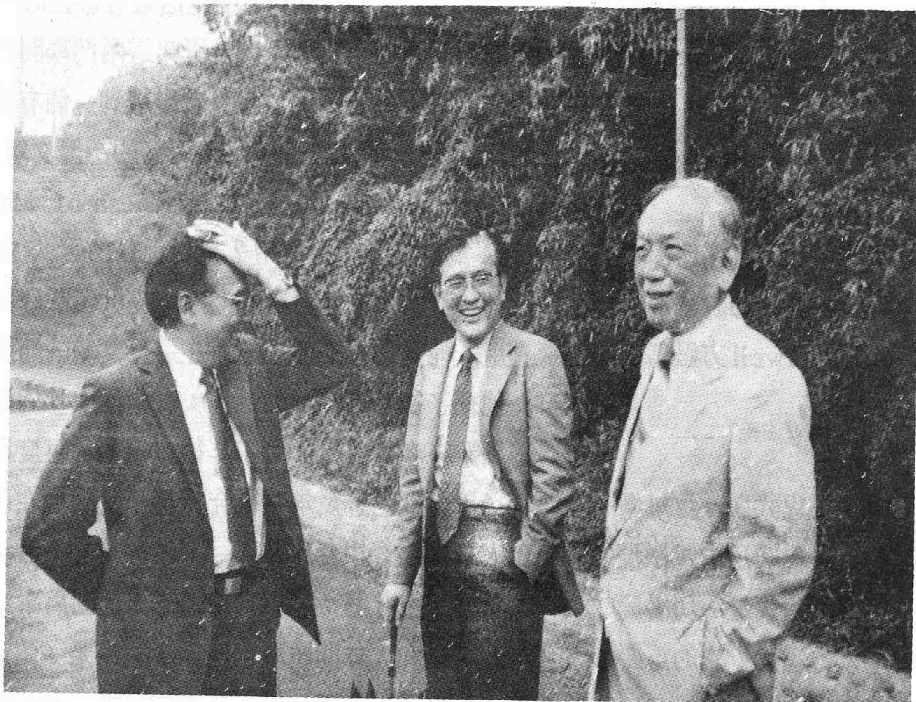
地點：國立清華大學

整理：本刊編輯部

今天很高興回到清華來，有機會跟大家見面，講講話，毛校長剛剛說過我是清華的校友，所以回來等於回到自己的家裏。今天講的題目也是一個非常不正式的題目。所以我就是隨便挑幾件事跟諸位談一談。

歲數大了，無論那一年，都可以找出一點意義。比方說，今年是1987年，50年前，1937年我是從法國回到長沙擔任清華大學的教授。如果再往回一年，1986年，50年前，1936年，我在漢堡大學得到博士學位。所以歲數大有一個優點，年年都可以找出一點。

剛才毛校長也講過，我1930年在天津南開大學畢業，剛巧那一年，清華決定成立研究院，所以我就投考了清華的研究院。那時的清華跟你們現在的不一樣，規模小得多，人數也少得多了。研究院的學生，學校需要每個月給30元的津貼。那時候30元可以夠一個學生的費用。研究院錄取的一共8個人，所以第一班的研究生，校外錄取的8個人，加上清華本校畢業保送進來的若干人，我想頂多只有十幾個人。因為數學系只有我一個學生，臨時決定研究院緩辦一年，所以第一年我是做助教。因為



