

# 關於鄭本的日知錄

## —白話數學運動的一個發端

黃武雄

加 減 乘 除 數 中 精  
 商 高 定 理 形 上 靈  
 林 暗 夜 行 寸 步 難  
 四 字 一 圖 放 通 明  
 亂 象 紛 紛 歸 算 經  
 算 來 算 去 算 不 清  
 數 形 一 家 雲 霧 開  
 莫 忘 囊 中 睡 靈 精

廿五歲那年，鄭本有個轉變。一向鄭本是個書呆子，至少在他飽經風霜的母親眼裏，鄭本一廿年來一直是那傻兮兮的模樣，人家說讀書人有書卷氣，她的孩子頂多只有書呆氣，生在「草地」長在「草地」，又不是世代書香，總不免摻夾一點土味。可笑的是他那金絲眼鏡，戴在很多人臉上原是遼遠清秀，架在他鼻樑上就使他看來像隻蛤蟆，遮蓋大半他原已瘦削不堪的面容，而又放大他那雙跳動欲凸的眼珠。

她對這個兒子有過指望，這些指望隨著鄭本的眼鏡度數增深而日漸變得無奈。鄭本的蛀書給她一種敬畏，一種無端的敬畏。她自己曾上過公學，也學過一兩年的「漢文」〔註二〕。鄭本在她心目中，有時是一個無助的小孩，有時卻像那舊時私塾的學究先生，代表著書本至高無上的權威。幾十年生活的煎熬，雖使她對昔日學究先生的話語暗地起了懷疑，可是伴隨著這懷疑的卻是一種莫名的犯罪感。每次懷疑過後，她都慶幸終究不曾吐露她底感覺；但面對骨瘦如柴的鄭本，她母性底愛憐畢竟使她放下了戒心，忘卻鄭本原也是個學究，也代表書本無上的權威。

一天早上，她坐在桌邊，看着鄭本邊翻書邊吃飯。想起這幾十年來一家九口東搬西遷胼手胝足的日子，飯菜雖不曾給吃夠，但書總算讓孩子讀了。看看鄭本胸前的杯盤，看看鄭本手上的書，又看看鄭本，她突然脫口而出：

「阿本，讀了這麼多年書，你到底讀了些什麼？」

鄭本漫不經心，信口回答：「數學啊！阿娘又不是不知道，當年考上時，阿娘不是也有過意見嗎？」

「阿娘那時是不懂，只不過替大伯傳句話，你別老放在心上。一幌你數學又讀了七年，這中間你學了些什麼？能不能說給阿娘聽，幾句話就行，阿娘不識字……」。

鄭本赫地放下碗筷站了起來，一言不發地走開。鄭本阿娘坐在窗邊望着鄭本自後門提了單車，踩上單車消失的背影，心中十分不忍。「我是褻瀆了他的書，他的知識，還是刺傷了他的自尊？」「或許他怪我沒有常識，竟然問出那樣蠢的話？那般高深的學問怎叫他用幾句話來說給我這般無知的婦人聽？」鄭本阿娘對阿本阿脾性素來摸得一清二楚，只在鄭本融化於他至高無上的

書堆中時，阿本不再是阿本，似乎是很多古聖時賢、甚至昔時學究先生的化影，對於這些，她太陌生了，陌生中還帶着敬畏。

那天晚上，鄭本從學校回來，一踏進門便聞到嫩雞的香味。從母親手裏接過來烏骨雞湯，鄭本咧了嘴，對阿娘親切的招呼，給了一個歉疚的回笑。隨即又陷入深思，恍恍惚惚吃下那碗鷄湯。

一連幾天，鄭本恍恍惚惚：「幾句話？這麼多年的苦讀？幾句話？」。下陷的眼窩使他那對原已凸出的眼珠更加外突。鄭本阿娘看在眼裏，疼在心裏。第一次，她覺得阿本與她有着距離。

有一天清早，鄭本阿娘正在初昇的太陽下晒衣服，鄭本慢吞吞地從屋裏走了出來，坐在門邊石階上，眯着眼睛看太陽，一邊一字字地吐出：「阿娘，我學到了什麼？阿娘，我找到了……」

「阿本，別再那麼死心眼了。阿娘就是無知才問那饞問題，你不要見怪，阿娘只是好奇，不要當它是正經。」

「阿娘，妳問了，問得很好，問到我心坎裏。如果阿娘讀了書，來教書，阿娘一定是個好老師，我也會是阿娘的好學生，因為我找到了答案：四個字，一張圖！」鄭本一本正經的說。

鄭本阿娘聳起耳朵靜靜在聽，幾天來的憂心頓化烏有。陽光照在晒衣竿上，母親的眼睛在衣竿的影子裏發亮：

「哪四個字？」

「加減乘除。」

「哦！……，孩子，阿娘懂了，你累了幾天了，阿娘多謝你，你再去多睡一會。昨夜，阿娘看你兩眼盯着天花板，直盯到天亮。」

「阿娘，還有一張圖，就是勾股定理，也有人稱商高定理，洋人說是畢氏定理，它是說將竹竿直立在地面上……」。 鄭本一手抓起一截竹竿插在地上，比手劃腳賣力在解釋：「那麼，竿長乘竿長加以影長乘影長等於竿頂到影端的長乘它自身。然後，天下的問題我們把它化成加減乘除……」

