

4104 (廖賀田先生提供)

欲將 $1/x(x+1)$ 化爲分項分式，首先令

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \dots \textcircled{1}$$

去分母，得到

$$1 = (x+1)A + xB \dots \textcircled{2}$$

令 $x = -1$ ，可得 $1 = -B$ ，於是 $B = -1$ ，再令 $x = 0$ 可得 $1 = A$ ，所以

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} + \frac{-1}{x+1}$$

我們注意到：①式中設出未定係數 A, B ，使①式變成一個恆等式，用任何數當做 x 代入都可以，但必須 x 不爲 0 或 -1 ，否則就無意義。可是經過「去分母」後卻不認舊帳，冒然以 $x = 0$ 及 $x = -1$ ，請問此種「違反原題」的方法求出的 A, B 是否保險？演算過程應如何修改才能比較理想？