陳省身博士由清華大學毛校長陪同遊清華校園。

(*) 本文未經陳省身院士過目。

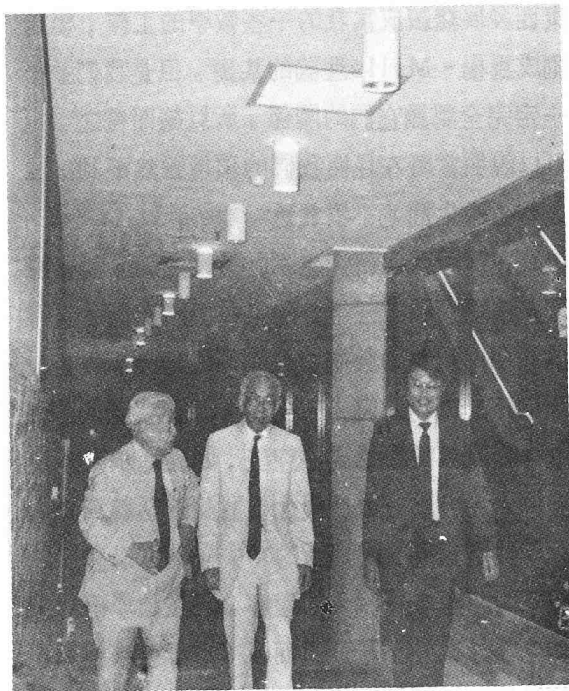
在 8 名當中，我的英文姓是「C」開頭，學號是 002（學校第二名的學生）。第一名是我一位學姐，他的姓是張。那時候的學校，在國內是有名的設備比較好的。所謂好者，就是美國式的設備，有圖書館、大禮堂、體育館。我想那禮堂要比今天所在的地方小得多了，因為清華大學的學生大概有一千多人，一千多人沒有法子去禮堂開會。可是因為設備好，清華還是一個大家嚮往的地方。大家都願意到清華來讀書。當時學生的一個說法，就是「北大有胡適之，清華有體育館」。

那時候中國數學界的情形是很薄弱的。前幾天，我拜訪了俞大維先生，他是很少的一個人，在國外得到博士學位，可惜他沒有繼續在數學方面工作。另外一位是胡明復先生，在哈佛得到博士學位，可惜他回國不久就去世了。我的老師姜立夫先生，也是哈佛大學的博士，在南開大學教書。在清華，從國外得到博士學位，在國內繼續作研究的有孫光遠先生，他是我的老師，專搞微分幾何，我跟他做研究。另一位做研究的是代數學家楊武之教授，他是楊振寧的父親。他們兩位都是芝加哥大學的博士。當時在清華數學系裏頭繼續做研究，指導學生的研究。我應該也提到清華當時的數學系主任熊慶來先生，他是留法的，專門搞分析。熊先生在清華教書之後，後來在休假的時候去巴黎完成他的博士學位，完成學位後繼續在分析方面有很好的貢獻。清華有他們幾位老師，因此有很多好的學生。當時，比方說許寶騫，後來在統計學方面有非常重要的貢獻；柯召，他去英國，搞數論，作了很好的工作。當然還有華羅庚，他初中畢業，因為他發表論文，得到系裏的注意，清華當時請他做圖書館管理員，所以他就在圖書館裏自己唸書，到清華不久就發表論文，作有意義的研究的工作，是系裏頭非常活躍，後來很出名的人。

可以表示當時中國數學界的情形的，譬如說，中國那時候沒有一個全國的中國數學會，中國數學學會是 1935 年才成立，因此也沒有

一個中國出版的或者全國性的數學雜誌。不過，從 1930 年到 1937 年（1937 年蘆溝橋事變，中日戰爭發生了），在短短不到十年的當中，北平跟中國其他的地方科學有很大的進步。在數學方面，除了剛才我所說的幾位之外，還有從日本回來的陳建功先生、蘇步青先生。他們在浙江大學帶領很多學生工作，他們的工作很有成績。所以當時是在國內做數學研究比較受注意的人。這是在北平時期的清華大學。

後來因為戰爭的關係，清華大學、北京大學、天津南開大學聯合起來，最初在長沙成立長沙臨時大學。半年以後，搬到昆明成為西南聯合大學。西南聯合大學是 1938 年在昆明開始，一直到抗戰結束。因為三個學校有名的老師很多，所以對年輕的人有非常大的吸引力，西南聯大後來造就很多的人才。在數學方面，比方說有王憲鍾，他是跟我搞幾何的，後來在美國 Cornell 大學做教授，不幸的前幾年去世了。還有鍾開來，後來搞機率、統計，他現在是 Stanford 大學的教授。還有一位是王浩，在數理邏輯方面有很大的成就，據我所知，最近一、兩天之內要到台灣訪問並給演講。那時