母親看阿本興奮地述說，一開始也高興着，等到鄭本又提到「加減乘除」，母親的心轉了幾折又關心起阿本的睡眠，鄭本還興高采烈地說著嚷着，但那些字句漸漸在母親的思潮裏淹沒。

等送鄭本入房安睡後，母親提了菜籃躡着腳尖走出屋來。跨出門外，佇立一會，也模仿起阿本方才的神情，眯著眼看看太陽：「阿本，不知說的是真是假，他書架上，桌底下大堆大堆沉甸甸的書是做什麼的？難道讀了這麼多年書，才學到『加減乘除』四個字。這東西我四十多年來在市場上買菜時，已不知反覆用過幾千遍了，況且阿本心算也不見得比我快啊！」「也許，阿本不是在逗我，他說還有一張圖哪！」，母親邊走邊自慰着，「希望他好好補下睡眠，這幾天真是累壞了他，都是我不好！可憐他……」

母親放心不下地回望家門，這時阿本房間的窗已在反光，母親背着太陽轉而注意到她自己曳長的影子。

「影長乘影長？人長乘人長？加起來等於……？」

## 後 記

鄭本事實上是一個平凡得不能再平凡的書呆子，一定要說不平凡，倒是鄭本的母親可以列入。至少鄭本悟出來的那句話——「其實阿娘若讀了書來教書，一定是個好老師。」——是不

會太離譜的。鄭本因母親一句話，而挖空心思去把他腦袋裏一大堆垃圾似的「學問」整理歸位，正本清源。

鄭本那一次悟得的道理雖不盡完善，卻可圈可點，我們後來曾在他的「日知錄」裏看到本文開頭那首打油詩：〔註三〕

加減乘除數中精，商高定理形上靈，  
林暗夜行寸步難，四字一圖放通明。  
亂象紛紛歸算經，算來算去算不清，  
數形一家雲霧開，莫忘囊中睡靈精。

可是鄭本以後也不怎麼樣「揚眉吐氣」；那一次「悟道」的經驗及他那時所留下來的這首詩，也許便是他一生中最輝煌的一頁了。

關於鄭本先生的日知錄，也有一些值得傳誦的事。他的日知錄事實上就是他十年間精勤的筆記。既然他取名日知錄，自也不免提到顧炎武。在每卷封裏，他引用顧炎武的話，寫着：「日知一事，月無忘其所能」。

可讚歎的是他驚人的毅力，他那卷錄上「四字一圖」的打油詩已是他日知錄第六十四卷了。他那時仍保存得很全，若將那六十四卷書疊起來厚可等身。第一卷是他在十六歲的年紀開始動筆的，十年之中，他密密麻麻地寫了很多形形色色的言語。只可惜這些大部份是轉錄他人的話，如課堂筆記重抄，名人語錄，諸種雜感等等，每卷竟只有很少幾行字是自己對所習新知舊學的心得，以自己的言語重寫出來的。

其實我們深愛鄭本，更敬仰他底努力。可是他走錯了方向，他所受的生硬刻板的教育把他送進象牙塔裏，去「堆砌」他人或書上的學問。可以看得出來他的努力並沒有留下自己的脚印，他一直穿着鞋子坐着車子。他兜遊大千世界，繞了一圈回來，脚下從沒感受過土地的堅鬆乾濕。他幾乎沒有自己挖掘問題，解決問題的主動經驗。從來他以爲日知一事便是日「記」一事。他的「知」不曾溶化爲已有，他沒有「悟」的經驗。

鄭本沒料到養他育他的母親，雖終年站在塔外，卻有着塔裏人少有的智慧。她曾在無數次跪着對塔端頂禮膜拜的時候，內心起過掙扎。但她卻渴望也相信，塔裏的知識能夠有些鮮明的脈絡，能夠像「白話」一般易懂。一句問語竟給了鄭本一個新生。

可惜鄭本的日知錄到第六十四卷便中斷了，據說那次他受過挑戰後不久，便將他前六十三卷書悉數付之一炬。我們很爲那事難過，但更爲鄭本不曾取他新的體驗，轉變作風，繼續以他罕見的毅力書寫他的日知錄，而深深惋惜。

爲了紀念這段平凡卻可貴的經歷，表示對鄭本母子的敬仰。我們往後將借用「鄭本」爲筆名，在「數學傳播」中來寫些文章，傳播鄭本母親的「白話」思想。

或許，這將成爲一個「白話數學運動」的發端。

(民65年3月，爲悼念亡母而作)

