

上期徵答問題

優勝名單

7401 優勝名單

特優：馬鑑一 (中正航空)

優良：許志農 (師大數學)

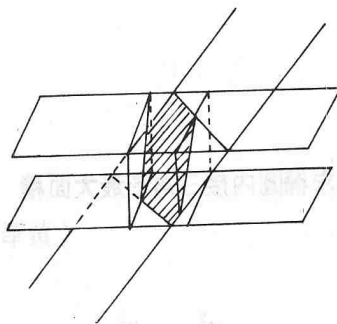
7402 優勝名單

優良：丘世禎

問題詳解

7401 最大截面積解答 (馬鑑一提供)

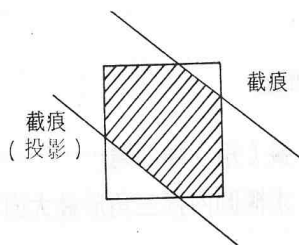
首先我們將正立方體的上下兩方形擴大成兩個平面，以便於了解截面和正立方體相交的情形 (附圖一)。



附圖一

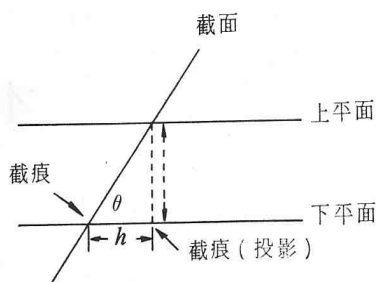
其次將上下兩平面間的截面投影至下平面，則可得到兩平行的截痕，此兩截痕間的區域

和正方形相交的斜線部分即為投影截面積 (附圖二)。



附圖二

由兩平行截痕間的距離 h ，可決定截面與下平面間的夾角 θ 。且 $\tan \theta = \frac{1}{h}$ (附圖三)。則截面積大小 = 投影截面積 $\times \sec \theta =$ 投影面積 $\times \sqrt{1 + \left(\frac{1}{h}\right)^2}$ 。



附圖三

現在以 h 的大小加以討論：

(i) $h \geq 1$ 時，此時兩截痕間區域“能夠”覆蓋整個正方形。因為我們要求最大截面積，所以此時應盡量求其投影的最大值。因此可得

：截面積 = $1 \times \sqrt{1 + \left(\frac{1}{h}\right)^2}$ ，顯然當 $h = 1$