王浩博士今年五月七日到台灣訪問，中央研究院吳院長，數學研究所李所長前往接機。

候我們在西南聯大（1938～1946），西南聯大因為戰時，設備不好，環境也不好，但是我們數學的工作還是繼續。我稍微談一談我們那時候數學方面的一些活動。例如，剛才我所提到的華羅庚先生跟王竹溪先生和我，在1940年左右成立李羣的討論班。後來這李羣的題目，在數學、物理上都有重大的發展。

我自己呢？因為我那時剛從德國、法國回來。因為在法國跟Elie Cartan做研究工作（Elie Cartan是對我的工作最有影響的一位老師），我開了很多課，講Elie Cartan的工作。他的工作包括了微分方程、連續羣論、微分幾何等方面。在我的課裏頭，除了有些數學系的學生之外，有好多物理系的學生，其中包括楊振寧。楊振寧那時候上過我好些課，課裏頭有一部分內容講連絡論（connections），連絡論後來發展成為數學上非常重要的觀念，是楊-Mills規範場論（gauge theory）的一個數學基礎。可是數學有時候好像是同一個東西，但是當你沒有搞清楚的時候，不見得能夠認識清楚。我想我們在昆明的時候（1941～2年），我在課裏一定講到規範場。後來這個東西發展繼續成為我的一些數學的工作，楊氏則成為楊-Mills理論的基礎。但是我們並不一定完全認識它們的關係。所以總而言之，這可以說明當時在昆明我們的環境雖然不利，但是學術的生活並不很貧乏。

在清華園當研究生到當教授之間，我在德國、法國留學了三年，兩年在德國漢堡。當時的數學與現在的數學有些不同的地方，一個最大的不同就是當時人數少得多。從我老的想法，那時候搞數學比現在空些，因為進步不是這麼快。比方說有數學觀念要討論的話就寫封信，等他回信還有好幾天的功夫慢慢可以整理思想，對問題有更深入的理解。現在數學研究者多了，一下子就見面了，有什麼事情甚至可以打電話，很快的就互相連繫上了。像我這樣的歲數，我覺得有點使人發暈。

德國的情形是大學主要工作的人是教授，

幫助他工作的有幾個助教，然後底下是研究生，這種生活是非常愉快的。這幾個人（數學一般講不到10個人）時常互相討論，有問題的話，學生可以問老師，老師也許互相再去討論。這是一個很安靜，專門為學問而做學問的生活。德國的學制有很重要的一點，它的中心不集中，哥廷根（Göttingen）固然是一個數學中心，來比錫（Leipzig）、慕尼黑（München）也是個中心，海德堡（Heidelberg）有很好的教授。所以全國也許有二、三、四個地方它的教授都是第一流的，而且他們互相調來調去，海德堡的教授有出缺的話，它想法子到柏林、來比錫去請那邊最傑出的人繼承這個位置，它是非常流動的組織。我想這個組織使得德國的科學在十九世紀末年，甚至二十世紀初年在全世界取得很高的地位，它的地位非常之高，待遇非常之好，全國可以流動。

我得了學位以後，1936～7年在巴黎，巴黎是法國的中心。法國的制度跟德國很不一樣，它是集中在巴黎，所以最好的科學家總有一天被請到巴黎來。巴黎當時是法國科學、數學集中的地方，那時期法國的數學在國際上是取領銜的地位，最偉大的法國數學家是Henri Poincaré（他跟總統Raymond Poincaré是堂弟兄），他是二十世紀最偉大的數學家之一。為什麼他偉大？我想我們大部分人所搞的數學，都發源於B. Riemann（1826～66）跟H. Poincaré（1854～1912）。為什麼我要特別提這兩個名字呢？因為至少在我們所搞的數學，稱為「核心數學（core mathematics）」，他們兩位在數學界的地位就是菩薩。所以有一年我跟內人去參觀羅漢塔，我就感慨的跟他說：「無論數學做得怎麼好，頂多是做個羅漢。」菩薩或許大家都知道他的名字，羅漢誰也不知那個是那個人。所以不要把名看得太重。Riemann的工作為什麼重要呢？因為數學跟其它的科學一樣要不斷擴充範圍，大家重視的工作，都是開創性的工作。對於新的範圍，它的現象跟從前的現象不一樣的，你能夠認

