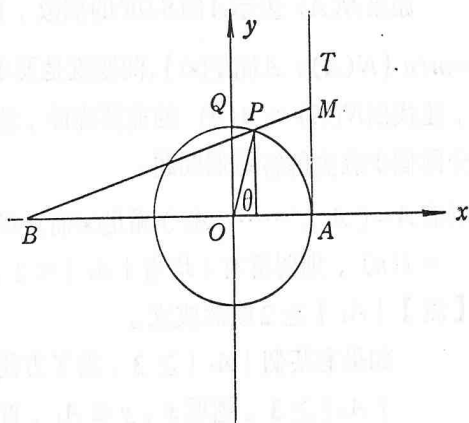


問題詳解：

9201 圓的相關問題(胡 錯提供)

先設立直角坐標系，以 AB 為 X 軸， OQ 為 Y 軸，如圖，則 $P(r \cos \theta, r \sin \theta)$

$A(r, 0), M(r, r\theta)$



而 MP 之二點式方程式為：

$$\frac{y - r\theta}{x - r} = \frac{r\theta - r \sin \theta}{r - r \cos \theta}$$

$\because B$ 在 X 軸上 $\therefore y = 0$

$$x = r - \frac{r\theta(1 - \cos \theta)}{\theta - \sin \theta}$$

其中 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta(1 - \cos \theta)}{\theta - \sin \theta}$ 為 $\frac{0}{0}$ 不定型，用

L'Hospital rule

$$\begin{aligned} \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta(1 - \cos \theta)}{\theta - \sin \theta} &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta + \theta \sin \theta}{1 - \cos \theta} \\ &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{2 \sin \theta + \theta \cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned}$$

$$= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{2 \cos \theta + \cos \theta - \theta \sin \theta}{\cos \theta} = 3$$

$$\therefore \theta \rightarrow 0, B \text{點坐標} \left(r - \frac{r \theta (1 - \cos \theta)}{\theta \sin \theta}, 0 \right)$$

$$\rightarrow (-2r, 0)$$

亦即， P 趨於 A ， B 點之極限位置是 \overline{OA} 反向距 O 二個半徑的位置即 $\overrightarrow{OB} = -2\overrightarrow{OA}$