〔註一〕商高定理指勾股定理，亦稱畢氏定理。參見本刊本期孫自健先生「談商高定理」一文。

〔註二〕日據時期，不准台人接近祖國文化。有志之士遂私設師塾，教授漢學俗稱「漢文」先仔。

〔註三〕

關於鄭本的四字一圖，他第六十四卷日知錄上曾有這段記載：

## (1) 四字：加減乘除

要用數學來算問題，便脫離不了「算」，也就是脫離不了利用「加減乘除」的運算，加減乘除的重要性可分「結構」與「實用」兩方面來看。

- (i) 從結構上看：抽象代數告訴了我們一件事——數的「運算」才是數系中的靈魂，是這些運算決定了數系本身！
- (ii) 從實用上看：任何問題若不能化成加減乘除來運算，則它的進展會停滯於某種技術上甚難突破的階段。譬如歐氏平面幾何，純從幾何公理出發，演繹的體系雖然完美，但執意不借助於運算，會使每一特殊問題都有它特殊的困難，找不到一般方法來處理大部或全部的問題。於是我們看上了向量的運算，原來平面上的兩點之間是沒有運算意義的，例如

「在地圖上，花蓮這點與臺北這點加起來等於哪一點？」

這回事情原來是漫無根據，是沒有意義的；等到我們固定座標原點於臺中，將花蓮看成自臺中出發止於花蓮的向量，將臺北也看成自臺中出發止於臺北的向量，則這兩向量加在一起便有了自然的意義。自從歐氏平面上擺進來向量的運算以後，複雜的「歐幾里得原本」的各種內容，現在只用三個向量的運算就能涵蓋了。其他還有很多重要例子，如算術到代數的演進等。加減乘（除）的運算有這般重要，或許是鄭本將它與一圖併稱而寫上「四字一圖放通明」的道理。

## (2) 一圖：商高定理

上述諸論已經提供代數與幾何之間的轉化，在這轉化上頭有一個基礎事實就是商高定理（即畢氏定理）。

從商高定理出發，一系列的主要結果：餘弦定律、三角和角公式、向量內積的代數表示，到複數的歐拉式，貫穿了解析幾何（即以代數處理幾何）的主要內容。

同時由於這個商高定理，量化幾何得以繼續發展。根據商高定理我們能夠寫下兩點間的「距離」，在稍複雜的一般幾何空間中（指曲面及其廣義化後的 Riemann 流型），第一基本式就在決定（曲面）距離。很多重要的定理（如 Gauss-Theorema Egregium）都集中在找尋其他幾何量（如曲率）與這「距離」的關係。

另一方面，由於商高定理，「平方和」有了它自然的幾何意義，使它具有好的演算性質，例如一些重要不等式（如 Schwarz, Hölder）之所以成立，實因它本身含有自然的幾何意義（如投影長小於原長），使它的成立並非基因於數值大小上的一種偶然。這些不等式提供了各種重要的估計。又例如泛函分析中主要的具體例子： $L_2$  一空間的構造也起自「平方和」，相應提供有用的 Fourier 分析。

（1969 年 5 月 3 日鄭本日知錄第 64 卷）

從以上稍嫌簡略的討論，我們可以相信鄭本的看法有他一定的價值。但是對於鄭本的詩句

數形一家雲霧開  
莫忘囊中睡靈精

我們須給它若干補充：

「數形一家」在鄭本的原思想是「代數與幾何間的轉化」。但從數學發達的歷史，我們注意到笛卡兒的這項轉化並沒有解決十六世紀初自然科學上所提出的亟待突

破的數學問題。牛頓 (Newton) 萊布尼茲 (Leibniz)、拉格蘭日 (Lagrange) 及 雅各比 (Jacobi) 的努力無疑的是數學史上重要的一段跳躍。而對於推動這段跳躍，顯然「轉化」是用不上勁的，激發它的是另一條途勁——「局部化」(localization) 的方法。這方法解決了當時的瓶頸，引入微分，藉微分求面積等種種積分問題。同時，局部化的想法給了 Green 定理，引出向量分析、微分式的積分理論，引出大域微分幾何的基本定理 Gauss-Bonnet 定理及一些重要的積分公式，而在複變函數中給出 Cauchy 定理因而得到複變函數的各種完整的性質（如 Liouville's 定理）而代數基本定理的一個證明隨即也產生了。至於調和理論及微分方程式上邊 Green 定理的局部化想法也促使邊界值問題得以推展。

熟悉中學、大學數學課程的人，看了上述簡要的說明，或許要同意。鄭本的四字一圖經我們做了補充之後，事實上很能夠點出中、大學數學課程的主要脈絡。

mathmedia \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* mathmedia

每天你在「市面」上  
買回來幾十把工具  
散亂在你床底下  
一把工具是一道解題  
「數季」演練類提供你  
很多問題 不太起眼  
也不甚精彩 但很值你做

翻翻你床底下  
檢幾把出來敲敲打打  
丟掉那些紙糊的鉗子  
摔去那些塑膠的鉗子  
好好清理  
你的床下

mathmedia \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* 數學傳播季刊 \* mathmedia