出它不一樣的地方，你更能夠認出基本性質在什麼地方。Riemann 就是把普通平面或空間的性質推廣到所謂流形的一個更廣義的空間。這種 Riemann 的工作大致講起來還是一維的，Poincaré 把它推廣到 n 維，他們兩位大致可以說建立高維流形上的幾何、分析甚至代數性質的創始人。

現在因為科學的進展有很多基本的問題在近幾年來都解決了，所以有人就覺得是不是有新的 Riemann 或 Poincaré，他可以把我們帶到一個新的數學領域。而在新領域，他能夠看出基本的問題在什麼地方，給出指示，給下一代（二十一世紀）的數學家知道向那方面去工作，這方面大家的意見都不一樣。我比較偏向是有的。也許你們這年紀之中年輕的人，就是將來的 Riemann 或 Poincaré，這是絕對可能的。

我的老師 Elie Cartan 是做些什麼呢？他最主要是對高維的分析創了最主要的工具，使得 Poincaré 沒有做到的方向，引進了基本的概念，把高維流形的性質可以更推進的做下去。比方說，其中包括 Lie 羣的理論，Lie 是一位挪威的數學家，他開創了 Lie 羣，不過 Elie Cartan 對 Lie 羣的貢獻不亞於創始人 Lie。所以他是一個很大範圍高維流形幾何、分析的性質，他作了基本性而方面非常廣的貢獻。我自己得到的好處就是，能夠把他的東西學到一部分而能夠繼續做這方面的工作。

在我的老師之中，我還要提到當時我在漢堡的老師 W. Blaschki，他是一個很有創見的幾何學家。剛剛有個同學問我關於幾何的直覺，我想 Blaschki 是對幾何直覺有特別靈感的一個人，他是當年在德國最好的一個幾何學家。他們都很大方，很有遠見。我到漢堡是 1934 年，等到 1936 年完成我的博士論文之後，我還可以在歐洲等一年，我就問 Blaschki 先生，問他有什麼意見？我應該走那個方向？他當時就給我兩個建議，他說你也許繼續在漢堡學代數，跟 Emil Artin（他是一個很偉大的代



Herman Weyl

數學家）唸代數，作代數方面的工作，或者到法國去跟 Elie Cartan。

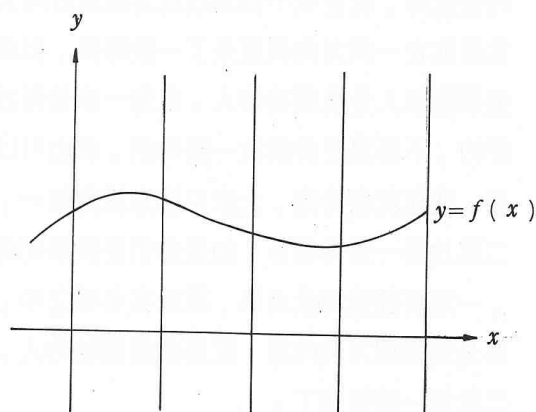
自然而然的法國的吸引力很大，我就決定去法國。事後看來，我想這是一個很正確的決定，因為 Cartan 的工作當時知道的人不多，我得意的地方就是很早進這方面，熟悉 Cartan 的工作，因此我後來能夠應用他的發展方向，繼續做一些貢獻。

我想在座很多是年紀輕的人，希望知道做學問應該是怎樣的方向，我覺得有一點終生得到益處的，就是我不怕去找這方面最好的人。當然你在一個方向裏頭呆了一段時候，你就知道那幾個人是最領袖的人。我想一定值得找最好的，不要滿足於找次一點的話，我也可以發展。我想就像賽跑，大家只注意誰跑第一，第二就比第一差得很多。如果你們要做學問的話，一定要想達到最高峯，因此在各種之中，你要是走那個方向的話，就要找最領袖的人，第二比第一差得遠了。

後來同樣的原因，在西南聯大呆了幾年之後，因此我感覺到應該到普林斯頓高級研究院

(Princeton of Institute for Advanced Study)。這是一個私人研究機關，它最主要的教授當然是愛因斯坦。愛因斯坦因為是猶太人的關係，在希特勒當政的時候被迫離開德國到 Princeton 的 Institute 做教授。對於我特別有影響的是 Hermann Weyl。在 Riemann, Poincaré 之後最使我佩服的人就是 Elei Cartan 跟 Hermann Weyl。Hermann Weyl 工作的範圍非常廣，他是哥廷根大學的教授，繼承 Hilbert 的職位，Hilbert 是跟 Poincaré 同等地位的德國數學家，但德國人或許覺得他比 Poincaré 要緊些。另一位跟我接觸最多的是 André Weil，André Weil 比我大五歲，所以我們差不多是朋友，他是法國很好的一個數學家，他現在還活著，剛過 80 歲，可能是現在生存著最偉大的數學家。

在 Princeton 兩年半的時間，我做了一些工作，後來大家認為這工作是有意義的。在這兒允許我吹吹牛吧！在這兩年多的時間，我在 Princeton 工作，後來在 1985 年，兩年以前以色列的國會頒給我 Wolf 獎金，給我獎金的引文 (citation) 是這樣的：「The profound contribution to global differential geometry which affect all the mathematics」。就是當時我所做的工作 (我想很多是運氣) 就是發現後來這工作不但屬於微分幾何的工作，更影響到整個的數學 (代數、分析、……)，甚至現在也影響到數學物理 (Ma-



thematical physics)。這觀念非常簡單，就是現在所謂的纖維叢 (fiber bundle)、矢量叢 (vector bundle)。幾句話可以說清楚，你們要是唸微積分話，討論一個函數 $y = f(x)$ ，在一個平面裏頭畫直線與 y 軸平行的話，這曲線與每一條和 y 軸平行的直線相交於一點。現在發現在數學之中，需要把這個觀念推廣，規定不是整體的平行，只是局部的平行，這個觀念是數學上所謂的矢量叢，在數學上有非常重要的應用。那時我的工作就是要發展這個觀念底下的一些基本性質。

普林斯頓高級研究院是當時全世界數學界一個很特別的研究所，它之所以出名，之所以重要、偉大就是它集中了數學上最偉大的數學家，我想任何一個研究機關能夠成立的話沒有第二條路子，就是要有偉大的數學家、科學家，在這方面要成立全世界最好的中心，一定要有最好的科學家，數學也如此。剛巧因為歐洲戰爭，希特勒趕猶太人，所以 Princeton 研究中心就成為全世界數學的中心，因為有了這些人之後吸收了許多訪問的人，他們後來有許多人變成第一流的數學家。

我後來辦了幾個數學研究所，大家知道有中央研究院數學研究所，當時我在 1946 年回國，中央研究院叫我辦數學研究所，姜立夫先生是所長，我是 1979 年退休的，在退休之前向來沒有做過什麼長或什麼主任的。我不是所長，但實際上所是我把它創辦起來的，因為姜先生不在。非常荒謬的，因為要辦一個所的話，當然很多人 (尤其在中國) 都要介紹人給我參加這個所。我不是所長，我沒有興趣的話，我就告訴他，我替你告訴姜先生，那就沒有下文；我要是有興趣的話，我就繼續想法子做下去。

也許大家願意聽一下我在 Berkeley 辦的研究所，叫做 Mathematical Sciences Research Institute，這個所成功也有相當的歷史了。因為美國的國家基金會 (National Science Foundation) 要成立研究所，想法子

能夠跟 Princeton 比較。原因是在美國的話總想法子不要使力量太集中，所以有了 Princeton 這樣子有成就的研究所，大家就感覺有需要另外再設幾個所，分散一點，不要太集中在一個地方。這在整個美國學術方面、政策方面這觀念是非常要緊的。要成立這個研究所是由政府來撥款，政府撥款大家都會來搶，為什麼決定在 Berkeley？為什麼交給我做？也可以說是



Mathematical Sciences Research Institute
University of California, Berkeley.

一個笑話，比方說公司裏頭一個總經理出缺，由董事選總經理，大家都投票，不許投自己，每人就投一個最不可能當選的。實際上講就是也可以說我在數學界跟人的關係良好，大家對我很放心。我們是 1981 年成立，我做了三年（1981～1984），美國國家基金會給我們撥款，一共五年，一千萬元，每年有兩百萬美元的預算。最主要我辦事的一個原則是少做事，有時候做太多的話，也不見得有效。所以我的原則是，剛才說過的，辦這研究所最要緊的是把有能力的數學家找在一起，找在一起之後不要管了，就讓他們自己去搞去。我想研究（尤其是純粹數學的研究）沒法子有計劃，現在你要政府撥款或跟機關要經費的話，大家動不動要你有個計劃，根據計劃裏頭能夠做出來的東西大概不是最有價值的。最好沒有計劃，不過這沒法子跟管錢的人講得清楚。總而言之，我們有相當的成功，這個所真正 1982 年才開始，到今年已經有五年了，大家都覺得成功。當然，和 Princeton 比的話，因為我們是政府的撥款，所以不能夠請到長期的最偉大的數學家。我們來的人是很有名的，各地方的人都有

，每個人來的話是呆比較短的時間，不過有它的作用，就是來得新，負責的人、參加的人年紀輕，所以也比較活動，開會也比較會互相討論，關係比較多，作風跟 Princeton 不大一樣。不過在美國講起來，有這樣另外一個研究所，因為美國現在數學家很多，也達到它的目的。

最後我想講幾句話，我要告訴大家，從我這個經驗，現在二十世紀末年，數學的活動是非常活躍的，就如我剛才所說，傳統的有些困難問題一個一個解決了，所以我們現在到了一個時期，要想法子引進新的問題，使得新的問題的解決引到數學新的方面，得到新的了解。當然計算機的發展對數學有很大的影響，原因是計算機是一個離散的數學，離散數學因此受大家的注意。所以種種的原因，使我感覺到數學是一個現在非常活躍的學問，因此究竟怎麼活躍，也許大家還不一定很清楚，所以是一個方向，有自己的年輕人要進來的話，因此可以得到報酬的。我想這個數學的方向對於中國人非常合適。因為現在美國（這幾天報紙已經引用我的話，我再重覆一下子）中學生考會考，華裔學生的成績是要比美國的學生高得多，據統計數學，平均分數高 30%。現在在美國最好的大學的研究院，如哈佛、Princeton、Berkeley，往往大部分最好的學生是中國學生。中國人在數學上能力是沒有問題的。這個學問有它的好處，就是不需要設備，完全可以靠個人的努力，所以假使在一個還沒有很發展的環境之下，要去研究數學比較容易進去。比方說，在 Berkeley 一、兩年以前，研究院有一個研究生的考試，是一個筆試，有一位學生，老師給他的分數給低了，所以他去跟他的老師講，老師承認他看錯了，把他分數改了，改了之後，他考了第一，原來第一的人就變成第二。不管怎麼樣，第一、第二兩位，一位是中國大陸的，一位是臺灣的，都是中國人。因此中國學生至少在美國，在歐洲也如此，在研究院的成績非常之好。所以我非常有信心，中國的數學家在二十一世紀一定要取得重要的地位。